

Сұрақтар мен тапсырмалар

1. Анықталған интеграл ұғымына алып келетін геометриялық және физикалық есептерді тұжырымдаңыз және олардың шешімін шек арқылы алуға болатынын түсіндіріңіз. Анықталған интеграл анықтамасын келтіріңіз.
2. Интегралдау аралығында үзіліссіз болатын функция үшін Ньютон-Лейбниц формуласын дәлелдеңіз.
3. Кесіндіде шенелген функция интегралдана ма?
4. Анықталған интегралдың қасиеттерін атаңыз және келесі теңдіктерді дәлелдеңіз:

$$1) \int_a^b [Af(x) + Bg(x)]dx = A \int_a^b f(x)dx + B \int_a^b g(x)dx ;$$

$$2) \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, \quad c \in R .$$

5. Келесі функцияның: $F(x) = \int_a^x f(u)du$ қасиеттері туралы теоремаларды тұжырымдаңыз және оның $[a, b]$ кесіндісінде үзіліссіз $f(x)$ функциясы үшін алғашқы функция болатынын көрсетіңіз.
6. Келесі теңдікті дәлелдеңіз: $\int_{-1}^x \text{sign}(u)du = |x| - 1, \quad x \in [-1; 1]$.
7. Анықталған интегралда айнымал ауыстыруы қалай орындалады? Мысал келтіріңіз.
8. Координат басына салыстырғанда симметриялы кесіндіде интегралданатын жұп, тақ функцияларға, периодты функцияларға қатысты теңдіктерді дәлелдеңіз. Мысалдар келтіріңіз.
9. Анықталған интеграл үшін бөліктеп интегралдау формуласын дәлелдеңіз. Мысал келтіріңіз.
10. Орта мән туралы теореманы дәлелдеңіз және оның геометриялық мағынасын түсіндіріңіз.
11. Бірінші және екінші текті меншіксіз интегралдардың анықтамаларын ерекшелігі жоғарғы интегралдау шегінде болатын жағдай үшін беріңіз.
12. Бірінші және екінші текті меншіксіз интегралдардың анықтамаларын ерекшелігі төменгі интегралдау шегінде болатын жағдай үшін беріңіз.

13. Келесі қатысты дәлелдеңіз: $\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} dx = \begin{cases} \frac{1}{1-\alpha}, & \alpha < 1; \\ +\infty, & \alpha \geq 1 \end{cases}$. Бұл меншіксіз интегралдың тегін көрсетіңіз.

14. Келесі қатысты дәлелдеңіз: $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha} dx = \begin{cases} \frac{1}{\alpha-1}, & \alpha > 1; \\ +\infty, & \alpha \leq 1 \end{cases}$. Бұл меншіксіз интегралдың тегін көрсетіңіз.