

4. Көрсетілген функцияның n -ші ретті туындысының формуласын шығарыңыз

4.1. $y = \ln x$.

4.2. $y = \frac{1}{x}$.

4.3. $y = 2^x$.

4.4. $y = \cos x$.

4.5. $y = \sin x$.

4.6. $y = \frac{1}{x+5}$.

4.7. $y = e^{-2x}$.

4.8. $y = \ln(3+x)$.

4.9. $y = \sqrt{x}$.

4.10. $y = xe^{3x}$.

4.11. $y = \frac{1}{x-3}$.

4.12. $y = \ln(5+2x)$.

4.13. $y = e^{4x}$.

4.14. $y = \frac{1}{x-7}$.

4.15. $y = 5^x$.

4.16. $y = e^{-5x}$.

4.17. $y = \ln(4+x)$.

4.18. $y = \frac{1}{x-6}$.

4.19. $y = 10^x$.

4.20. $y = 7^x$.

4.21. $y = \cos 3x$.

4.22. $y = \ln(3x-5)$.

4.23. $y = \frac{x}{x+5}$.

4.24. $y = \ln \frac{1}{4-x}$.

4.25. $y = \sqrt{x+7}$.

4.26. $y = xe^{6x}$.

4.27. $y = \frac{4}{x+3}$.

4.28. $y = \frac{1+x}{\sqrt{x}}$.

4.29. $y = \frac{1}{1+x}$.

4.30. $y = \ln(5x-1)$.

5. Келесі есептерді шығарыңыз.

5.1. $y = x^2 - 7x + 3$ қисығына абсциссасы $x=1$ тең нүктеде жүргізілген жанаманың теңдеуін жазу керек.

5.2. $y = x^2 - 16x + 7$ қисығына абсциссасы $x=1$ тең нүктеде жүргізілген нормальдің теңдеуін жазу керек.

5.3. $y = \sqrt{x-4}$ сызығына абсциссасы $x=8$ тең нүктеде жүргізілген жанаманың теңдеуін жазу керек.

5.4. $y = \sqrt{x+4}$ сызығына абсциссасы $x=-3$ тең нүктеде жүргізілген нормальдің теңдеуін жазу керек.

5.5. $y = x^3 - 2x^2 + 4x - 7$ қисығына $(2,1)$ нүктеде жүргізілген жанаманың теңдеуін жазу керек.

5.6. $y = x^3 - 5x^2 + 7x - 2$ қисығына $(1,1)$ нүктеде жүргізілген нормальдің теңдеуін жазу керек.

5.7. $x^2 - y^2 + xy - 11 = 0$ қисығына $(3,2)$ нүктеде жүргізілген жанаманың бұрыштық коэффициентін табу керек.

5.8. $y^2 = 4x^3$ қисығының қандай нүктесіне жүргізілген жанама $x + 3y - 1 = 0$ түзуіне перпендикуляр болады?

5.9. $y = x^2 - 6x + 2$ қисығына абсциссасы $x = 2$ тең нүктеде жүргізілген жанаманың теңдеуін жазу керек.

5.10. $y = \frac{x^2}{4} - x + 5$ қисығына абсциссасы $x = 4$ тең нүктеде жүргізілген жанаманың теңдеуін жазу керек.

5.11. $y = \frac{x^4}{4} - 27x + 60$ қисығына абсциссасы $x = 2$ тең нүктеде жүргізілген нормальдің теңдеуін жазу керек.

5.12. $y = -\frac{x^2}{2} + 7x - \frac{15}{2}$ қисығына абсциссасы $x = 3$ тең нүктеде жүргізілген жанаманың теңдеуін жазу керек.

5.13. $y = 3 \operatorname{tg} 2x + 1$ қисығына абсциссасы $x = \frac{\pi}{2}$ тең нүктеде жүргізілген нормальдің теңдеуін жазу керек.

5.14. $y = 4 \operatorname{tg} 3x$ қисығына абсциссасы $x = \frac{\pi}{9}$ тең нүктеде жүргізілген жанаманың теңдеуін жазу керек.

5.15. $y = 6 \operatorname{tg} 5x$ қисығына абсциссасы $x = \frac{\pi}{20}$ тең нүктеде жүргізілген нормальдің теңдеуін жазу керек.

5.16. $y = 4 \operatorname{tg} 6x$ қисығына абсциссасы $x = \frac{\pi}{18}$ тең нүктеде жүргізілген жанаманың теңдеуін жазу керек.

5.17. $y = \sin 2x$ қисығының қандай нүктесіне жүргізілген жанама Ox өсімен $\frac{\pi}{4}$ тең бұрыш жасайды?

5.18. $y = 2x^3 - 1$ қисығының қандай нүктесіне жүргізілген жанама Ox өсімен $\frac{\pi}{3}$ тең бұрыш жасайды?

5.19. $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 7x + 9$ қисығының қандай нүктесіне жүргізілген жанама Ox өсімен $\frac{\pi}{4}$ тең бұрыш жасайды?

5.20. $y = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 7x + 4$ қисығының қандай нүктесіне жүргізілген жанама Ox өсімен $\frac{\pi}{4}$ тең бұрыш жасайды?

5.21. $y = \frac{x^3}{3} - \frac{9x^2}{2} + 20x - 7$ қисығының қандай нүктелеріне жүргізілген жанама Ox өсіне параллель болады?

5.22. $y = \frac{x^4}{4} - 7x$ қисығының қандай нүктесіне жүргізілген жанама $y = 8x - 4$ түзуіне параллель болады?

5.23. $y = -3x^2 + 4x + 7$ қисығының қандай нүктесіне жүргізілген жанама $x - 20y + 5 = 0$ түзуіне перпендикуляр болады?

5.24. $y = 3x^2 - 4x + 6$ қисығының қандай нүктесіне жүргізілген жанама $8x - y - 5 = 0$ түзуіне параллель болады?

5.25. $y = 5x^2 - 4x + 1$ қисығының қандай нүктесіне жүргізілген жанама $x + 6y + 15 = 0$ түзуіне перпендикуляр болады?

5.26. $y = 3x^2 - 5x - 11$ қисығының қандай нүктесіне жүргізілген жанама $x - y + 10 = 0$ түзуіне параллель болады?

5.27. $y = -x^2 + 7x + 16$ қисығының қандай нүктесіне жүргізілген жанама $y = 3x + 4$ түзуіне параллель болады?

5.28. $y = 4x^2 - 10x + 13$ қисығының қандай нүктесіне жүргізілген жанама $y = 6x - 7$ түзуіне параллель болады?

5.29. $y = 7x^2 - 5x + 4$ қисығының қандай нүктесіне жүргізілген жанама $23y + x - 1 = 0$ түзуіне перпендикуляр болады?

5.30. $y = \frac{x^2}{4} - 7x + 5$ қисығының қандай нүктесіне жүргізілген жанама $y = 2x + 5$ түзуіне параллель болады?

6. Келесі есептерді шығарыңыз

6.1. Дене – кубтық парабола: $12y = x^3$ траекториясы бойынша қозғалады. Оның қандай нүктелерінде өсу жылдамдығының абсциссалары мен ординаталары бірдей?

Жауабы: $\left(2, \frac{2}{3}\right), \left(-2, -\frac{2}{3}\right)$.

6.2. Материалдық нүктенің қозғалыс заңы: $s = \frac{3t^2}{4} - 3t + 7$.
Уақыттың қандай кезеңінде оның қозғалыс жылдамдығы 2 м/с тең болады?

Жауабы: $\frac{10}{3}$ с.

6.3. Ох өсімен қозғалыс заңдары $x = 4t^2 - 7$ және $x = 3t^2 - 4t + 38$ болатын екі материалдық нүкте қозғалып келеді. Екеуі кездескен сәттен бастап, олар қандай жылдамдықпен бір-бірінен алшақтайды?
Жауабы: 40 м/с немесе 26 м/с.

6.4. Материалдық нүкте $xy = 12$ гиперболасы бойынша қозғалады. Нүктенің x абсциссасы 1 м/с жылдамдықпен бірқалыпты өсетін болса, оның ординатасы (6,2) орнынан өткенде қандай жылдамдықпен өзгереді? **Жауабы:** $-\frac{1}{3}$ м/с.

6.5. $y^2 = 4x$ параболасының қандай нүктесінде ордината абсциссаға қарағанда екі есе жылдам өседі? **Жауабы:** $\left(\frac{1}{4}, 1\right)$.

6.6. Материалдық нүкте $s = t^4 - 3t^2 + 2t - 4$ заңымен қозғалады. Нүкте қозғалысының $t = 2c$ сәтіндегі жылдамдығын табу керек. **Жауабы:** 22 м/с.

6.7. Материалдық нүкте $s = 3t^4 - t^3 + 4t^2 + 6$ заңымен қозғалады. Нүкте қозғалысының $t = 2c$ сәтіндегі жылдамдығын табу керек. **Жауабы:** 100 м/с.

6.8. Материалдық нүкте $s = 4\cos\left(\frac{t}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + 6$ заңымен қозғалады. Нүкте қозғалысының $t = \pi$ с сәтіндегі жылдамдығын табу керек. **Жауабы:** -1 м/с.

6.9. Материалдық нүкте $s = 4\sin\left(\frac{t}{3} + \frac{\pi}{6}\right) - 8$ заңымен қозғалады. Нүкте қозғалысының $t = \frac{\pi}{2} c$ сәтіндегі жылдамдығын табу керек. **Жауабы:** $\frac{2}{3}$ м/с.

6.10. Материалдық нүкте $s = -3\cos\left(\frac{t}{4} + \frac{\pi}{12}\right) + 10$ заңымен қозғалады. Нүкте қозғалысының $t = \frac{\pi}{3} c$ сәтіндегі жылдамдығын табу керек. **Жауабы:** $\frac{3}{8}$ м/с.

6.11. Материалдық нүкте $s = \frac{5}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + 7$ заңымен қозғалады. Уақыттың қандай сәтінде оның жылдамдығы 42 м/с тең болады? **Жауабы:** 3 с.

6.12. Материалдық нүкте $s = 4t^3 - 2t + 11$ заңымен қозғалады. Уақыттың қандай сәтінде оның жылдамдығы 190 м/с тең болады?

Жауабы: 4 с.

6.13. Материалдық нүкте $s = \frac{5}{3}t^3 - 2t + 7$ заңымен қозғалады.

Нүкте қозғалысының $t = 4$ с сәтіндегі жылдамдығын табу керек.

Жауабы: 78 м/с.

6.14. Материалдық нүкте $s = 2t^5 - 6t^3 - 58$ заңымен қозғалады. Нүкте қозғалысының $t = 2$ с сәтіндегі жылдамдығын табу керек.

Жауабы: 88 м/с.

6.15. Ох өсімен қозғалыс заңдары $x = 3t^2 - 8$ және $x = 2t^2 + 5t + 6$ болатын екі материалдық нүкте қозғалып келеді. Екеуі кездескен сәттен бастап, олар бір-бірінен қандай жылдамдықпен алшақтайды?
Жауабы: 42 м/с немесе 33 м/с.

6.16. Ох өсімен қозғалыс заңдары $x = 5t^2 - t + 6$ және $x = 4t^2 + 18$ болатын екі материалдық нүкте қозғалып келеді. Екеуі кездескен сәттен бастап, олар қандай жылдамдықпен бір-бірінен алшақтайды?
Жауабы: 39 м/с немесе 32 м/с.

6.17. Ох өсімен қозғалыс заңдары $x = \frac{4}{3}t^3 - 7t + 16$ және $x = t^3 + 2t^2 + 5t - 8$ болатын екі материалдық нүкте қозғалып келеді. Уақыттың қай сәтінде олардың жылдамдықтары бірдей болады?

Жауабы: 6 с.

6.18. Материалдық нүктенің қозғалу заңы: $s = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 - 11t + 275$. Уақыттың қай сәтінде оның қозғалу жылдамдығы 10 м/с тең болады?
Жауабы: 7 с.

6.19. Материалдық нүкте $xy = 20$ гиперболасы бойынша қозғалып келеді және оның абсциссасы 1 м/с жылдамдықпен бірқалыпты өседі. Нүкте (4, 5) орнынан өткен мезетте оның ординатасы қандай жылдамдықпен өзгереді?
Жауабы: -1,25 с.

6.20. $y^2 = 8x$ параболасының қандай нүктесінде ординатасы абсциссаға қарағанда екі есе өседі? **Жауабы:** $\frac{1}{2}, 2$.

6.21. Ox өсімен қозғалыс заңдары $x = 5t^2 + 2t + 6$ және $x = 4t^2 + 3t + 18$ болатын екі материалдық нүкте жылжиды. Екеуі кездескен сәттен бастап, олар бір-бірінен қандай жылдамдықпен алшақтайды? **Жауабы:** 42 м/с немесе 35 м/с.

6.22. $y^2 = 16x$ параболасының қандай нүктесінде ордината абсциссаға қарағанда төрт есе жылдам өседі? **Жауабы:** $\frac{1}{4}, 2$.

6.23. $x^2 = 9y$ параболасының қандай нүктесінде абсцисса ординатаға қарағанда екі есе жылдам өседі? **Жауабы:** $\frac{9}{4}, \frac{9}{16}$.

6.24. $x^2 = 10y$ параболасының қандай нүктесінде абсцисса ординатаға қарағанда бес есе жылдам өседі? **Жауабы:** 1; 0,1.

6.25. Ox өсімен қозғалыс заңдары $x = 2t^3 - 2t^2 + 6t - 7$ және $x = \frac{5}{3}t^3 - t^2 + 14t + 4$ болатын екі материалдық нүкте қозғалып келеді. Уақыттың қай сәтінде олардың жылдамдықтары бірдей болады? **Жауабы:** 4 с.

6.26. Материалдық нүктенің қозғалу заңы: $s = \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 - 30t + 18$ уақыттың қай сәтінде нүкте жылдамдығы 0-ге тең? **Жауабы:** 6 с.

6.27. Ox өсімен нүкте $x = \frac{1}{3}t^3 - \frac{7}{2}t^2 + 10t - 16$ заңымен қозғалады. Нүктенің жылдамдығын және үдеуін табыңыз. Уақыттың қай сәтінде нүкте қозғалу бағытын өзгертеді?

Жауабы: 2с., 5с.

6.28. Қандай да бір химиялық реакциядан алынған заттың x кг тең массасы мен t уақыттың арасындағы тәуелділік: $x = 7(1 - e^{-4t})$. Реакцияның $t = 0$ с болғандағы жылдамдығын табу керек. **Жауабы:** 28 кг/с.

6.29. Материалдық нүкте түзу сызықпен қозғалады және $\vartheta^2 = 6x$ (мұнда, ϑ – жылдамдық, x – жүрілген жол). Жылдамдық 6 м/с тең болғандағы нүкте қозғалысының үдеуін табу керек.

Жауабы: $\frac{1}{2}$ м/с².

6.30. Материалдық нүкте қозғалысының заңы: $s = 3t + t^3$. Оның $t = 2$ с сәтіндегі жылдамдығын табыңыз. **Жауабы:** 15 м/с.

5.2-ҮТ шығару үлгілері (5.1.7п; 5.3.1п; 5.1.2п.)

1. Айқын емес $x^3y - y^2 = 6x$ түрде берілген функцияның y' және y'' туындыларын табу керек.

► y -ті x -тің функциясы деп алып, теңдіктің екі жағын дифференциалдаймыз және y' табамыз:

$$3x^2y + x^3y' - 2yy' = 6, \Rightarrow y' = \frac{6 - 3x^2y}{x^3 - 2y}.$$

Алдыңғы теңдікті тағы да дифференциалдаймыз және y'' табамыз:

$$6xy + 3x^2y' + 3x^2y' + x^3y'' - 2y'^2 - 2yy'' = 0,$$

$$y''(x^3 - 2y) = 2y'^2 - 6x^2y' - 6xy,$$

$$y'' = 2 \frac{(6 - 3x^2y)^2}{(x^3 - 2y)^3} - 6x^2 \frac{6 - 3x^2y}{(x^3 - 2y)^2} - \frac{6xy}{x^3 - 2y}. \quad \blacktriangleleft$$

2. y -тің x -ке тәуелділігі t параметрі арқылы $\begin{cases} x = 3t^4 - t^2, \\ y = t^3 - 5 \end{cases}$ түрінде

берілген. y' және y'' табу керек.

$$\blacktriangleright \begin{cases} x' = 12t^3 - 2t, \\ y' = 3t^2 \end{cases} \quad \text{және} \quad \begin{cases} x'' = 36t^2 - 2, \\ y'' = 6t \end{cases} \quad \text{болғандықтан,}$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{3t^2}{12t^3 - 2t} = \frac{3t}{12t^2 - 2},$$

$$y''_x = \frac{y''_t x'_t - x''_t y'_t}{x'^3_t} = \frac{6t(12t^3 - 2t) - (36t^2 - 2)3t^2}{(12t^3 - 2t)^3} =$$

$$= \frac{72t^4 - 12t^2 - 108t^4 + 6t^2}{(12t^3 - 2t)^3} = -\frac{3(6t^2 + 1)}{4t(6t^2 - 1)^3} \quad \text{болады.} \quad \blacktriangleleft$$

3. $y = \frac{1}{8} - \frac{\cos^2 x}{4}$ функциясы берілген. Табу керек $y'''\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

$\blacktriangleright$ Біртіндеп табамыз:

$$y' = \frac{1}{2} \cos x \cdot \sin x = \frac{1}{4} \sin 2x, \quad y'' = \frac{1}{2} \cos 2x, \quad y''' = -\sin 2x,$$

$$y'''\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1. \quad \blacktriangleleft$$

4. $y = xe^x$ функциясының n -ші ретті туындысының формуласын жазу керек.

$\blacktriangleright$ Алғашқы туындыларды есептейміз:

$$y' = e^x + xe^x, \quad y'' = e^x + e^x + xe^x = 2e^x + xe^x,$$

$$y''' = 2e^x + e^x + xe^x = 3e^x + xe^x.$$

5.

$$5.1. \lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(2+x) - \ln(x+1)).$$

$$5.3. \lim_{x \rightarrow \infty} (x + 2^x)^{\frac{1}{x}}.$$

$$5.5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{m}{\sqrt{x}} \right)^x.$$

$$5.7. \lim_{x \rightarrow 0} (\ln \operatorname{ctg} x)^{\operatorname{tg} x}.$$

$$5.9. \lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{1}{\ln(e^x - 1)}}.$$

$$5.11. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x} \right)^x.$$

$$5.13. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\operatorname{tg} x)^{2x - \pi}.$$

$$5.15. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\cos 2x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

$$5.17. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{x} + \sin \frac{1}{x} \right)^x.$$

$$5.19. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

$$5.21. \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{1 - 2x}.$$

$$5.2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{m}{x} + \lambda \sin \frac{m}{x} \right)^x.$$

$$5.4. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \operatorname{tg}^2 x)^{\operatorname{ctg}^2 x}.$$

$$5.6. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}.$$

$$5.8. \lim_{x \rightarrow a} \left(2 - \frac{x}{a} \right)^{\operatorname{tg}(\frac{\pi x}{2a})}.$$

$$5.10. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5}{2 + \sqrt{9 + x}} \right)^{\frac{1}{\sin x}}.$$

$$5.12. \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}.$$

$$5.14. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} x \right)^x.$$

$$5.16. \lim_{x \rightarrow \pi} \left(\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 + \sin x} \right)^{\frac{1}{x - \pi}}.$$

$$5.18. \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1)^{e^{1/(x-1)}}.$$

$$5.20. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 2} \right)^{x^2}.$$

$$5.22. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sin \frac{2}{x} + \cos \frac{2}{x} \right)^x.$$

$$4.7. \lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^{\ln x}.$$

$$4.9. \lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}.$$

$$4.11. \lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}.$$

$$4.13. \lim_{x \rightarrow 0} (1+x^2)^{\frac{1}{x}}.$$

$$4.15. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} \right)^{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} \right)}.$$

$$4.17. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x}.$$

$$4.19. \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\sin x}.$$

$$4.21. \lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{6}{1+2 \ln x}}.$$

$$4.23. \lim_{x \rightarrow 0} (x-1)^{\frac{1}{\ln(2(x-1))}}.$$

$$4.25. \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} 2x)^{1/\ln x}.$$

$$4.27. \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \sin \frac{a}{x}.$$

$$4.29. \lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^{\cos \left(\frac{\pi x}{2} \right)}.$$

$$4.8. \lim_{x \rightarrow 0} (\ln(x+e))^{\frac{1}{x}}.$$

$$4.10. \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{x}.$$

$$4.12. \lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^{\cos \left(\frac{\pi x}{2} \right)}.$$

$$4.14. \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}}.$$

$$4.16. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{4} \right)^{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} \right)}.$$

$$4.18. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-4}{x+3} \right)^{3x}.$$

$$4.20. \lim_{x \rightarrow \infty} (\ln)^{\frac{1}{x}}.$$

$$4.22. \lim_{x \rightarrow \infty} (1-e^x)^{\frac{1}{x}}.$$

$$4.24. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{m}{x} \right)^x.$$

$$4.26. \lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{1}{x-5} - \frac{5}{x^2-x-20} \right).$$

$$4.28. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{2(1-\sqrt{x})} - \frac{1}{3(1-\sqrt[3]{x})} \right).$$

$$4.30. \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\sin x}.$$

$$3.13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \operatorname{tg} 4x - 12 \operatorname{tg} x}{3 \sin 4x - 12 \sin x}.$$

$$3.15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x + 1) - 2(e^x - 1)}{x^3}.$$

$$3.17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - a^{\sin x}}{x^3}.$$

$$3.19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos ax)}{\ln(\cos bx)}.$$

$$3.21. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$$

$$3.23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + xe^x)}{\ln(x + \sqrt{1 + x^2})}.$$

$$3.25. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{4/x^2} - 1}{\operatorname{arctg} x^2 - \pi}.$$

$$3.27. \lim_{x \rightarrow 1/3} \left(\frac{x}{3x - 1} - \frac{1}{\ln 3x} \right).$$

$$3.29. \lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 e^{-x}).$$

$$3.14. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x} - 1}{2 \sin^2 x - 1}.$$

$$3.16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x - 2 \arcsin x}{x^3}.$$

$$3.18. \lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}.$$

$$3.20. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sqrt[4]{\operatorname{tg} x} - 1}{2 \sin^2 x - 1}.$$

$$3.22. \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-0.01x}.$$

$$3.24. \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x)^{\log_2 x}.$$

$$3.26. \lim_{x \rightarrow 1/2} \ln 2x \cdot \ln(2x - 1).$$

$$3.28. \lim_{x \rightarrow 0} \arcsin x \cdot \operatorname{ctg} x.$$

$$3.30. \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1)^{x-1}.$$

4.

$$4.1. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin 2x)^{\operatorname{ctg} x}.$$

$$4.3. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\operatorname{ctg}^2 x}.$$

$$4.5. \lim_{x \rightarrow \infty} (\ln 2x)^{\frac{1}{\ln x}}.$$

$$4.2. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\ln \left(\frac{1}{x} \right) \right)^x.$$

$$4.4. \lim_{x \rightarrow 0} x^x.$$

$$4.6. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin^2 x)^{\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}}.$$

$$2.21. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^{2x}) \operatorname{ctg} x.$$

$$2.23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1 - x^3}{\sin^2 2x}.$$

$$2.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2)}{\cos 3x - e^{-x}}.$$

$$2.27. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+7)}{\sqrt[3]{x-3}}.$$

$$2.29. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos 2x) \operatorname{ctg} 4x.$$

$$2.22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x\sqrt{1-x^2}}.$$

$$2.24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{a\sqrt{x}} - 1}{\sqrt{\sin bx}}.$$

$$2.26. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^5}.$$

$$2.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi}{x}}{\operatorname{ctg}(5x/2)}.$$

$$2.30. \lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 \sin b/x).$$

3.

$$3.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{5 - 5e^{-3x}}.$$

$$3.3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}.$$

$$3.5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \frac{x^2}{2} - x - 1}{\cos x - \frac{x^2}{2} - 1}.$$

$$3.7. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\cos x \cdot \ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)}.$$

$$3.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^{x^2} - 1)}{\cos x - 1}.$$

$$3.11. \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^m - a^m}{x^n - a^n}.$$

$$3.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x}.$$

$$3.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\operatorname{tg} x - x}.$$

$$3.6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(1-x) + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{\sqrt[3]{x-3}}.$$

$$3.8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) \cdot \ln(1-x)}.$$

$$3.10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - \cos ax}{e^{\beta x} - \cos \beta x}.$$

$$3.12. \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{a}{6x}.$$

$$1.27. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)}.$$

$$1.29. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} 5x}.$$

$$1.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{4x - \sin x}.$$

$$1.30. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sec^2 x - 2 \operatorname{tg} x}{1 + \cos 4x}.$$

2.

$$2.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{tg}^2 2x}.$$

$$2.3. \lim_{x \rightarrow 1} \ln x \cdot \ln(x-1).$$

$$2.5. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{2(1-\sqrt{x})} - \frac{1}{3(1-\sqrt[3]{x})} \right).$$

$$2.7. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right).$$

$$2.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}.$$

$$2.11. \lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}.$$

$$2.13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{c^x - 1}.$$

$$2.15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}.$$

$$2.17. \lim_{x \rightarrow a} \frac{x-a}{x^n - a^n}.$$

$$2.19. \lim_{x \rightarrow 0} (x \ln x).$$

$$2.2. \lim_{x \rightarrow \infty} x^4 \sin\left(\frac{a}{x}\right).$$

$$2.4. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2 - x - 6} \right).$$

$$2.6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{\sin x}.$$

$$2.8. \lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right).$$

$$2.10. \lim_{x \rightarrow \pi/(2a)} \frac{1 - \sin ax}{(2ax - \pi)^2}.$$

$$2.12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1+2x)}.$$

$$2.14. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1-x^3}.$$

$$2.16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{1 - \cos bx}.$$

$$2.18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{\sin 2x}.$$

$$2.20. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right).$$

- 1.3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}.$
- 1.5. $\lim_{x \rightarrow a} \arcsin \frac{x-a}{a} \cdot \operatorname{ctg}(x-a).$
- 1.7. $\lim_{x \rightarrow \infty} (a^{1/x} - 1)x.$
- 1.9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 - \sin x^2}.$
- 1.11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{x^2}} - 1}{2 \operatorname{arctg} x^2 - \pi}.$
- 1.13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}.$
- 1.15. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1 - \sin(\frac{\pi x}{2})}.$
- 1.17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ch} x - 1}{1 - \cos x}.$
- 1.19. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\frac{1}{\cos x^2} - 2 \operatorname{tg} x}{1 - \cos 4x}.$
- 1.21. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 5x}.$
- 1.23. $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} \right).$
- 1.25. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{1+2x} + 1}{\sqrt{2+x} + x}.$
- 1.4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 4 \sin^2 \frac{\pi x}{6}}{1 - x^2}.$
- 1.6. $\lim_{x \rightarrow +0} \operatorname{arctg} x \cdot \ln x.$
- 1.8. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right).$
- 1.10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{2 \sin x + x}.$
- 1.12. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 - 7x + 6}.$
- 1.14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^5}.$
- 1.16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}}.$
- 1.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}{x}.$
- 1.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin mx)}{\ln(\sin x)}.$
- 1.22. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \operatorname{ctg} x.$
- 1.24. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \left(\frac{3}{x} \right).$
- 1.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}.$