

АҚЫРСЫЗ АЗ ЖӘНЕ АҚЫРСЫЗ ҮЛКЕН ШАМАЛАР

(есептер мен тапсырмалар жиыны)

I. Теориялық сұрақтар

1. Ақырсыз аз шама деп нені айтамыз?
 2. Ақырсыз үлкен шама деп нені айтамыз?
 3. Ақырсыз аз және ақырсыз үлкен шамалардың арасындағы байланыс қандай?
 4. Егер $\alpha \rightarrow 0$, ал $\beta = \frac{1}{\alpha}$ болса, онда β -ның шегі қандай?
 5. Бірінші және екінші ретті ақырсыз аз шамалар деген не? Мысал келтіріңдер.
 6. $\sin x$ және x функцияларының $x \rightarrow 0$ кезіндегі қатынасын зерттеңдер.
 7. Неліктен $e^x - 1$ және x шамалары $x \rightarrow 0$ кезінде эквивалент деп айтылады?
-

II. Есептер

1-деңгей (негізгі)

1. $x \rightarrow 0$ кезінде шамалардың ақырсыз аз немесе үлкен екенін анықтаңдар:
 - a) $\frac{1}{x}$;
 - b) x^2 ;
 - c) $\frac{1}{x^3}$;
 - d) $\sqrt{x}$.

2. $x \rightarrow 0$ кезінде шамалардың салыстырмалы өсу ретін анықтаңдар:

$$\sin x, \quad x, \quad x^2$$

Қайсысы ең кіші ретті ақырсыз аз шама?

3. $x \rightarrow \infty$ кезінде келесі шамалар ақырсыз үлкен бе, жоқ па?

a) $\ln x$;

b) e^x ;

c) $\frac{1}{x}$;

d) $x^3 - 5x^2$.

4. Шаманың шегін табыңдар:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

Бұл нәтиже нені көрсетеді?

2-деңгей (орта)

5. $x \rightarrow 0$ кезінде $\tan x$ және x шамаларының эквивалентті екенін дәлелдеңдер.

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x}{x^2 - 1}$ шегін есептеңдер.

7. $x \rightarrow 0$ кезінде $(1 + 2x)^{\frac{1}{x}}$ шамасының шегін табыңдар.

8. $x \rightarrow 0$ кезінде келесі шамалар үшін эквивалент табыңдар:

a) $1 - \cos x$;

b) $e^x - 1$;

c) $\ln(1 + x)$.

3-деңгей (жоғары, дәлелдеуді қажет ететін)

9. Егер α және β — ақырсыз аз шамалар болса және $\frac{\alpha}{\beta} \rightarrow c \neq 0$, онда олардың реттілігі туралы не айтуға болады?
-

10. Дәлелдеңдер:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

11. $x \rightarrow \infty$ кезінде келесі шамалардың өсуін салыстырыңдар:

$$\ln x, \quad x^{1/3}, \quad x, \quad e^x$$

Қайсысы тез өседі, қайсысы баяу?

12. Келесі шектің мәнін табыңдар:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$$

13. Егер $f(x) \sim g(x)$ болса ($x \rightarrow a$), онда

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$$

екенін дәлелдеңдер.

III. Қосымша тапсырмалар (шығармашылық)

14. Ақырсыз аз шамаларды қатар түрінде өрнектеп, олардың жуық мәндерін есептеңдер:

- a) $\sin x \approx ?$
 - b) $\ln(1 + x) \approx ?$
 - c) $e^x \approx ?$
-

15. $x \rightarrow 0$ кезінде $\frac{e^x - \cos x}{x}$ шамасының шегін есептеңдер.

16. Мына шектердің мәндерін есептеңдер және олардың ақырсыз аз шамаларға сәйкестігін көрсетіңдер:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
 - b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$
 - c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$
-

IV. Бағалау деңгейі

- 1–4 есептер: негізгі білім (3–4 балл)
- 5–8 есептер: қолдану деңгейі (5–6 балл)
- 9–13 есептер: талдау және дәлелдеу (7–8 балл)
- 14–16 есептер: шығармашылық және зерттеу (9–10 балл)



**АҚЫРСЫЗ АЗ ЖӘНЕ АҚЫРСЫЗ ҮЛКЕН ШАМАЛАР ТАҚЫРЫБЫ БОЙЫНША
ТЕСТ**

1. Ақырсыз аз шама деп қандай шаманы айтамыз?

- A) Өте кішкентай, бірақ нөлден өзге тұрақты сан.
- B) Нөлге ұмтылатын айнымалы функция.
- C) Өте үлкен айнымалы шама.
- D) Тұрақты шама.

→ **Дұрыс жауап:** B

2. Егер $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ болса, онда $f(x)$ —

- A) Ақырсыз аз шама.
- B) Ақырсыз үлкен шама.
- C) Тұрақты.
- D) Периодты функция.

→ **Дұрыс жауап:** A

3. Ақырсыз үлкен шама дегеніміз не?

- A) Кішірейіп отыратын функция.
- B) Шегі шексіздікке ұмтылатын функция.
- C) Нөлге тең функция.
- D) Теріс шама.

→ **Дұрыс жауап:** B

4. $f(x) = 1/x$ функциясы $x \rightarrow 0^+$ кезінде қандай болады?

- A) Ақырсыз аз.
- B) Ақырсыз үлкен.
- C) Тұрақты.
- D) Теріс.

→ Дұрыс жауап: B

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$. Бұл мысал —

- A) Ақырсыз аз шаманың мысалы.
- B) Ақырсыз үлкен шаманың мысалы.
- C) Тұрақты шаманың мысалы.
- D) Тұрақсыз функция.

→ Дұрыс жауап: A

6. Егер $\alpha(x)$ — ақырсыз аз шама болса, онда $\frac{1}{\alpha(x)}$ —

- A) Ақырсыз аз.
- B) Ақырсыз үлкен.
- C) Тұрақты.
- D) Теріс.

→ Дұрыс жауап: B

7. Ақырсыз аз шамалардың қосындысы неге ұмтылады?

- A) ∞
- B) 1
- C) 0
- D) Белгісіз

→ Дұрыс жауап: C

8. Егер $f(x)$ пен $g(x)$ ақырсыз аз болса және $\frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow 1$, онда оларды қалай атайды?

- A) Бір ретті шамалар.
- B) Тең шамалар.
- C) Тең ретті ақырсыз аз шамалар.
- D) Бірліктер.

→ Дұрыс жауап: C

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ — қандай түрдегі шек?

- A) 0/0 белгісіз түрі.
- B) ∞/∞ белгісіз түрі.
- C) 1/1 белгілі түрі.
- D) $0 \cdot \infty$ белгісіз түрі.

→ Дұрыс жауап: A

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x$ мәні қандай?

- A) 0
- B) ∞
- C) 1
- D) Жоқ.

→ Дұрыс жауап: B

11. Егер $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$, мұндағы L — нақты сан болса, $f(x)$ —

- A) Ақырсыз аз.
- B) Ақырсыз үлкен.
- C) Тұрақтанатын функция.
- D) Периодты функция.

→ Дұрыс жауап: C

12. $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$. Бұл —

- A) Ақырсыз аз шаманың мысалы.
- B) Ақырсыз үлкен шаманың мысалы.
- C) Белгісіз түр.
- D) Тұрақты мән.

→ Дұрыс жауап: A

13. Егер $\alpha(x) \rightarrow 0$ және $\beta(x) \rightarrow \infty$, онда $\alpha(x)\beta(x)$ не болады?

- A) Ақырсыз үлкен.
- B) Нөл.
- C) Белгісіз түр $(0 \cdot \infty)$.
- D) Тұрақты.

→ Дұрыс жауап: C

14. Ақырсыз үлкен шаманың кері шамасы —

- A) Ақырсыз үлкен.
- B) Ақырсыз аз.
- C) Тұрақты.
- D) Белгісіз.

→ Дұрыс жауап: B

15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$. Бұл —

- A) Ақырсыз үлкен шама.
- B) Ақырсыз аз шама.
- C) Белгісіз түр.
- D) Тұрақты функция.

→ Дұрыс жауап: B