

Матгалдау -1

Екінші лекция

Кеңейтілген сандар өсіндегі нүктенің ε -эпсилон ($\varepsilon > 0$) маңайы (төмендегі суретті қараңыз)

1) $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ аралығы a нақты санының ε маңайы деп аталады да $O_\varepsilon(a)$, $U_\varepsilon(a)$, т.с.с. символдармен белгіленеді: $O_\varepsilon(a) = (a - \varepsilon, a + \varepsilon)$. Бұл маңайды келесі түрлердедежазуға болады

$$\begin{aligned}(a - \varepsilon, a + \varepsilon) &= \{x \in R : a - \varepsilon < x < a + \varepsilon\} = \\ &= \{x \in R : -\varepsilon < x - a < \varepsilon\} = \{x \in R : |x - a| < \varepsilon\} = O_\varepsilon(a).\end{aligned}$$

Ендеше, $O_\varepsilon(a) = (a - \varepsilon, a + \varepsilon) = \{x \in R : |x - a| < \varepsilon\}$.

2) Егер $a = +\infty$ болса, онда

$$O_\varepsilon(+\infty) = (\varepsilon, +\infty] = \{x \in R : x > \varepsilon\} \cup \{+\infty\};$$

3) Егер $a = -\infty$ болса, онда

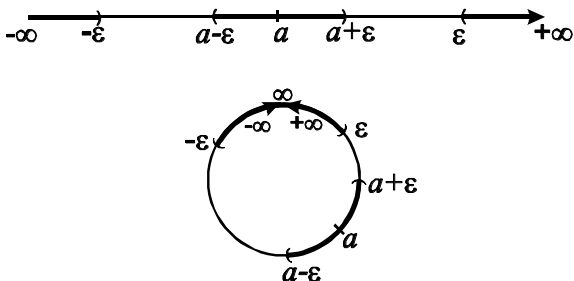
$$O_\varepsilon(-\infty) = [-\infty, -\varepsilon) = \{x \in R : x < -\varepsilon\} \cup \{-\infty\}.$$

Сонымен бірге математикада **ақырсыздық** деп аталатын ∞ символы да жиі пайдаланылады. **Таңбасы көрсетілмеген ақырсыздық үшін реттік қатыс болмайды.** Оның ε маңайы келесі түрде жазылады (төмендегі суретті қараңыз):

$$4) O_\varepsilon(\infty) = [-\infty; -\varepsilon) \cup (\varepsilon; +\infty] = \{x \in R : |x| > \varepsilon\} \cup \{-\infty\} \cup \{+\infty\}.$$

Егер a ақырлы немесе ақырсыз нүктені білдірсе, онда оның қандай да бір маңайын $U(a)$, $O(a)$, т.с.с. белгілейді.

Ескерту. Соңғы 2), 3) және 4) анықтамаларда $\varepsilon > 0$ шарты тек анықтамалар бірдей түрде тұжырымдалуы үшін ғана қажет.



Егер a ақырлы немесе ақырсыз нүктені білдірсе, онда оның кандай да бір маңайын $U(a)$, $O(a)$, т.с.с. белгілейді.

Ескерту. Соңғы 2), 3) және 4) анықтамаларда $\varepsilon > 0$ шарты тек анықтамалар бірдей түрде тұжырымдалуы үшін ғана қажет.

Мысалдар. 1) $O_{0,1}(10) = (9, 9; 10, 1)$; 2) $O_{100}(+\infty) = (100; +\infty)$;

3) $O_{100}(-\infty) = [-\infty; -100]$; 4) $O_{10}(\infty) = [-\infty; -10] \cup (10; +\infty)$.

$X = \{x\} \subset R$ – кез келген нақты сандар жиыны болсын.

Егер кез келген $x \in X$, яғни X – жиынының кез келген элементі үшін, $x \leq M$ теңсіздігі орындалатын $M \in R$ нақты саны бар болса (кванторлар тілінде: $\forall x \in X, \exists M \in R: x \leq M$), онда X – **жоғарыдан шенелген жиын**, ал M – оның **жоғарғы шекарасы** деп аталады. Бұл жағдайда кез келген $M' > M$ саны да X жиынының жоғарғы шекарасы бола алатындықтан $[M; +\infty]$ аралығы X жиынының **жоғарғы шекаралар жиынын** құрайды: $X_{\infty} = [M; +\infty]$. Мысалы, $X = \{-2\} \cup [1; 3) \cup (10; 15)$ жиынының жоғарғы шекарасы $M = 15$, өйткені, $\forall x \in X, \exists M = 15: x \leq 15$. Бұл жиынның жоғарғы шекаралар жиыны – $X_{\infty} = [15; +\infty]$.

Егер кез келген $x \in X$ үшін $x \geq m$ теңсіздігі орындалатындай $m \in R$ нақты саны табылса (кванторлар тілінде: $\forall x \in X, \exists m \in R: x \geq m$), онда X – **төменнен шенелген жиын**, ал m – оның **төменгі шекарасы** деп аталады. Бұл жағдайда кез келген $m' < m$ саны да X жиынының төменгі шекарасы бола алатындықтан $[-\infty; m]$ аралығы X жиынының **төменгі шекаралар жиынын** құрайды: $X_{\text{об}} = [-\infty; m]$. Мысалы, жоғарыдағы $X = \{-2\} \cup [1; 3) \cup (10; 15)$ жиынының төменгі шекарасы: $m = -2$, өйткені, $\forall x \in X, \exists m = -2: x \geq -2$. Ал оның төменгі шекаралар жиыны: $X_{\text{об}} = [-\infty; -2]$.

Егер X төменнен де, жоғарыдан да шенелген, яғни

$$\forall x \in X, \exists m \in R, \exists M \in R: m \leq x \leq M, \quad (1)$$

болса, онда X – **шенелген жиын** деп аталады.

Мысалы, жоғарыдағы $X = \{-2\} \cup [1; 3) \cup (10; 15)$ – шенелген жиын, өйткені, $\forall x \in X, \exists m = -2, M = 15: -2 \leq x \leq 15$.

Дербес жағдайда, егер

$$\forall x \in X, \exists M > 0: |x| \leq M, \quad (1')$$

яғни кез келген $x \in X$ нақты саны үшін $-M \leq x \leq M$ қос теңсіздігі орындалатындай $M > 0$ нақты саны бар болса, онда X – **шенелген жиын**. Мысалы, **а)** $(-3; 1)$ – шенелген жиын, өйткені, $\forall x \in (-3, 1), \exists M = 3: |x| \leq 3$; **б)** $\sin x$ функциясының мәндер жиыны – шенелген жиын, өйткені, $\forall x \in R, \exists M = 1: |\sin x| \leq 1$.

Егер X жоғарыдан шенелмеген жиын болса, онда кез келген $M > 0$ саны үшін $x_0 \leq M$ шарты орындалмайтындай $x_0 \in X$ элементі табылады деген сөз ($\overline{x_0 \leq M} \Leftrightarrow (x_0 > M)$). Сондықтан, (1') тұжырымын терістейтін тұжырымды құрастыру үшін, кванторлар астындағы өрнектерді өзара орын ауыстырады да тұжырымды оған қарама қарсы тұжырымға ауыстырады

$$\forall x \in X, \exists M > 0: |x| \leq M \Leftrightarrow (\forall M > 0, \exists x_0 \in X: |x_0| > M). \quad (2)$$

Мысалы, а) натурал сандар жиыны $N = \{1, 2, \dots\}$ – жоғарыдан шенелмеген, өйткені, $\forall M > 0, \exists x_0 = [M] + 1 \in N: |x_0| > M$. Бірақ $\forall n \in N, n < +\infty$, орындалатындықтан N жиынының жоғарғы шекарасы ретінде $+\infty$ алынады;

б) бүтін сандар жиыны $Z = \{\dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ – жоғарыдан да төменнен де шенелмеген жиын, бірақ $\forall n \in Z, -\infty < n < +\infty$ орындалатындықтан, Z жиынының төменгі шекарасы: $-\infty$, ал жоғарғы шекарасы: $+\infty$.

$X \subset \bar{R}$ сандар жиынында ең үлкен M (ең кіші m) саны бар болуы мүмкін. Басқаша айтқанда, әрбір $x \in X$ үшін $x \leq M$ ($x \geq m$) теңсіздігін қанағаттандыратын $M \in X$ ($m \in X$) саны бар болуы мүмкін. Мұндай жағдайда M санын (m санын) ***X сандар жиынының ең үлкен элементі (ең кіші элементі)*** деп атайды да, келесі түрде белгілейді: $M = \max_{x \in X} X = \max_{x \in X} x$ ($m = \min X = \min_{x \in X} x$).

$X \subset R$ жиынының ***жоғарғы шекаралар жиынының ең кіші элементі*** X жиынының ***дал жоғарғы шекарасы*** деп аталады да, $\sup X$ немесе $\sup_{x \in X} \{x\}$ арқылы белгіленеді және «супремум X » деп

оқылады (лат. *supremum* – ең жоғарғы): $\sup_{x \in X} \{x\} = \min_{x \in X} X_{\alpha \emptyset}$.

$X \in R$ жиынының ***төменгі шекаралар жиынының ең үлкен элементі*** X жиынының ***дал төменгі шекарасы*** деп аталады да, $\inf X$ немесе $\inf_{x \in X} \{x\}$ арқылы белгіленеді және «инфимум X » деп

оқылады (лат. *infimum* – ең төменгі): $\inf_{x \in X} = \max_{x \in X} X_{\alpha \emptyset}$.

Мысал. $X = [2; 3)$ жиынының ең кіші элементі бар: $\min X = \min [2; 3) = 2$, өйткені $\forall x \in [2; 3), x \geq 2$ және $2 \in X$. Бірақ бұл жиынның ең үлкен элементі жоқ. Шынында да, 3 саны ең үлкен элемент бола алмайды, өйткені, $3 \notin X$. Бұдан, кез келген $M > 3$ саны да ең үлкен элемент бола алмайтыны шығады. Кез келген $2 < c < 3$ саны да ең үлкен элемент бола алмайды, өйткені $c < c' < 3$

болатындай $c' \in X$ элементі табылады (мысалы, $c' = \frac{c+3}{2}$ саны;

$c < \frac{c+3}{2} < 3$ теңсіздіктерін тексеріңіздер);

$\sup[2;3)=3$, өйткені «3» саны $X=[2;3)$ жиынының жоғарғы шекаралар жиыны - $[3;+\infty)$ аралығының ең кіші элементі;

$\inf[2;3)=\min[2;3)=2$ болатынын көрсету оқушыға тап-сырылады.

Егер X – жоғарыдан (төменнен) шенелмеген жиын болса, онда $\sup X = +\infty$ ($\inf X = -\infty$). Мысалы, $\sup \mathbb{N} = +\infty$; $\inf \mathbb{Z} = -\infty$.

Ескерту. Дәл жоғарғы шекара (дәл төменгі шекара) анықтамасын басқаша түрлерде де беруге болады. Солардың бір түрін келтірейік.

X – сандар жиыны берілсін (ол шенелмеген болуы да мүмкін).

Егер,

1) $\forall x \in X, x \leq M$ ($x \geq m$);

2) кез келген ақырлы $M_1 \leq M$ ($m_1 \geq m$) саны үшін $M_1 < x_1 \leq M$ ($m_1 > x_1 \geq m$) теңсіздігі орындалатындай $x_1 \in X$ саны бар болса, онда M (сәйкес m) саны (ақырлы немесе ақырсыз) X жиынының **дәл жоғарғы (дәл төменгі) шекарасы** деп аталады.

§ 4.2. Функция

4.2.1. Функция және оның берілу тәсілдері.

D қандай да бір сандар жиыны болсын. Егер әрбір $x \in D$ санына жалғыз y санын сәйкес қоятын f ережесі көрсетілсе, онда D жиынында **сан мәнді функция** берілді дейді және оны $y = f(x)$, $x \in D$ арқылы белгілейді. Ереже $f, g, h, \dots$ әріптерімен, кейде y әрпінің өзімен де белгілене береді, мысалы $y = y(x)$.

D – функцияның **анықталу жиыны (аймағы)**, ал $E = \{y \in \mathbb{R} : y = f(x), x \in D\}$ – функцияның **мәндер жиыны** деп аталады. Бұл жағдайда E жиыны D жиынының f функция бойынша алынған **бейнесі** деп аталады да $f : D \rightarrow E$ немесе $E = f(D)$ арқылы белгіленеді. y –

тәуелді айнымал шама, ал x – **аргумент** деп аталады. Аргумент – тәуелсіз айнымал немесе басқа бір тәуелсіз айнымал t -ге тәуелді шама болуы да мүмкін: $x = \varphi(t)$. Аргументтің берілген x_0 мәніне сәйкес келетін $y_0 = f(x_0)$ санын, $x = x_0$ нүктесіндегі **функция мәні** деп атайды (оны $f(x)|_{x=x_0}$ арқылы да белгілейді).

Функция түсінігі санды мәнді функциялармен ғана шектелмейді.

D және E – табиғаты кез келген жиындар болсын.

Анықтама. Егер әрбір $x \in D$ элементіне қандай да бір f ережесі бойынша жалғыз $y = f(x) \in E$ элементі сәйкес келсе, онда D жиынында анықталған f функциясы берілді дейді.

Мысалы, егер D – кеңістіктегі векторлар жиыны, ал $E = [0; +\infty)$ сандар жиыны болса, онда $y = |\vec{x}|$ функциясы әрбір $\vec{x} \in D$ векторына оның модулін сәйкес қояды: $y = |\vec{x}| \in E$.

Функцияларды түрлі тәсілдермен беруге болады.

1. **Кестелік тәсіл.** Функция кесте түрінде берілуі мүмкін. Мысалы, T - ауа температурасы сағат сайын өлшенсін. Онда әрбір $t = 0, 1, 2, \dots, 24$ уақыт мезгілдеріне $T_0, T_1, \dots, T_{24}$ сандары сәйкес келеді, яғни 0-ден 24-ке дейінгі бүтін сандар жиынында анықталған кестемен берілген $T = f(t)$ функциясын аламыз (кестені қараңыз).

t	0	1	2	...	24
T	T_0	T_1	T_2	...	T_{24}

Бұл тәсіл функцияны толық сипаттай алмайды, өйткені кесте функцияның анықталу аймағындағы барлық нүктелерді қамтуы мүмкін емес. Мысалы, мына төменде көрсетілген кестедегі мәндер $y = x$ және $y = x^3$ функцияларының екеуін де қанағаттандырады:

x	-1	0	1
y	-1	0	1

Графиктік тәсіл. ОХУ жазықтығындағы $x \in D$ және $y = f(x)$ болатын (x, y) нүктелер жиыны $y = f(x)$ функциясының **графикі** деп аталады.

Аналитикалық тәсіл. Мұнда x аргументінің берілген мәніне сәйкес келетін функция мәнін есептеу алгоритмі $y = f(x)$ нақты көрсетіледі. Бұл жағдайда функцияның анықталу жиыны деп, берілген өрнектің мағынасы болатындай x аргументінің жиынын түсінеді.

Мысалы, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ функциясының анықталу жиыны

$D = \{x: |x| < 1\} = (-1; 1)$, ал мәндер жиыны $E = \{y \in \mathbb{R}: y \geq 1\} = [1; +\infty)$.

$f: D \rightarrow E$ функциясы $\forall x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2$ мәндеріне $f(x_1) \neq f(x_2)$ шарты орындалатындай $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2)$ мәндерді сәйкестендіретін функция болсын. Онда әрбір $y \in E$ санына $f(x) = y$ болатындай қандай да бір анықталған $x \in D$ санының сәйкес қойылуы мүмкін. Осылай анықталған $f^{-1}: E \rightarrow D$ функциясы берілген f функциясына **кері функция** деп аталады. $y = f(x)$ функциясына кері функцияны табу үшін бұл теңдеудегі x -ті табамыз: $x = f^{-1}(y)$, содан соң бірыңғайлылық үшін x пен y -ті өзара орын алмастырамыз.

Мысалы, $y = 5x$ функциясына кері функция $y = \frac{1}{5}x$.

Егер $f: X \rightarrow Y$ және $g: Y \rightarrow Z$ функциялары берілсе, онда олардың **композициясы** немесе **күрделі функциясы** деп, $h = h(x) = g(f(x))$, $x \in X$ теңдігімен анықталған, $h = g \circ f: X \rightarrow Z$ арқылы белгіленетін функцияны айтады.

Мысалы, $f(x) = x + 1$ және $g(x) = x^2$ болса, онда $g(f(x)) = (x + 1)^2$, $f(g(x)) = x^2 + 1$ болады.

Егер $y = f(x)$ функциясының D анықталу жиыны $x = 0$ нүктесімен салыстырғанда **симметриялы** болып, сонымен бірге

$$\forall x \in D, f(-x) = f(x) \quad (\forall x \in D, f(-x) = -f(x))$$

теңдігі орындалса, онда $f(x)$ – **жұп (тақ) функция** деп аталады.

Мысалы, $y = \cos x$, $y = x^{2n}$, $n \in N$, $y = f(|x|)$ функциялары жұп, ал $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, $y = x^{2n-1}$, $n \in N$, $y = x \cdot f(|x|)$ функциялары тақ (тексеріңіздер); $y = \sqrt{x}$, $y = x + x^2$ – жұп та, тақ та емес функциялар.

Екі жұп немесе екі тақ функциялардың көбейтіндісі – жұп функция, ал жұп функция мен тақ функциялардың көбейтіндісі тақ функция болатынын көру қиын емес (көз жеткізіңіз!). Жұп функция графигі y өсімен салыстырғанда симметриялы, ал тақ функция графигі координат бас нүктесімен салыстырғанда симметриялы.

$$\text{Мысалы, } y = \operatorname{sign} x = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0 \end{cases} \text{ функциясы } (-\infty; +\infty) \text{ аралығында}$$

анықталған тақ функция. Мәндер жиыны үш нүктеден: 1, 0, -1 тұрады.

Анықталу аймағы $x=0$ нүктесімен салыстырғанда симметриялы кез келген функцияны жұп және тақ функциялардың қосындысы ретінде жазуға болады:
$$f(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2} + \frac{f(x) - f(-x)}{2}.$$

Егер $\forall x \in R$ үшін $f(x+T) = f(x)$ теңдігі орындалатындай T он саны табылса, онда функция **периодты** (периоды T -ге тең) деп аталады. Мысалы, $\sin x$ функциясының периоды 2π , ал $\sin mx$, $m \in N$ функциясының да периоды 2π болады, бірақ оның ең кіші периоды $T = \frac{2\pi}{m}$.

Егер $x_1 < x_2$ болатын $\forall x_1, x_2 \in D(f)$ сандары үшін:

$f(x_1) \leq f(x_2)$ орындалса, онда $y = f(x)$ – **кемімейтін**,

$f(x_1) \geq f(x_2)$ орындалса, онда $y = f(x)$ – **өспейтін**,

$f(x_1) < f(x_2)$ орындалса, онда $y = f(x)$ – **өспелі**,

$f(x_1) > f(x_2)$ орындалса, онда $y = f(x)$ – **кемімелі**

функция деп аталады.

X жиынында осы төрт қасиеттің тек біріне ғана ие болатын функцияны X **жиынында монотонды** деп атайды.

Мысалы, $y = x^2$ функциясы $X = (-\infty; 0)$ және $X = (0; +\infty)$ жиындарының арқайсысында монотонды (сәйкес, кемімелі және өспелі), ал $X = (-\infty; +\infty)$ жиынында монотонды емес.

Ескерту. Берілген Δ аралығының нүктелерінде **нақты мәнге** немесе $+\infty$, $-\infty$ ақырсыздықтарының біріне тең болатын функция туралы «функция Δ аралығында **кең мағынада анықталған**» деп

айтамыз. Мысалы, $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3}, & x \neq 3, \\ -\infty, & x = 3 \end{cases}$ функциясы $(-\infty, +\infty)$

аралығында **кең мағынада анықталған**.

4.2.2. Элементар функциялар.

Негізгі элементар функцияларға* мына функциялар жатады: $y = C$ (C – тұрақты); $y = x^\alpha$ ($\alpha \neq 0$) – **дәрежелік функция**; $y = a^x$, ($a > 0$, $a \neq 1$) – **көрсеткіштік функция**; $y = \log_a x$ ($a > 0$, $a \neq 1$) – **логарифмдік функция**; $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$ – **тригонометриялық функциялар**;

$y = \arcsin x$; $y = \arccos x$; $y = \operatorname{arctg} x$ – **кері тригонометриялық функциялар**.

Бұл функцияларға арифметикалық амалдар мен функциядан функция алу амалдарын қолданып **элементар функцияларды** аламыз (амалдар саны ақырлы болуы керек).

Мысалы, $y = \lg(a^x + \sin^2 x + 1)$ – элементар функция*.

Мұнда біз негізгі элементар функциялардың қасиеттерін атап, олардың графиктерін ғана көрсетеміз.

1) $y = C$ – тұрақты функция. Мұнда әрбір x нақты санға (нүктеге) бір ғана C саны сәйкес келеді. Бұл функцияның графигі – x өсіне параллель және $y = C$ нүктесі арқылы өтетін түзу.

2) $y = x^a$, $a \in Q$, $a \neq 0$ – дәрежелік функцияның графигі:

а) $a = n \in N$, яғни $y = x^n$, $n \in N$ болып, $n = 2k$, ($k = 1, 2, \dots$) – жұп сан болған жағдайы 5-суретте, ал $n = 2k - 1$, ($k = 1, 2, \dots$) – тақ сан болған жағдайы 6-суретте көрсетілген.

б) $y = x^{-n}$, $n \in N$ – дәрежелік функцияның графигі: n жұп сан болса 7-суретте, ал n тақ сан болса, 8-суретте көрсетілген.

в) $y = x^{\frac{1}{n}}$, $n \in N$ – дәрежелік функцияның графигі:

n – жұп сан болса 9-суретте, ал n – тақ сан болса 10-суретте көрсетілген.

г) $y = x^{-\frac{1}{n}}$, $n \in N$ – дәрежелік функцияның графигі:

n – жұп сан болса 11-суретте, ал n – тақ сан болса 12-суретте көрсетілген. Дәреже көрсеткішінің басқа мәндер жағдайларын өздеріңіздің қарастыруларыңызға ұсынамыз.

3) $y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$ – көрсеткіштік функцияның графигі: $0 < a < 1$ жағдайы 13-суретте, ал $a > 1$ жағдайы 14-суретте көрсетілген.

* Негізгі элементар функциялар туралы толығырақ мәліметтерді Айдос Е.Ж., Балықбаев Т.О. Математика бойынша жоғары оқу орындарына түсушілерге арналған құрал, ЖШС РПБК «Дәуір», Алматы 2006, атты кітаптан қарауға болады.

4) $y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$ логарифмдік функцияның графигі: $0 < a < 1$ жағдайы 15-суретте, ал $a > 1$ жағдайы 16-суретте көрсетілген.

5) $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$ тригонометриялық функциялардың графиктері сәйкес 17-20-суреттерде көрсетілген.

6) $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \arctg x$, $y = \operatorname{arccctg} x$ кері тригонометриялық функциялардың графиктері 21-24-суреттерде көрсетілген.

1-мысал. Функцияның анықталу жиынын табу керек:

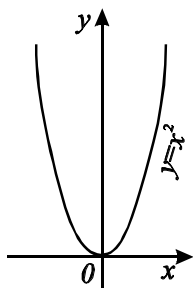
$$y = \arcsin(2x+1)$$

▼ Бұл функция – синусы « $2x-1$ »-ге тең болатын бұрыш, ал синус функциясының мәндері $[-1; 1]$ болатындықтан: $-1 \leq 2x+1 \leq 1$ немесе $-2 \leq 2x \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 0$. Сонымен $D = [-1; 0]$. ▲

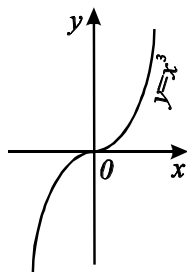
2-мысал. $y = \sqrt{1-x^2} + \log_3 x$ функциясының анықталу жиынын табу керек.

▼ Мұндағы функцияның анықталу жиыны $\sqrt{1-x^2}$ және $\log_3 x$ өрнектері мағыналы болатындай x -тің мәндер жиыны, яғни $\begin{cases} 1-x^2 \geq 0, \\ x > 0, \end{cases}$ теңсіздіктер жүйесінің шешімдер жиыны. Жүйені шешеміз:

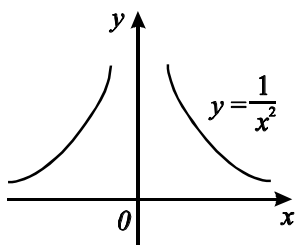
$$\begin{cases} 1-x^2 \geq 0, \\ x > 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| \leq 1, \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 1, \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 1. \quad D = (0; 1]. \quad \blacktriangle$$



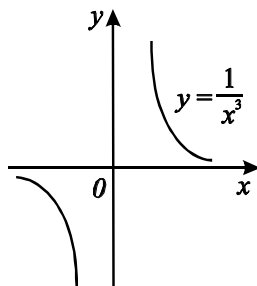
5-сурет



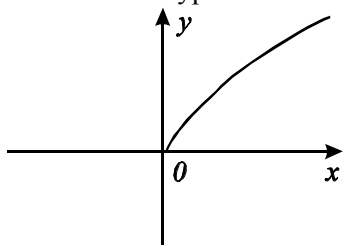
6-сурет



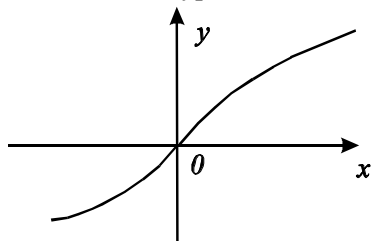
7-сурет



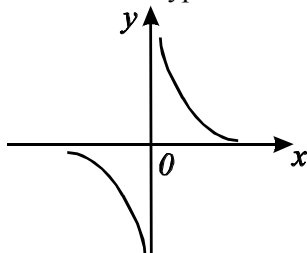
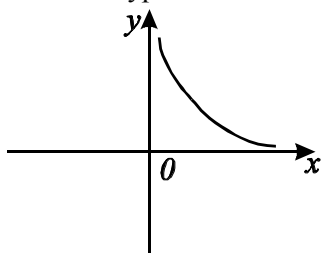
8-сурет



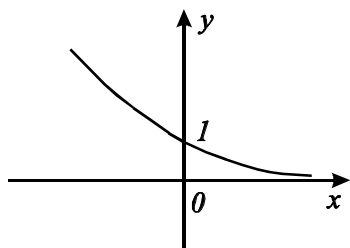
9-сурет



10-сурет

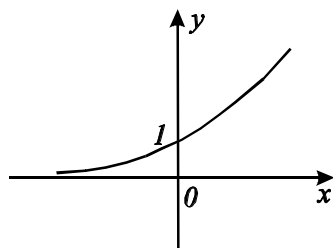


11-цүр

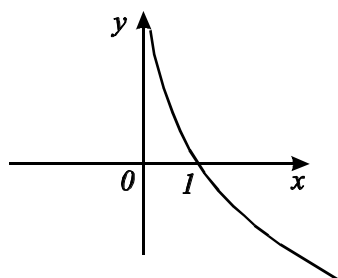


13-цүр

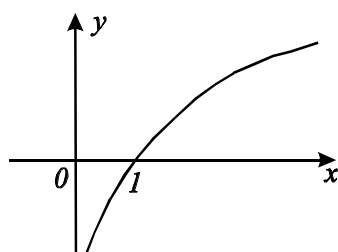
12-цүр



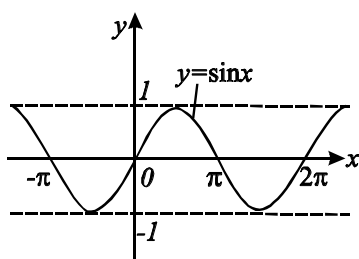
14-цүр



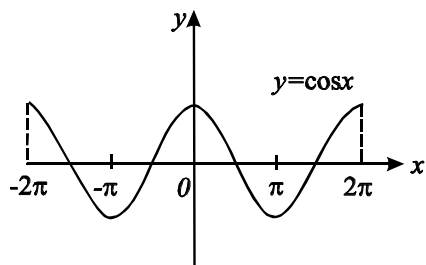
15-цүр



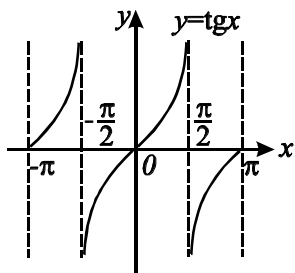
16-цүр



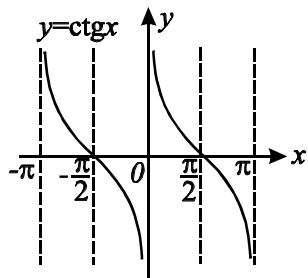
17-цүр



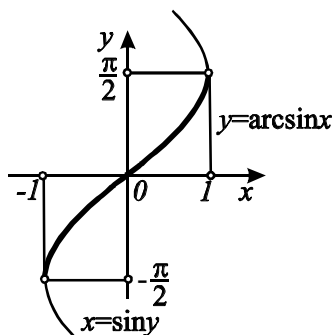
18-цүр



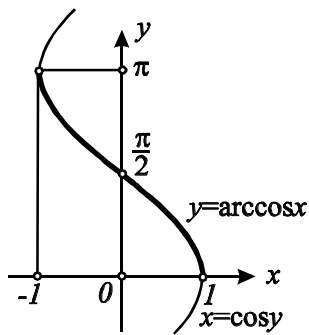
19-цyper



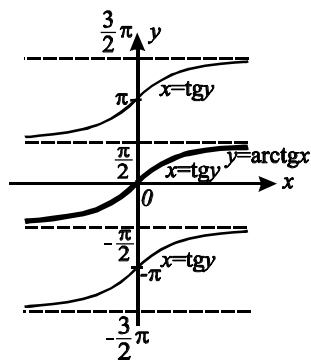
20-цyper



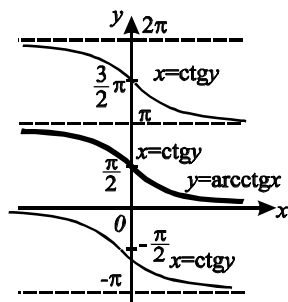
21-цyper



22-цyper



23-цyper



24-цyper