14-дәріс

МЕНШІКСІЗ ИНТЕГРАЛДАРДЫҢ ЖИНАҚТАЛУЫ: КОШИ КРИТЕРИЙІ, АБЕЛЬ ЖӘНЕ ДИРИХЛЕ БЕЛГІЛЕРІ

Меншіксіз интеграл жинақталуының Коши критерийі. $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ *интегралы жинақталуы (нақты сан болатын мәні болуы) үшін әр* ε *оң саны үшін* $R_\varepsilon < A < A'$ *болған сайын*

$$\left|\int_A^{A'} f(x)dx\right| < \varepsilon$$

теңсіздігі орындалатындай $R_\varepsilon > a$ *саны табылуы қажетті де жеткілікті.*

Интегралдың абсолютті жинақталуы. Егер де $f(x)$ функциясы $[a,+\infty)$ аралығында анықталып, $a < A$ болатындай әр A нақты саны үшін $[a,A]$ сегментінде Риман бойынша интегралданып, оның абсолюттік шамасы болатын $|f(x)|$ функциясы $[a,+\infty)$ аралығында интегралданса, яғни $\int_a^{+\infty} |f(x)|dx$ интегралы жинақталса, онда $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ меншіксіз интегралы *абсолютті жинақталады* не $f(x)$ функциясы $[a,+\infty)$ аралығында *абсолютті интегралданады* дейді.

Теорема. *Абсолютті жинақталатын интеграл жинақталады.*

Дирихле және Абель белгілері.

Дирихле белгісі. $[a,+\infty)$ *аралығында* $f(x)$ *функциясы анықталсын. Егерде оны сол аралықта анықталған және*

α*) қайсыбір* $M > 0$ *мен әр* $A > a$ *үшін* $u(x)$ *функциясы* $[a,A]$ *сегментінде интегралданып,*

$$\left|\int_a^A u(x)dx\right| \le M$$

теңсіздігі орындалсын,

β*)* $v(x)$ *функциясы* $[a,+\infty)$ *аралығында монотонды болып,* $\lim\limits_{x\to+\infty} v(x) = 0$ *теңдігі орындалсын,*

шарттарын қанағаттандыратын $u(x)$ *және* $v(x)$ *функцияларының көбейтіндісі ретінде бейнелеуге болса, яғни әр* $x \in [a,+\infty)$ *үшін* $f(x) = u(x)\cdot v(x)$ *тендігі орындалса, онда*

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx \qquad (1)$$

интегралы жинақталады.

Абель белгісі. $f(x)$ *функциясы* $[a,+\infty)$ *аралығында анықталсын. Егер де оны сол аралықта анықталған және*

1) $\int_a^{+\infty} u(x)dx$ *меншіксіз интегралы жинақталады,*

2) $v(x)$ *функциясы* $[a,+\infty)$ *аралығында монотонды және шенелген шарттарын қанағаттандыратын* $u(x)$ *және* $v(x)$ *функцияларының көбейтіндісі ретінде бейнелеу мүмкін болса, яғни әр* $x \in [a,+\infty)$ *үшін* $f(x) = u(x) \cdot \upsilon(x)$ *теңдігі орындалса, онда (1) интегралы жинақталады.*

Негізгі әдебиеттер

1. Темірғалиев Н. Математикалық анализ: оқу құралы. 2-бөлім. - Алматы : Ана тілі, 1991. - 400 б.
2. Темиргалиев Н. Математикалық анализ (өңделген және толықтырылған екінші басылым). Т. I. Т. II. -Астана, электронды басылым. 2023, 2000 бет.