EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY

Дәріс 6

ШАРТТЫ ЫҚТИМАЛДЫҚ. ЫҚТИМАЛДЫҚТЫҢ НЕГІЗГІ ФОРМУЛАЛАРЫ

Дәріс құрылымы

- ✓ Шартты ықтималдық
- ✓ Ықтималдықтарды көбейту формуласы
- ✓ Гипотезалар
- ✓ Толық ықтималдық формуласы
- ✓ Байес формуласы

Анықтама 1. $(\Omega, \sigma F, P)$ ықтималдылық кеңістігі мен $P(H) > 0$ шартын қанағаттандыратын H оқиғасы берілсін.

A және H оқиғаларының қиылысу ықтималдылығының H оқиғасының ықтималдығына қатынасы, яғни

$$P(A|H) = \frac{P(AH)}{P(H)}$$

саны H оқиғасы орындалғандағы A оқиғасы орындалуының *шартты ықтималдығы* деп аталады да, $P(A|H)$ (кейбір әдебиеттерде $P_H(A)$) арқылы белгіленеді.

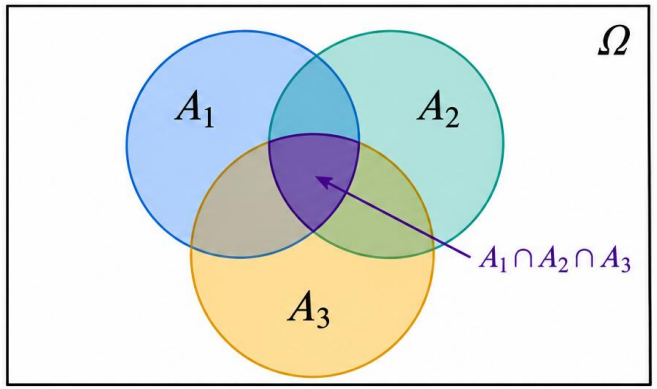
Теорема 1. *$(\Omega, \sigma F, P)$ ықтималдық кеңістігі мен $P(A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n) > 0$ шартын қанағаттандыратын $A_1, A_2, \ldots, A_n$ оқиғалары берілсін, онда*

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot \ldots \cdot P(A_n| A_1 \cdot \ldots \cdot A_{n-1})$$

теңдігі орындалады

Және де бұл $A_1, A_2, \ldots, A_n$ оқиғалары үшін *көбейту формуласы* деп аталады.

Ықтималдықтарды көбейту формуласы



$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2 \,|\, A_1) \cdot P(A_3 \,|\, A_1 \cap A_2).$$

$$P(A_1 \cap \cdots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2 \,|\, A_1) \cdot \cdots \cdot P(A_n \,|\, A_1 \cap \cdots \cap A_{n-1}).$$

Үш оқиға үшін көрнекі мысал

Анықтама 2. $(\Omega, \sigma F, P)$ ықтималдылық кеңістігі және $\{H_i\}_i$ оқиғалардың ақырлы не саналымды саны берілсін. Өзара қиылыспайтын (үйлесімсіз), бірігуі барлық мүмкін элементар оқиғалар жиыны Ω жиынын беретін, яғни

$$H_i \cap H_j = \emptyset \ (i \neq j); \sum_i H_i = \Omega$$

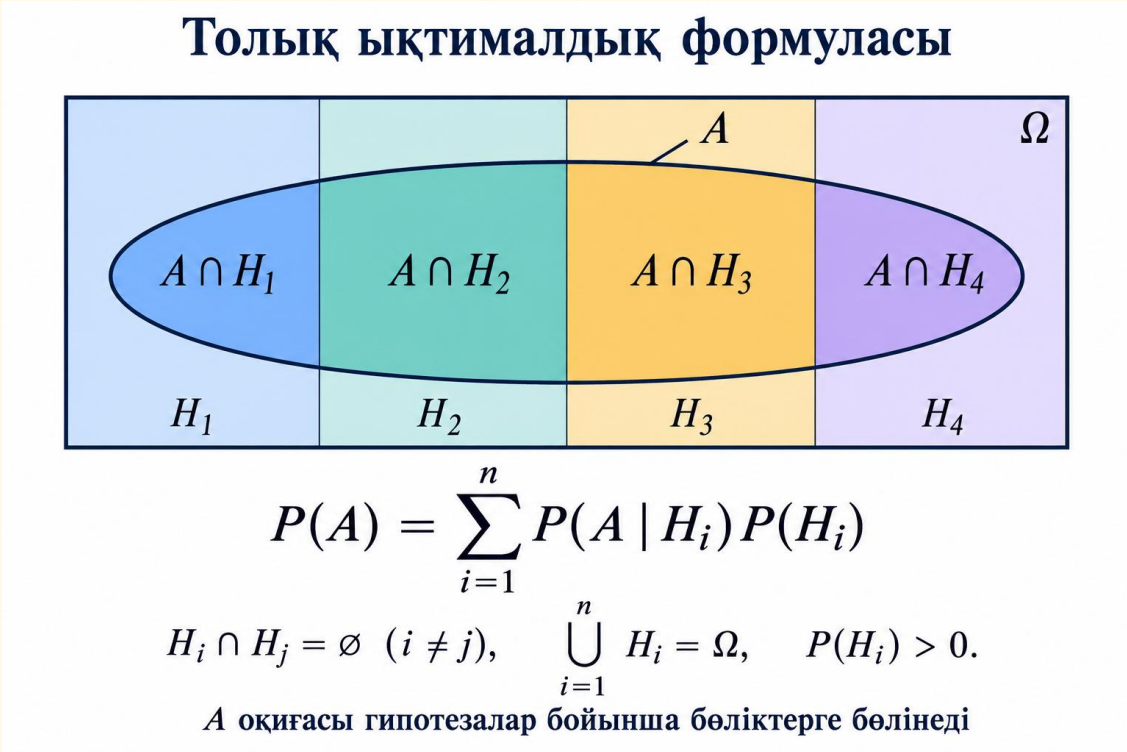
шартын қанағаттандыратын $\{H_i\}_i$ оқиғалары *гипотезалар* деп аталады.

Толық ықтималдық формуласы.

Теорема 2. $(\Omega, \sigma F, P)$ ықтималдылық кеңістігі, A оқиғасы және $\{H_i\}_i$ гипотезалары берілсін. Онда

$$P(A) = \sum_i P(A|H_i)P(H_i)$$

теңдігі орындалады. Және де ол *толық ықтималдылық формуласы* деп аталады.



Байес формуласы.

Теорема 3. *$(\Omega, \sigma F, P)$ ықтималдылық кеңістігі және $P(A) > 0$ мен $P(H) > 0$ шарттарын қанағаттандыратын A және H оқиғалары берілсін.*

$$P(H|A) = \frac{P(H)P(A|H)}{P(A)}$$

теңдігі орындалады. Бұл теңдік *Байес формуласы* деп аталады.

Жалпы жағдайда, ықтималдықтары нөлге тең емес $\{H_i\}_i$ гипотезаларының ақырлы немесе саналымды саны үшін (k оң бүтін сан)

$$P(H_k|A) = \frac{P(H_k)P(A|H_k)}{P(A)} = \frac{P(H_k)P(A|H_k)}{\sum_i P(A|H_i) \cdot P(H_i)}$$

теңдіктері орындалады.

Негізгі әдебиеттер

1. Тауғынбаева Ғ.Е., Жұбанышева А.Ж. Ықтималдықтар теориясы бойынша есептер жинағы: оқулық. – Астана: «Булатов А.Ж.» ЖК, 2023. – 214 б.
1. Темірғалиев Н. Ақырлы нәтижелі элементар ықтималдықтар теориясы. – Астана: «Булатов А.Ж.» ЖК, 2023. – 187 бет.
2. Темиргалиев Н. Теория вероятностей: электронное издание. – Астана: ИТМиНВ, 2012. – 148 с.
3. Темірғалиев Н., Әубәкір Б., Баилов Е., Потапов М.К., Шерниязов К. Алгебра және анализ бастамалары, X–XI кластар. «Жазушы», 2002. – 382 б.
4. Теория вероятностей: учеб. для вузов. – 3-е изд., испр. / А.В. Печинкин, О.И. Тескин, Г.М. Цветкова и др.; под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 456 с.
5. Прохоров А.В., Ушаков В.Г., Ушаков Н.Г. Задачи по теории вероятностей: Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы: учебное пособие. – Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 328 с.
6. Чернова Н.И. Теория вероятностей: учеб. пособие. – Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2007. – 160 с.
7. DeGroot Morris H., Schervish Mark J. Probability and statistics. – 4th ed. Mark J. Addison-Wesley, 2010. – 911 p.
8. Ширяев А.Н. Вероятность. В 2-х книгах. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: МЦНМО, 2004. Кн. 1. – 520 с. Кн. 2. – 408 с.
9. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: учеб. для вузов. – 6-е изд., стер. – Москва: Высш. шк., 1999. – 576 с.

Назарларыңызға рахмет