**6-дәріс**

# ШАРТТЫ ЫҚТИМАЛДЫҚ. ЫҚТИМАЛДЫҚТЫҢ НЕГІЗГІ ФОРМУЛАЛАРЫ

***Анықтама 1.*** $(\Omega, \sigma F, P)$ ықтималдылық кеңістігі мен $P(H) > 0$ шартын қанағаттандыратын $H$ оқиғасы берілсін.

$A$ және $H$ оқиғаларының қиылысу ықтималдылығының $H$ оқиғасының ықтималдығына қатынасы, яғни

$$P(A|H) = \frac{P(AH)}{P(H)}$$

саны $H$ оқиғасы орындалғандағы $A$ оқиғасы орындалуының *шартты ықтималдығы* деп аталады да, $P(A|H)$ (кейбір әдебиеттерде $P_H(A)$) арқылы белгіленеді.

***Теорема 1.*** $(\Omega, \sigma F, P)$ *ықтималдық кеңістігі мен* $P(A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n) > 0$ *шартын қанағаттандыратын* $A_1, A_2, \ldots, A_n$ *оқиғалары берілсін, онда*

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot \ldots \cdot P(A_n| A_1 \cdot \ldots \cdot A_{n-1})$$

*теңдігі орындалады*

Және де бұл $A_1, A_2, \ldots, A_n$ оқиғалары үшін *көбейту формуласы* деп аталады.

***Анықтама 2.*** $(\Omega, \sigma F, P)$ ықтималдылық кеңістігі және $\{H_i\}_i$ оқиғалардың ақырлы не саналымды саны берілсін. Өзара қиылыспайтын (үйлесімсіз), бірігуі барлық мүмкін элементар оқиғалар жиыны Ω жиынын беретін, яғни

$$H_i \cap H_j = \emptyset \ (i \neq j); \sum_i H_i = \Omega$$

шартын қанағаттандыратын $\{H_i\}_i$ оқиғалары *гипотезалар* деп аталады.

**Толық ықтималдық формуласы.**

***Теорема 2***. $(\Omega, \sigma F, P)$ ықтималдылық кеңістігі, $A$ оқиғасы және $\{H_i\}_i$ гипотезалары берілсін. Онда

$$P(A) = \sum_i P(A|H_i)P(H_i)$$

*теңдігі орындалады.* Және де ол *толық ықтималдылық формуласы* деп аталады.

**Байес формуласы.**

***Теорема 3.*** $(\Omega, \sigma F, P)$ *ықтималдылық кеңістігі және* $P(A) > 0$ *мен* $P(H) > 0$ *шарттарын қанағаттандыратын* $A$ *және* $H$ *оқиғалары берілсін.*

$$P(H|A) = \frac{P(H)P(A|H)}{P(A)}$$

*теңдігі орындалады.* Бұл теңдік *Байес формуласы* деп аталады.

Жалпы жағдайда, ықтималдықтары нөлге тең емес $\{H_i\}_i$ гипотезаларының ақырлы немесе саналымды саны үшін ($k$ оң бүтін сан)

$$P(H_k|A) = \frac{P(H_k)P(A|H_k)}{P(A)} = \frac{P(H_k)P(A|H_k)}{\sum_i P(A|H_i) \cdot P(H_i)}$$

теңдіктері орындалады.