EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY

Дәріс 4

ЫҚТИМАЛДЫҚ. ЫҚТИМАЛДЫҚТЫҢ КЛАССИКАЛЫҚ АНЫҚТАМАСЫ

Дәріс құрылымы

- ✓ А.Н. Колмогоров аксиомалары
- ✓ Колмогоров аксиомаларынан тікелей шығатын салдарлар
- ✓ Ықтималдықтың классикалық анықтамасы

Анықтама 1. Ω ақырлы элементар оқиғалар жиыны берілсін. Ω жиынының барлық жиыншаларынан тұратын F оқиғалар алгебрасында анықталған, теріс емес, нормаланған (ықтималдандырылған), яғни $P(\Omega) = 1$ шартын қанағаттандыратын ақырлы-аддитивті функция *ықтималдық* деп аталады. Яғни, Ω ақырлы элементар оқиғалар жиыны болса, онда $F = \{A\colon A \subset \Omega\}$ оқиғалар алгебрасында анықталған, төмендегі үш шартты

1. әрбір $A \in F$ оқиғасы үшін $P(A) \geq 0$;
2. $P(\Omega) = 1$;
3. F оқиғалар алгебрасында жататын өзара қиылыспайтын кез келген A, B оқиғалар үшін

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

теңдігін қанағаттандыратын $P\colon F \mapsto [0,1]$ функциясы *ықтималдық* деп аталады.

Анықтама 2. Ω ақырсыз элементар оқиғалар жиыны берілсін. Ω жиынының жиыншаларынан (барлық немесе барлық емес) тұратын σF оқиғалар σ−алгебрасында анықталған, теріс емес, $P(\Omega) = 1$ шартын қанағаттандыратын σ −аддитивті функция *ықтималдық* деп аталады. Яғни, егер Ω элементар оқиғалар жиыны болса, онда σF оқиғалар σ-алгебрасында анықталған, төмендегі үш шартты

1) әрбір $A \in \sigma F$ оқиғасы үшін $P(A) \geq 0$;
2) $P(\Omega) = 1$;
3) σF оқиғалар σ-алгебрасында жататын, өзара қиылыспайтын кез келген ақырлы немесе саналымды $\{B_k\}_k$ оқиғалары үшін

$$P\left(\sum_k B_k\right) = \sum_k P(B_k)$$

шартын қанағаттандыратын $P: \sigma F \mapsto [0,1]$ функциясы *ықтималдық* деп аталады.

1 және 2 анықтамаларына сәйкес қосымша $\mu(\Omega) = 1$ шартын қанағаттандыратын өлшем *ықтималдық* болып табылады.

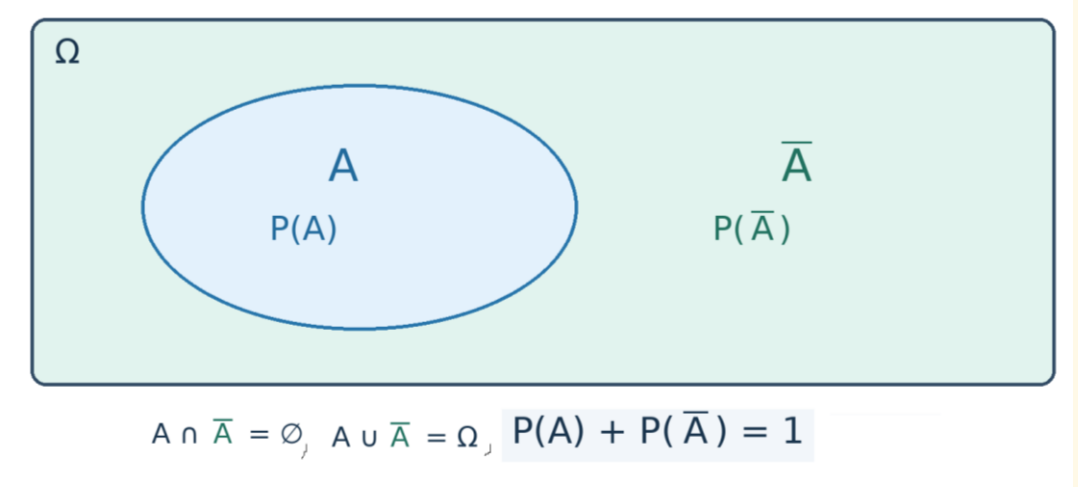
1 және 2 анықтамаларындағы шарттар ***А.Н. Колмогоров аксиомалары*** деп аталады.

(Ω, F, P) және $(\Omega, \sigma F, P)$ үштіктері *ықтималдық кеңістігі* деп аталады. Әрбір есепте осы үштікті құру өте маңызды.

Колмогоров аксиомаларынан тікелей шығатын ***салдарларды*** келтірейік.

1-салдар. $(\Omega, \sigma F, P)$ *ықтималдық кеңістігі берілсін. Кез келген* A *оқиғасы үшін* $(\Omega = A + \bar{A})$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1.$$



2-салдар. $(\Omega, \sigma F, P)$ *ықтималдық кеңістігі берілсін.* $\emptyset \in \sigma F$ *мүмкін емес оқиғасы үшін*

$$P(\emptyset) = 0.$$

3-салдар. $(\Omega, \sigma F, P)$ *ықтималдық кеңістігі берілсін.* $A \subset B$ *кірістіруін қанағаттандыратын әрбір* A, B *оқиғалары үшін*

$$P(A) \leq P(B)$$

теңсіздігі орындалы.

4-салдар. $(\Omega, \sigma F, P)$ *ықтималдық кеңістігі берілсін. Әрбір* A, B *оқиғалары үшін*

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

теңдігі орындалады.

5-салдар. $(\Omega, \sigma F, P)$ *ықтималдық кеңістігі берілсін.* $A_1, A_2, \dots, A_n$ *оқиғалары үшін*

$$P(A_1 \cup \cdots \cup A_n) \leq P(A_1) + \cdots + P(A_n)$$

теңсіздігі орындалады.

Анықтама 3 *(Ықтималдықтың классикалық анықтамасы)*. Ақырлы және тең мүмкіндікті элементар оқиғалардан тұратын Ω элементар оқиғалар жиыны берілсін. $\sigma F = \{A\colon A \subset \Omega\}$ оқиғалар алгебрасында жататын әрбір A оқиғасына

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

санын сәйкес қоятын ереже *ықтималдық* деп аталады (5.1 анықтамасындағы 1-3 аксиомаларын қанағаттандырады). Бұл анықтама *“ықтималдықтың классикалық анықтамасы”* деп те аталады.

Негізгі әдебиеттер

1. Тауғынбаева Ғ.Е., Жұбанышева А.Ж. Ықтималдықтар теориясы бойынша есептер жинағы: оқулық. – Астана: «Булатов А.Ж.» ЖК, 2023. – 214 б.
1. Темірғалиев Н. Ақырлы нәтижелі элементар ықтималдықтар теориясы. – Астана: «Булатов А.Ж.» ЖК, 2023. – 187 бет.
2. Темиргалиев Н. Теория вероятностей: электронное издание. – Астана: ИТМиНВ, 2012. – 148 с.
3. Темірғалиев Н., Әубәкір Б., Баилов Е., Потапов М.К., Шерниязов К. Алгебра және анализ бастамалары, X–XI кластар. «Жазушы», 2002. – 382 б.
4. Теория вероятностей: учеб. для вузов. – 3-е изд., испр. / А.В. Печинкин, О.И. Тескин, Г.М. Цветкова и др.; под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 456 с.
5. Прохоров А.В., Ушаков В.Г., Ушаков Н.Г. Задачи по теории вероятностей: Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы: учебное пособие. – Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 328 с.
6. Чернова Н.И. Теория вероятностей: учеб. пособие. – Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2007. – 160 с.
7. DeGroot Morris H., Schervish Mark J. Probability and statistics. – 4th ed. Mark J. Addison-Wesley, 2010. – 911 p.
8. Ширяев А.Н. Вероятность. В 2-х книгах. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: МЦНМО, 2004. Кн. 1. – 520 с. Кн. 2. – 408 с.
9. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: учеб. для вузов. – 6-е изд., стер. – Москва: Высш. шк., 1999. – 576 с.

Назарларыңызға рахмет