4-ДӘРІС

ЫҚТИМАЛДЫҚ. ЫҚТИМАЛДЫҚТЫҢ КЛАССИКАЛЫҚ АНЫҚТАМАСЫ

Анықтама 1. Ω ақырлы элементар оқиғалар жиыны берілсін. Ω жиынының барлық жиыншаларынан тұратын F оқиғалар алгебрасында анықталған, теріс емес, нормаланған (ықтималдандырылған), яғни $P(\Omega) = 1$ шартын қанағаттандыратын ақырлы-аддитивті функция *ықтималдық* деп аталады. Яғни, Ω ақырлы элементар оқиғалар жиыны болса, онда $F = \{A: A \subset \Omega\}$ оқиғалар алгебрасында анықталған, төмендегі үш шартты

1) әрбір $A \in F$ оқиғасы үшін $P(A) \geq 0$;
2) $P(\Omega) = 1$;
3) F оқиғалар алгебрасында жататын өзара қиылыспайтын кез келген A, B оқиғалар үшін

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

теңдігін қанағаттандыратын $P: F \mapsto [0,1]$ функциясы *ықтималдық* деп аталады.

Анықтама 2. Ω ақырсыз элементар оқиғалар жиыны берілсін. Ω жиынының жиыншаларынан (барлық немесе барлық емес) тұратын σF оқиғалар $\sigma-$алгебрасында анықталған, теріс емес, $P(\Omega) = 1$ шартын қанағаттандыратын σ −аддитивті функция *ықтималдық* деп аталады. Яғни, егер Ω элементар оқиғалар жиыны болса, онда σF оқиғалар σ-алгебрасында анықталған, төмендегі үш шартты

1) әрбір $A \in \sigma F$ оқиғасы үшін $P(A) \geq 0$;
2) $P(\Omega) = 1$;
3) σF оқиғалар σ-алгебрасында жататын, өзара қиылыспайтын кез келген ақырлы немесе саналымды $\{B_k\}_k$ оқиғалары үшін

$$P\left(\sum_k B_k\right) = \sum_k P(B_k)$$

шартын қанағаттандыратын $P: \sigma F \mapsto [0,1]$ функциясы *ықтималдық* деп аталады.

1 және 2 анықтамаларына сәйкес қосымша $\mu(\Omega) = 1$ шартын қанағаттандыратын өлшем *ықтималдық* болып табылады.

1 және 2 анықтамаларындағы шарттар ***А.Н. Колмогоров аксиомалары*** деп аталады.

(Ω, F, P) және $(\Omega, \sigma F, P)$ үштіктері *ықтималдық кеңістігі* деп аталады. Әрбір есепте осы үштікті құру өте маңызды.

Колмогоров аксиомаларынан тікелей шығатын ***салдарларды*** келтірейік.

1-салдар. $(\Omega, \sigma F, P)$ *ықтималдық кеңістігі берілсін. Кез келген А оқиғасы үшін* $(\Omega = A + \bar{A})$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1.$$

2-салдар. $(\Omega, \sigma F, P)$ *ықтималдық кеңістігі берілсін.* $\emptyset \in \sigma F$ *мүмкін емес оқиғасы үшін*

$$P(\emptyset) = 0.$$

3-салдар. $(\Omega, \sigma F, P)$ *ықтималдық кеңістігі берілсін.* $A \subset B$ *кірістіруін қанағаттандыратын әрбір* A, B *оқиғалары үшін*

$$P(A) \leq P(B)$$

теңсіздігі орындалы.

4-салдар. $(\Omega, \sigma F, P)$ *ықтималдық кеңістігі берілсін. Әрбір* A, B *оқиғалары үшін*

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

теңдігі орындалады.

5-салдар. $(\Omega, \sigma F, P)$ *ықтималдық кеңістігі берілсін.* $A_1, A_2, \dots, A_n$ *оқиғалары үшін*

$$P(A_1 \cup \dots \cup A_n) \leq P(A_1) + \dots + P(A_n)$$

теңсіздігі орындалады.

Анықтама 3 *(Ықтималдықтың классикалық анықтамасы)*. Ақырлы және тең мүмкіндікті элементар оқиғалардан тұратын Ω элементар оқиғалар жиыны берілсін. $\sigma F = \{A: A \subset \Omega\}$ оқиғалар алгебрасында жататын әрбір A оқиғасына

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

санын сәйкес қоятын ереже *ықтималдық* деп аталады (1 анықтамасындағы 1-3 аксиомаларын қанағаттандырады). Бұл анықтама *"ықтималдықтың классикалық анықтамасы"* деп те аталады.