3-ДӘРІС

КОМБИНАТОРИКА ЭЛЕМЕНТТЕРІ

Негізгі комбинаторикалық ереже (жұп жағдай). $n\,(n = 1, 2, \dots)$ элементтен тұратын $\{a_1, \dots, a_n\}$ жиынынан және $m\,(m = 1, 2, \dots)$ элементтен тұратын $\{b_1, \dots, b_m\}$ жиынынан бірінші a_i элементі бірінші жиыннан, ал екінші b_j элементті екінші жиыннан алынған (a_i, b_j) түріндегі әртүрлі жұптарды барлығы $n \times m$ әдіспен құруға болады.

Негізгі комбинаторикалық ереже (жалпы жағдай). s оң бүтін саны мен s әрекеттен тұратын бірінен кейін бірі орындалатын әрекеттер тізбегі берілсін.

Егер

бірінші іс-әрекет n_1 *тәсілмен,*

екінші іс-әрекет n_2 *тәсілмен,*

...

соңғы s*-ші іс-әрекеті* n_s *тәсілмен орындалса, онда барлық* s *тізбекті іс-әрекет* $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_s$ *тәсілмен орындалады, яғни s элементтер тобы берілсін:* $a_1, a_2, \dots, a_{n_1}$ – бірінші топ элементтері, $b_1, b_2, \dots, b_{n_2}$ – екінші топ элементтері, ... , $c_1, c_2, \dots, c_{n_s}$ – s-ші топ элементтері болсын. $(a_{i_1}, b_{i_2}, \dots, c_{i_s})$ түріндегі барлық комбинациялар саны $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_s$.

Анықтама 1 *(Қайтарымды реттелген таңдамалар).* n элементтен k бойынша алынған қайтарымды реттелген таңдама n элементтен k элемент бойынша алынған *қайтарымды орналастыру* деп аталады да A_n^k түрінде белгіленеді.

Комбинатериканың негізгі ережесіне сәйкес барлық мүмкін таңдамалар саны

$$\tilde{A}_n^k = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k = \underbrace{n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_{k \text{ рет}} = n^k$$

болады.

Анықтама 2 *(Қайтарымсыз реттелген таңдама).* n элементтен k бойынша алынған қайтарымсыз реттелген таңдама n элементтен k элемент бойынша алынған *қайтарымсыз орналастыру* деп аталады да A_n^k түрінде белгіленеді.

Тағы да, комбинатериканың негізгі ережесіне сәйкес барлық мүмкін болатын комбинациялар саны

$$A_n^k = (n - 0) \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot (n - (k - 1)) = n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot (n - k + 1)$$

санына тең болады.

Анықтама 3. n бойынша n элементті қайтарымсыз жүргізілген орналастыру *орын алмастыру* деп аталады P_n арқылы белгіленеді.

Олай аталу себебі таңдаулар n түрлі элементтен тұрады және бір-бірінен тек орналасу ретімен ғана ерекшеленеді. n элементтен тұратын алмастыру саны анықтама бойынша $P_n = A_n^n$ болғандықтан

$$P_n = A_n^n = n!.$$

Реттелмеген таңдамаларға көшелік.

Анықтама 4 *(Қайтарымсыз реттелмеген таңдама).* n элементтен k элемент бойынша алынған қайтарымсыз реттелмеген таңдама *терулер* деп аталып, C_N^k арқылы белгіленеді.

Бұндай таңдамалар саны

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$$

арқылы анықталады.

Анықтама 5 *(Қайтарымды реттелмеген таңдама).* n элементтен k элемент бойынша алынған реттелмеген қайтарымды таңдама *қайтарымды теру* деп аталады да $\tilde{C}_n^k$ түрінде белгіленеді.

Бұндай таңдамалар саны

$$\tilde{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!\,(n-1)!}$$

арқылы анықталады.