1- ДӘРІС

ТӘЖІРИБЕ (ЭКСПЕРИМЕНТ, СЫНАҚ, ҚҰБЫЛЫС), ТӘЖІРИБЕНІ ЖҮЗЕГЕ АСЫРУ ЖӘНЕ ОНЫҢ НӘТИЖЕСІ. ОҚИҒА, ОҚИҒАҒАЛАРҒА ҚОЛДАНЫЛАТЫН АМАЛДАР

Ықтималдықтар теориясының алғашқы ұғымдарын беруде келесі үш – тәжірибе, тәжірибені жүзеге асыру және оның нәтижесі ұғымдарын меңгеру және оларды бір-бірінен ажырата білу маңызды.

Ықтималдықтар теориясында тәжірибе нәтижелерін грек әліпбиінің кішкентай ω әрібі арқылы белгілеу қалыптасқан (математикалық анализ курсындағыдай, бұл жерде де кез келген белгілеуді қолдансақ болады, тіпті ң, ғ, $\otimes$ сияқтылар да бола береді, бірақ бұл оқулықта жалпыға ортақ белгілеулерді ұстанамыз).

Мысал 1. Тәжірибе тиынды бір рет лақтырудан тұрсын. Тәжірибені жүзеге асыру мен тәжірибенің нәтижелерін ажыратып жазыңыз.

Шешуі. Тәжірибені жүзеге асыру тиынды бір рет лақтырудан тұрады. Нәтижесінде тиын таңба (герб) немесе сан (решетка) жағымен түседі.

Біздің жағдайда екі нәтиже бар: $\omega_1 = T$ («Таңба» жағы түсті) немесе $\omega_2 = C$ («Сан» жағы түсті). Осы барлық мүмкін жағдайлар, қандай да бір үшінші жағдай, оның ішінде «қырымен түсті» деген болмайды.

Қорытындыласақ, маңызды үш ұғым

Тәжірибе	Тиынды бір рет лақтыру
Тәжірибені жүзеге асыру	Тиынды бір рет лақтырудан тұрады
Тәжірибенің барлық мүмкін нәтижелері	$\omega_1 = T$ («Таңба» жағы түсті), $\omega_2 = C$ («Сан» жағы түсті)

Мысал 2. Алдымен тізбектеп екі тиын, артынша ойын сүйегін лақтыру. Онда осы экспериментке сәйкес жоғарыдағы кестені толтырайық. Қолымызда №1 және №2 тиындары мен бір ойын сүйегі бар.

Шешуі.

Тәжірибе	Алдымен тізбектеп екі тиын, артынша ойын сүйегін лақтыру
Тәжірибені жүзеге асыру	Бірінші №1 тиыны лақтырылады, содан соң, №2 тиыны лақтырылады, артынша ойын сүйегі лақтырылады
Тәжірибенің барлық мүмкін нәтижелері	$\omega_1 = (T,T,1), \omega_2 = (T,T,2), \omega_3 = (T,T,3), \omega_4 = (T,T,4),$ $\omega_5 = (T,T,5), \omega_6 = (T,T,6), \omega_7 = (T,C,1), \omega_8 = (T,C,2),$ $\omega_9 = (T,C,3), \omega_{10} = (T,C,4), \omega_{11} = (T,C,5), \omega_{12} =$ $(T,C,6),\ \ \omega_{13} = (C,T,1), \omega_{14} = (C,T,2),\ \omega_{15} = (C,T,3),$

	$\omega_{16} = (C, T, 4),\ \omega_{17} = (C, T, 5), \omega_{18} = (C, T, 6), \omega_{19} = (C, C, 1), \omega_{20} = (C, C, 2), \omega_{21} = (C, C, 3), \omega_{22} = (C, C, 4), \omega_{23} = (C, C, 5), \omega_{24} = (C, C, 6).$

Демек, бұл тәжірибенің 24 әртүрлі нәтижесі болады, айталық $\omega_{10} = (T, C, 4)$ тәжірибе нәтижесінде №1 тиынды лақтырғанда «Таңба», №2 тиынды лақтырғанда «Сан», кейін ойын сүйегін лақтырғанда «4» цифрінің түскенін білдіреді.

Сонымен, үш ұғымды игеру үшін

Кесте 1

Тәжірибе	
Тәжірибені жүзеге асыру	
Тәжірибенің барлық мүмкін нәтижелері	

кестесін толтыруды меңгеру қажет.

Тәжірибенің барлық мүмкін нәтижелерінің жиыны *элементар оқиғалар жиыны* деп, ал ондағы әрбір нәтиже *элементар оқиға* деп аталады. Бұл оқулықта да элементар оқиғалар жиынын қалыптасқан Ω әрпімен белгілейміз, сонымен Ω-элементар оқиғалар жиыны.

Анықтама 1. Барлық мүмкін элементар оқиғалар жиынының кез келген өлшемді жиыншасы *оқиға* деп аталады, яғни оқиға элементар оқиғалардан құралған өлшемді жиын: $A \subset \Omega$, A - оқиға.

Анықтама 2. Егер тәжірибе нәтижесі (элементар оқиға) A оқиғасының элементі болса, онда A *оқиғасы орындалды,* ал керісінше жағдайда, яғни тәжірибе нәтижесі A оқиғасында жатпаса, онда A *оқиғасы орындалмады* деп аталады.

Анықтама 3. Барлық мүмкін элементар оқиғалардан құралған оқиға *мүмкін (ақиқат) оқиға* деп аталады, яғни тәжірибе нәтижесі қандай болса да, орындалатын оқиға (Ω – ақиқат оқиға).

Анықтама 4. Тәжірибе нәтижесі қандай болса да, орындалмайтын оқиға, яғни бір де бір элементар оқиғаны қамтымайтын оқиға *жалған оқиға* деп аталады (бос жиын $\emptyset$ – жалған оқиға).

Анықтама 5. A және B оқиғалары берілсін. A және B оқиғаларының бір уақытта орындалуы *A және B оқиғаларының қиылысуы (немесе көбейтіндісі)* деп аталады да, ол да оқиға болып, $A \cap B$ немесе AB түрінде белгіленеді.

Анықтама 6. $A_1, A_2, \ldots, A_n$ оқиғалары берілсін. Осы оқиғалардың барлығы бір уақытта орындалғанда және тек сонда ғана орындалатын оқиға $A_1, A_2, \ldots, A_n$ *оқиғаларының қиылысуы* деп аталады, сәйкесінше $A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n = \bigcap_{k=1}^{n} A_k$ түрінде белгіленеді.

Анықтама 7. Егер A және B оқиғалары ешбір уақытта бірге орындалмаса, яғни $A \cap B = \emptyset$ болса, онда A және B оқиғалары *үйлесімсіз оқиғалар* деп аталады.

Анықтама 8. A және B оқиғалары берілсін. Не A оқиғасының, не B оқиғасының немесе A және B оқиғаларының қатар орындалуы *A және B оқиғаларының бірігуі* деп аталады да, ол да оқиға болып, $A \cup B$ түрінде белгіленеді, яғни $A \cup B$ оқиғасы A және B оқиғаларының кем дегенде біреуі орындалғанда орындалатын оқиға.

Егер A және B оқиғалары үйлесімсіз оқиғалар болса, онда олардың бірігуі оқиғалардың қосындысы деп те аталады, $A + B$ түрінде белгіленеді, сонымен екі оқиғаның қосындысы не A оқиғасы, не B оқиғасы орындалғанда орындалатын оқиға.

Анықтама 9. $A_1, A_2, \ldots, A_n$ оқиғалары берілсін. Осы оқиғалардың ең болмағанда біреуі орындалғанда орындалатын оқиға $A_1, A_2, \ldots, A_n$ *оқиғаларының бірігуі* деп аталады да $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \bigcup_{k=1}^{n} A_k$ түрінде белгіленеді.

Анықтама 10. Егер $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \Omega$ теңдігі орындалса (мұндағы Ω барлық элементар оқиғалар жиыны), яғни тәжірибе жасаған сайын $A_1, A_2, \ldots, A_n$ оқиғаларының ең болмағанда бірі орындалса, онда $A_1, A_2, \ldots, A_n$ *оқиғалары оқиғалардың толық тобын құрайды* деп аталады.

Маңызды толық оқиғалар тобы – өзара қиылыспайтын, яғни тәжірибе жасаған сайын міндетті түрде тек бірі ғана орындалатын $A_1, A_2, \ldots, A_n$ оқиғалардың толық тобы болып табылады.

Анықтама 11. A және B оқиғалары берілсін. A оқиғасы орындалып, бірақ B оқиғасының орындалмауы *A және B оқиғаларының айырымы* деп аталады да, ол да оқиға болып, $A \backslash B$ түрінде белгіленеді.

Анықтама 12. A және B оқиғалары берілсін. A және B оқиғаларының бірі және тек бірі ғана орындалғанда орындалатын оқиға *A және B оқиғаларының симметриялық айырымы* деп аталады да, $A \Delta B$ түрінде белгіленеді.

Анықтама 13. A орындалмағанда және тек сонда ғана орындалатын оқиға *A оқиғасына қарама-қарсы оқиға* деп аталады да, ол да оқиға болып, $\bar{A} = \Omega \backslash A$ түрінде белгіленеді, яғни $\bar{A} \cup A = \Omega$, $\bar{A} \cap A = \emptyset$ шарттары орындалғанда ғана A және $\bar{A}$ оқиғалары қарама-қарсы оқиғалар болады.

Анықтама 14. A және B оқиғалары берілсін. Егер A оқиғасында жатқан әрбір элементар оқиға B оқиғасында да жатса, онда *A оқиғасының орындалуы B оқиғасының орындалуына алып келеді* деп аталады және $A \subset B$ арқылы белгіленеді.

Анықтама 15. A және B оқиғалары берілсін. Егер A оқиғасының орындалуы B оқиғасының орындалуына алып келсе және керісінше, B оқиғасының орындалуы A оқиғасының орындалуына алып келсе, яғни $A \subset B$ мен $B \subset A$ қатар орындалса, онда *A мен B оқиғалары тең оқиғалар* деп аталады және $A = B$ арқылы белгіленеді.

Өзін-өзі тексеру сұрақтары:

1. Тәжірибе ұғымын түсіндіріңіз?
2. Тәжірибені жүзеге асыру дегеніміз не?
3. Тәжірибенің мүмкін нәтижелері деген нені білдіреді?
4. Тәжірибенің мүмкін мәндер жиыны ретінде бос жиынды алуға болады ма?
5. Оқиға ұғымының анықтамасын беріңіз?
6. Мүмкін (ақиқат) оқиға дегеніміз не?
7. Жалған оқиға дегеніміз не?
8. Екі оқиғаның бірігуі амалын анықтаңғыз? Бірнеше оқиғаның бірігуі қалай анықталады?
9. Үйлесімсіз оқиғалар дегеніміз не?
10. Оқиғалардың толық тобы дегеніміз не?
11. Екі оқиғаның айырымы амалын анықтаңыз?
12. Екі оқиғаның симметриялық айырымы дегеніміз не?
13. А оқиғасының орындалуы В оқиғасының орындалуына алып келуі дегеніміз нені білдіреді?
14. Қарама-қарсы оқиға дегеніміз не?