

Белгілеулер және тұрақтылар

N — бөлшектер саны; v — зат мөлшері;

$n = N/V$ — сандық концентрация;

p — қысым, ал фазалық есептердегі p — импульс;

$\beta = 1/(k_B T)$. C_V — бүкіл жүйенің,

$C_{V,m}$ — бір мольдің жылу сыйымдылығы.

Барлық логарифмдер — натурал логарифмдер.

$k_B = 1.380649 \times 10^{-23}$ J/K;

$N_A = 6.02214076 \times 10^{23}$ mol⁻¹;

$R = N_A k_B = 8.314462618$ J/(mol K).

$h = 6.62607015 \times 10^{-34}$ J s;

$\hbar = h/(2\pi)$;

$c = 2.99792458 \times 10^8$ m/s;

1 eV = $1.602176634 \times 10^{-19}$ J.

Фотондық газ және жылулық сәулелену

Фотондық газ статистикасы. Жылулық сәулелену заңдары.

Шарты. Қара қабырғалы қуыстың көлемі $V = 1.00 \times 10^{-3} \text{ м}^3$, температурасы $T = 1000 \text{ К}$. Ауданы $A = 1.00 \times 10^{-4} \text{ м}^2$ кішкене тесік $T_0 = 300 \text{ К}$ үлкен қара ортаға қарай ашылады. Көру коэффициенті бірге тең, қуыс температурасы тұрақты ұсталады. Фотондық газдың энергиясын, қысымын, толқын ұзындығы бойынша спектр максимумын және тесік арқылы шығатын таза сәулелік қуатты есептеңіз.

1. Фотондардың таралуын жазу. Тепе-теңдікте фотон саны сақталмайды, сондықтан $\mu = 0$. Екі поляризацияны ескерген Планк спектрінің көлемдік энергия тығыздығы:

$$u_\nu(T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/(k_B T)} - 1}.$$

Бұл есепте ν — сәулелену жиілігі, зат мөлшері емес.

2. Толық энергия тығыздығын табу. $x = h\nu/(k_B T)$ ауыстыруын және $\int_0^\infty x^3/(e^x - 1) dx = \pi^4/15$ интегралын қолданамыз:

$$u = \int_0^\infty u_\nu d\nu = aT^4, \quad a = \frac{8\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^3} = \frac{4\sigma}{c}.$$

Мұнда $\sigma = 5.670374419 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{м}^2 \text{К}^4)$, $a = 7.56573325 \times 10^{-16} \text{ J}/(\text{м}^3 \text{К}^4)$.

$$u = 7.56573 \times 10^{-4} \text{ J}/\text{м}^3, \quad U = uV = 7.56573 \times 10^{-7} \text{ J}.$$

3. Қысым мен спектр максимумын есептеу. Изотропты фотондық газ үшін

$$p = \frac{u}{3} = 2.52191 \times 10^{-4} \text{ Pa}.$$

Толқын ұзындығы бойынша спектрге Вин ығысу заңын қолданамыз:

$$\lambda_{\max} T = b, \quad b = 2.897771955 \times 10^{-3} \text{ м К}; \quad \lambda_{\max} = 2.898 \text{ }\mu\text{m}.$$

4. Таза қуатты табу. Изотропты сәулеленудің бір жаққа шығатын ағыны $cu/4 = \sigma T^4$. Қарсы бағытта ортадан келетін сәулеленуді алып тастаймыз:

$$P_{\text{net}} = A\sigma(T^4 - T_0^4) = 5.62444 \text{ W}.$$

Жеке ағындар: $P_{\text{out}} = 5.67037 \text{ W}$, $P_{\text{in}} = 0.0459300 \text{ W}$.

Жауабы. $U = 7.566 \times 10^{-7} \text{ J}$; $p = 2.522 \times 10^{-4} \text{ Pa}$; $\lambda_{\max} = 2.898 \text{ }\mu\text{m}$; таза қуат $P = 5.624 \text{ W}$.

Түсіндіру. u көлемдік энергия тығыздығын ағынмен шатастыруға болмайды: олардың өлшемдері әртүрлі, байланысы $M = cu/4$. Жиілік бойынша спектр максимумын жай ғана $\lambda = c/\nu$ арқылы түрлендіру толқын ұзындығы бойынша максимумды бермейді, себебі спектрлік тығыздықтың өлшемі өзгереді.