

Белгілеулер және тұрақтылар

N — бөлшектер саны; v — зат мөлшері;

$n = N/V$ — сандық концентрация;

p — қысым, ал фазалық есептердегі p — импульс;

$\beta = 1/(k_B T)$. C_V — бүкіл жүйенің,

$C_{V,m}$ — бір мольдің жылу сыйымдылығы.

Барлық логарифмдер — натурал логарифмдер.

$k_B = 1.380649 \times 10^{-23}$ J/K;

$N_A = 6.02214076 \times 10^{23}$ mol⁻¹;

$R = N_A k_B = 8.314462618$ J/(mol K).

$h = 6.62607015 \times 10^{-34}$ J s;

$\hbar = h/(2\pi)$;

$c = 2.99792458 \times 10^8$ m/s;

1 eV = $1.602176634 \times 10^{-19}$ J.

Газдардың статистикалық қосындысы және жылусыйымдылығы

Біратомды идеал газды кванттық канондық әдіспен сипаттау. Көпатомды газдың жылусыйымдылығы.

Шарты. Екі бөлек ыдыстың әрқайсысында $T = 300$ K, $V = 0.0240$ m³ жағдайында бір моль идеал газ бар. Біріншісі — атом массасы $m = 6.64 \times 10^{-26}$ kg біратомды газ; оның ішкі күйі еселенбеген. Екіншісі — әртүрлі екі атомнан тұратын сызықтық молекулалы газ: айналыс күйлері классикалық режимде, ал тербелістік температурасы $\theta_v \geq 3000$ K. Бірінші газдың жылулық толқын ұзындығын және классикалық жуықтаудың шартын тексеріңіз; статистикалық қосындыдан қысым, энергия және $C_{V,m}$ табыңыз. Екінші газдың $C_{V,m}$, $C_{p,m}$ және γ шамаларын анықтаңыз.

1. Бір атомның кванттық күйлерін санау. Үлкен ыдыста импульс деңгейлерінің аралығы аз. Қосындыны интегралмен алмастырамыз:

$$z_1 = \frac{V}{h^3} \int e^{-\beta p^2/(2m)} d^3p = \frac{V}{\lambda_T^3}, \quad \lambda_T = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}}.$$

$\lambda_T = 1.594 \times 10^{-11}$ m. $n = N_A/V = 2.509 \times 10^{25}$ m⁻³ болғандықтан,

$$n\lambda_T^3 = 1.016 \times 10^{-7} \ll 1.$$

Газ азғындалмаған; кванттық алмасу түзетулерін елемеге болады.

2. Канондық қосынды мен термодинамикалық шамалар. Бірдей бөлшектердің қайталанып саналуын алып тастаймыз:

$$Z_N \simeq \frac{1}{N!} \left(\frac{V}{\lambda_T^3} \right)^N.$$

Бұл — кванттық канондық сипаттаудың сиретілген газ шегі. $\ln Z_N$ көлемге $N \ln V$, температураға $3N \ln T/2$ арқылы тәуелді. Сондықтан

$$p = k_B T \left(\frac{\partial \ln Z_N}{\partial V} \right)_{T,N} = \frac{N k_B T}{V} = 103.93 \text{ kPa},$$

$$U = - \left(\frac{\partial \ln Z_N}{\partial \beta} \right)_{V,N} = \frac{3}{2} N k_B T = 3741.51 \text{ J}, \quad C_{V,m} = \frac{3}{2} R = 12.4717 \text{ J/(mol K)}.$$

3. Екіатомды газдың ішкі еркіндік дәрежелерін қосу. Ілгерілемелі қозғалыс $3R/2$, кеңістіктегі сызықтық молекуланың екі айналыс еркіндік дәрежесі R үлес береді. Электрондық және тербелістік қозулар ескерілмейді:

$$C_{V,m} \simeq \frac{5}{2} R = 20.7862 \text{ J/(mol K)}, \quad C_{p,m} = C_{V,m} + R \simeq \frac{7}{2} R = 29.1006 \text{ J/(mol K)}, \quad \gamma \simeq \frac{7}{5} = 1.40.$$

4. Тербелісті елемегенді бағалау. $x = \theta_v/T \geq 10$ кезінде бір тербеліс модасының үлесі $C_{V,m}^{(v)} = R x^2 e^x / (e^x - 1)^2 \leq 0.0378 \text{ J/(mol K)}$. Бұл $5R/2$ мәнінің 0.182%-ынан аз.

Жауабы. Біратомды газ үшін $\lambda_T = 1.594 \times 10^{-11}$ m, $p = 103.9$ kPa, $U = 3.742$ kJ, $C_{V,m} = 12.47 \text{ J/(mol K)}$. Екіатомды газ үшін $C_{V,m} \simeq 20.79$, $C_{p,m} \simeq 29.10 \text{ J/(mol K)}$, $\gamma \simeq 1.40$.

Түсіндіру. Бірдей v, T, V жағдайында екі идеал газдың қысымы бірдей, ал жылусыйымдылықтары ішкі еркіндік дәрежелеріне байланысты әртүрлі. Барлық көпатомды газға $5R/2$ мәнін қолдануға болмайды: бұл нәтиже осы есептегі сызықтық екіатомды молекула моделіне қатысты.