

### Белгілеулер және тұрақтылар

$N$  — бөлшектер саны;  $v$  — зат мөлшері;

$n = N/V$  — сандық концентрация;

$p$  — қысым, ал фазалық есептердегі  $p$  — импульс;

$\beta = 1/(k_B T)$ .  $C_V$  — бүкіл жүйенің,

$C_{V,m}$  — бір мольдің жылу сыйымдылығы.

Барлық логарифмдер — натурал логарифмдер.

$k_B = 1.380649 \times 10^{-23}$  J/K;

$N_A = 6.02214076 \times 10^{23}$  mol<sup>-1</sup>;

$R = N_A k_B = 8.314462618$  J/(mol K).

$h = 6.62607015 \times 10^{-34}$  J s;

$\hbar = h/(2\pi)$ ;

$c = 2.99792458 \times 10^8$  m/s;

1 eV =  $1.602176634 \times 10^{-19}$  J.

## Фазалық кеңістіктегі таралу тығыздығы

Механикалық жүйені классикалық сипаттау. Фазалық кеңістік. Статистикалық таралу функциясы.

**Шарты.** Массасы  $m = 1.00$  kg, меншікті бұрыштық жиілігі  $\omega = 2.00$  s<sup>-1</sup> бірөлшемді гармониялық осциллятор қарастырылсын. Ансамбльдің фазалық нүктелері  $H(q, p) \leq E_0$ ,  $E_0 = 8.00$  J аймағының ішінде бірқалыпты таралған. Аймақтың ауданын, нормаланған  $\rho(q, p)$  тығыздығын,  $H \leq E_0/4$  ықтималдығын және орташа энергияны табыңыз.

**Модель.** Микрокүй екі санмен — координата  $q$  және импульс  $p$  арқылы беріледі. Тығыздық  $dq dp$  өлшеміне қатысты анықталады. Бұл есепте энергиясы дәл  $E_0$  болатын қабықша емес, энергиясы 0 мен  $E_0$  аралығындағы толық аймақ алынған.

### 1. Фазалық шекараны табу. Гамильтониан:

$$H(q, p) = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 q^2}{2}.$$

$H = E_0$  шекарасы — жарты осьтері төмендегідей эллипс:

$$q_{\max} = \sqrt{\frac{2E_0}{m\omega^2}} = 2.00 \text{ m}, \quad p_{\max} = \sqrt{2mE_0} = 4.00 \text{ kg m/s}.$$

Сондықтан фазалық аудан

$$\mathcal{A}(E_0) = \pi q_{\max} p_{\max} = \frac{2\pi E_0}{\omega} = 8\pi \text{ J s}.$$

### 2. Тығыздықты нормалау. $\int \rho dq dp = 1$ болғандықтан,

$$\rho(q, p) = \begin{cases} \frac{1}{8\pi \text{ J s}}, & H(q, p) \leq 8.00 \text{ J}, \\ 0, & H(q, p) > 8.00 \text{ J}. \end{cases}$$

### 3. Ықтималдықты аудандар қатынасымен есептеу. $\mathcal{A}(E) = 2\pi E/\omega$ , сондықтан

$$P(H \leq E_0/4) = \frac{\mathcal{A}(E_0/4)}{\mathcal{A}(E_0)} = \frac{1}{4}.$$

### 4. Орташа энергияны табу. Энергияның ықтималдық тығыздығы тұрақты:

$$w(E) = \rho \frac{d\mathcal{A}}{dE} = \frac{1}{E_0}, \quad 0 \leq E \leq E_0; \quad \langle H \rangle = \int_0^{E_0} E w(E) dE = \frac{E_0}{2}.$$

**Жауабы.**  $\mathcal{A} = 8\pi \text{ J s}$ ;  $\rho = 1/(8\pi \text{ J s})$  аймақ ішінде;  $P = 0.25$ ;  $\langle H \rangle = 4.00 \text{ J}$ .

**Түсіндіру.**  $\rho$  ықтималдықтың өзі емес, өлшемі кері әрекетке тең тығыздық. Ықтималдық  $\rho dq dp$  арқылы табылады. Бірқалыптылықтың қандай өлшемге және қандай аймаққа қатысты берілгенін көрсету міндетті.