

	Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті	Пәннің оқу-әдістемелік кешені	Басылым: алтыншы
---	--	--------------------------------------	-----------------------------

1. Қандай температурада оттегі O_2 молекуласының орташа квадраттық жылдамдығы 100°C температурадағы азот молекулаларының орташа квадраттық жылдамдығына тең болады?

Шешуі:

Берілгені:

$T_1 = 100^\circ\text{C}$

$$\sqrt{v_1^2} = \sqrt{v_2^2}$$

Табу керек: T_2

Санақ жүйесін «Идеал газ» статистикалық жүйесімен байланыстырамыз. Идеал газ молекулаларының жылдамдық модулі бойынша таралу графигін тұрғызамыз. Орташа квадраттық жылдамдықты физикалық шаманың орташа мәнін анықтауға арналған формуламен табамыз:

$$\bar{x} = \int x \rho d\Gamma.$$

Біздің мәселеде x деп отырғанымыз v^2 , сондықтан мына интегралды есептеуіміз керек:

$$\overline{v^2} = \int v^2 C \exp\left(-\frac{m v^2}{2\Theta}\right) (dq)(dp),$$

C тұрақтысын нормалай шартын қолданып анықтаймыз:

$$C = \frac{1}{\int \exp\left(-\frac{m v^2}{2\Theta}\right) (dq)(dp)},$$

Координаталар бойынша интегралды есептеудің қажеті жоқ, себебі, олар қысқарып кетеді.

Есептеулер нәтижесінде орташа квадраттық жылдамдық үшін мынадай өрнек аламыз:

$$\overline{v^2} = \frac{3RT}{M}.$$

Есеп шарты бойынша оттегі мен азоттың орташа квадраттық жылдамдықтары бірдей болуы керек:

$$\frac{3RT_1}{M_1} = \frac{3RT_2}{M_2},$$

$$T_1 = \frac{M_1}{M_2} T_2$$

Сан мәндерін қойсақ:

$$T_1 = \frac{2 \cdot 16 \text{ г/моль}}{2 \cdot 14 \text{ г/моль}} \cdot 373 \text{ К} = 426,3 \text{ К}.$$

2. Сызықтық гармониялық осциллятор үшін Гиббс таралуын энергия бойынша классикалық жуықтауда анықтаңыз және оның энергиясының орташа мәнін анықтаңыз.

	Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті	Пәннің оқу-әдістемелік кешені	Басылым: алтыншы
---	--	--------------------------------------	-----------------------------

Шешуі:

Берілгені:

$$\Gamma(E) = \frac{E}{\nu}$$

Гармониялық осциллятордың массалар центрін санақ басы ретінде қабылдаймыз. Гиббстің канондық таралуын жазамыз:

Табу керек: $dW(E), \bar{E}$

$$dW(E) = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) d\Gamma, \quad (1)$$

$$Z = \int_{\Gamma} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) d\Gamma. \quad (2)$$

Есеп шарты бойынша $\Gamma(E) = E/\nu$, онда $d\Gamma = dE/\nu$ болады, сондықтан

$$Z = \frac{1}{\nu} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE = \frac{kT}{\nu} \quad (3)$$

Сонымен гармониялық осциллятор үшін энергия бойынша Гиббс таралуы мына түрге келеді:

$$dW(E) = \frac{1}{kT} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE. \quad (4)$$

Классикалық жуықтауда гармониялық осциллятордың энергиясының орташа мәнін физикалық шаманың орташа мәнін анықтау формуласы бойынша табамыз:

$$\bar{E} = \frac{\int_0^{\infty} E \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE}{Z} \quad (5)$$

(4) өрнекті қолданып және бөліктеп интегралдағаннан соң энергияның орташа мәні үшін: $\bar{E} = kT$ аламыз.

Алынған нәтиже энергияның еркіндік дәреже бойынша бірдей таралу теоремасына сәйкес келеді. Гармониялық осциллятордың толық энергиясы екі квадраттық мүшеден тұрады, сондықтан олардың әрқайсысына $1/kT$ энергия сәйкес келеді.