Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті

№7 БІЛІМ АЛУШЫНЫҢ ӨЗДІК ЖҰМЫСЫНЫҢ (БӨЖ)

ПІКІРЛЕРДІҢ АКСИОМАЛЫҚ ТЕОРИЯСЫ. ПІКІРЛЕРГЕ ҚОЛДАНЫЛАТЫН АМАЛДАР. ПІКІРЛЕР ЛОГИКАСЫНЫҢ ФОРМУЛАЛАРЫ. ПІКІРЛЕРДІ ЕСЕПТЕУ. ЕСЕПТЕУ ЕРЕЖЕЛЕРІ.

БІЛІМ АЛУШЫНЫҢ ӨЗДІК ЖҰМЫСЫНЫҢ ТАПСЫРМАЛАРЫН ОРЫНДАУ ҮЛГІСІ

Жеке орындау жұмысы

Бұл кестеде әр нұсқада пікірлер логикасының негізгі тақырыптарын қамтитын 5 тапсырма берілген: пікірлерді түрлендіру, формулаларды жеңілдету, ақиқаттық кестелерді құру және логикалық амалдарды түсіндіру.

Берілген формуланың ақиқаттық кестесін құрыңыз және оның мәнділігін (тавтология, қайшылық немесе орындалатын) анықтаңыз:

$$F=((x\to y)\wedge(y\to z))\to(x\to z)$$

Формуланы эквивалентті түрлендірулер арқылы ықшамдаңыз:

$$G=(x\wedge y)\vee(\neg x\wedge z)\vee(y\wedge z)$$

Берілген формуланың дизъюнктивті қалыпты формасын (ДҚФ) және конъюнктивті қалыпты формасын (КҚФ) табыңыз:

$$H=(x\vee\neg y)\wedge(x\vee z)\wedge(\neg x\vee y\vee\neg z)$$

Натуралдық дедукция (немесе аксиомалық жүйе) әдісімен төмендегі секвенцияны дәлелдеңіз:

$$x\to y,\ y\to z\vdash x\to z$$

Берілген формуланың **Жетілдірілген дизъюнктивті қалыпты формасын (ЖДҚФ)** және **Жетілдірілген конъюнктивті қалыпты формасын (ЖКҚФ)** табыңыз:

$$K=(x\wedge y)\vee(\neg x\wedge z)$$

1-тапсырма. Ақиқаттық кесте және мәнділік

$F=((x\to y)\wedge(y\to z))\to(x\to z)$

Ақиқаттық кестесі (x,y,z – 8 жол):

x	y	z	x→y	y→z	(x→y)∧(y→z)	x→z	F
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Барлық мәндер 1. Демек, **F – тавтология** (әрқашан ақиқат).

Бұл – силлогизм заңы (транзитивтілік).

Жауап: Тавтология.

2-тапсырма. Ықшамдау

$G=(x\wedge y)\vee(\neg x\wedge z)\vee(y\wedge z)$

Қадамдар:

$(x\wedge y)\vee(\neg x\wedge z)$ – екі мүшені қалдырамыз. Үшінші $y\wedge z$ $y\wedge z$ артық болуы мүмкін.

Егер $y\wedge z=1$ болса, онда $y=1$, $z=1$. Бұл жағдайда $x\wedge y=x$, $\neg x\wedge z=\neg x$.

Сонда $x\vee\neg x=1$. Демек, $y\wedge z$ мүшесі артық, өйткені оның орнына алғашқы екі мүшенің дизъюнкциясы өзі 1 береді.

Нақты ықшамдау: $(x\wedge y)\vee(\neg x\wedge z)\vee(y\wedge z)=(x\wedge y)\vee(\neg x\wedge z)$.

Дәлел: $(x\wedge y)\vee(y\wedge z)=y\wedge(x\vee z)$. Сонда $G=y\wedge(x\vee z)\vee(\neg x\wedge z)$.

Енді $(y\wedge(x\vee z))\vee(\neg x\wedge z)=(y\wedge x)\vee(y\wedge z)\vee(\neg x\wedge z)=(x\wedge y)\vee[(y\wedge z)\vee(\neg x\wedge z)]=(x\wedge y)\vee[z\wedge(y\vee\neg x)]$.

Бұдан әрі ықшамдау қиын. Теңдікті кестемен тексерсек, бастапқы G мен $(x\wedge y)\vee(\neg x\wedge z)$ бірдей екені анық (екіншісі – мультиплексор формуласы).

Сондықтан:$G=(x\wedge y)\vee(\neg x\wedge z)$

Жауап: $(x\wedge y)\vee(\neg x\wedge z)$

3-тапсырма. ДҚФ және ККФ табу

H=(x∨¬y)∧(x∨z)∧(¬x∨y∨¬z)

а) ДҚФ: Дизъюнктивті форма – конъюнкциялардың дизъюнкциясы. Бізде конъюнкциялар бар, сондықтан H өзі конъюнктивті формада. ДҚФ-ға келтіру үшін дистрибутивтілікті қолданамыз.

Алдымен A=(x∨¬y)∧(x∨z)=x∨(¬y∧z) (дистрибутивті заң).

Сонда H=[x∨(¬y∧z)]∧(¬x∨y∨¬z).

Екі жақшаны көбейтеміз:

H=[x∧(¬x∨y∨¬z)]∨[(¬y∧z)∧(¬x∨y∨¬z)].

Бірінші мүше:

x∧(¬x∨y∨¬z)=(x∧¬x)∨(x∧y)∨(x∧¬z)=0∨(x∧y)∨(x∧¬z)=(x∧y)∨(x∧¬z).

Екінші мүше:

(¬y∧z)∧(¬x∨y∨¬z)=(¬y∧z∧¬x)∨(¬y∧z∧y)∨(¬y∧z∧¬z)=(¬x∧¬y∧z)∨0∨0=¬x∧¬y∧z.

Сонымен:

H=(x∧y)∨(x∧¬z)∨(¬x∧¬y∧z).

Бұл – ДҚФ.

б) КҚФ:

Н берілген күйінің өзі КҚФ (үш дизъюнкцияның конъюнкциясы). Тек әр дизъюнкция қарапайым. Сондықтан КҚФ:

$H=(x \vee \neg y) \wedge (x \vee z) \wedge (\neg x \vee y \vee \neg z)$

Жауап:

ДҚФ: $(x \wedge y) \vee (x \wedge \neg z) \vee (\neg x \wedge \neg y \wedge z)$

КҚФ: $(x \vee \neg y) \wedge (x \vee z) \wedge (\neg x \vee y \vee \neg z)$

4-тапсырма. Натуралдық дедукцияда дәлелдеу

Дәлелденетін секвенция: $x \to y, y \to z \vdash x \to z$

Натуралдық дедукция ережелері (Генцен типі):

$x \to y$ (алғышарт)

$y \to z$ (алғышарт)

x (болжау – импликацияны енгізу үшін)

y (3,1 – Modus Ponens, $\to$ жою)

z (4,2 – Modus Ponens)

$x \to z$ (3–5 – импликацияны енгізу)

Жауап: Дәлелдеме жоғарыда келтірілген.

5-тапсырма. ЖДҚФ және ЖКҚФ табу

K=(x∧y)∨(¬x∧z)

Бұл функция үш айнымалы. Ақиқаттық кестесін құрамыз:

x	y	z	x∧y	¬x∧z	K
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	1

ЖДҚФ: 1-мәндерінің жолдары: (0,0,1), (0,1,1), (1,1,0), (1,1,1).

Әрбір жолға конъюнкция жазамыз:

(0,0,1) → ¬x∧¬y∧z

(0,1,1) → ¬x∧y∧z

(1,1,0) → x∧y∧¬z

(1,1,1) → x∧y∧z

Сонда:

ЖДҚФ=(¬x∧¬y∧z)∨(¬x∧y∧z)∨(x∧y∧¬z)∨(x∧y∧z)

ЖКҚФ: 0-мәндерінің жолдары: (0,0,0), (0,1,0), (1,0,0), (1,0,1).

Әрбір жолға дизъюнкция (айнымалы 1 болса терістеу, 0 болса тура):

(0,0,0) → x∨y∨z

(0,1,0) → x∨¬y∨z

(1,0,0) → ¬x∨y∨z

(1,0,1) → ¬x∨y∨¬z

Сонда:

ЖКҚФ=(x∨y∨z)∧(x∨¬y∨z)∧(¬x∨y∨z)∧(¬x∨y∨¬z)

Жауап: ЖДҚФ және ЖКҚФ жоғарыда келтірілген.

БІЛІМ АЛУШЫНЫҢ ӨЗДІК ЖҰМЫСЫНЫҢ ТАПСЫРМАЛАРЫ

Нұсқа	Тапсырма 1	Тапсырма 2	Тапсырма 3	Тапсырма 4	Тапсырма 5
1	P: "Қазір күн" Q: "Қазір түн" $P \wedge \neg Q$ түрлендір	$\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg P$ жеңілдет	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол жүгіреді" Q: "Ол серуендейді" $P \rightarrow Q$ түсіндір	$(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ жеңілдет
2	P: "Ол оқыды" Q: "Ол жазды" $\neg(P \wedge Q)$ түрлендір	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$ жеңілдет	$P \leftrightarrow Q$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол су ішеді" Q: "Ол шәй ішеді" $P \vee Q$ түсіндір	$(P \vee Q) \wedge (\neg P \vee Q)$ жеңілдет
3	P: "Ол билейді" Q: "Ол ән айтады" $\neg P \vee Q$ түрлендір	$\neg(P \rightarrow Q) \equiv P \wedge \neg Q$ дәлелде	$P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол сабақта" Q: "Ол үйде" $P \wedge \neg Q$ түсіндір	$(P \rightarrow Q) \vee (\neg P \rightarrow Q)$ жеңілдет
4	P: "Ол жүзеді" Q: "Ол жүгіреді" $P \rightarrow \neg Q$ түрлендір	$(P \wedge Q) \rightarrow R \equiv P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ дәлелде	$\neg(P \wedge Q)$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол тамақ жейді" Q: "Ол су ішеді" $P \leftrightarrow Q$ түсіндір	$(P \vee \neg Q) \wedge (Q \vee \neg P)$ жеңілдет
5	P: "Ол жұмыс істейді" Q: "Ол дем алады" $\neg P \rightarrow Q$ түрлендір	$P \rightarrow (Q \rightarrow R) \equiv (P \wedge Q) \rightarrow R$ дәлелде	$P \vee \neg P$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол сабақ тыңдайды" Q: "Ол жазба жазады" $P \wedge Q$ түсіндір	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow \neg Q)$ жеңілдет

Нұсқа	Тапсырма 1	Тапсырма 2	Тапсырма 3	Тапсырма 4	Тапсырма 5
6	P: "Ол кино көреді" Q: "Ол кітап оқиды" $\neg(P \vee Q)$ түрлендір	$(P \to Q) \wedge (\neg P \to Q) \equiv Q$ дәлелде	$P \wedge \neg P$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол саябақта" Q: "Ол үйде" $P \leftrightarrow \neg Q$ түсіндір	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q)$ жеңілдет
7	P: "Жауын жауады" Q: "Ауа райы суық" $P \to Q$ түрлендір	$(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ жеңілдет	$P \to Q$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол сабаққа келді" Q: "Ол үйге кетті" $P \wedge \neg Q$ түсіндір	$\neg(P \to Q) \equiv P \wedge \neg Q$ дәлелде
8	P: "Ол жүгіреді" Q: "Ол серуендейді" $P \vee Q$ түрлендір	$(P \to Q) \to (\neg Q \to \neg P)$ жеңілдет	$P \leftrightarrow Q$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол су ішеді" Q: "Ол шәй ішеді" $P \vee Q$ түсіндір	$(P \vee Q) \wedge (\neg P \vee Q)$ жеңілдет
9	P: "Ол билейді" Q: "Ол ән айтады" $\neg P \vee Q$ түрлендір	$\neg(P \to Q) \equiv P \wedge \neg Q$ дәлелде	$P \to (Q \to R)$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол сабақта" Q: "Ол үйде" $P \wedge \neg Q$ түсіндір	$(P \to Q) \vee (\neg P \to Q)$ жеңілдет
10	P: "Ол жүзеді" Q: "Ол жүгіреді" $P \to \neg Q$ түрлендір	$(P \wedge Q) \to R \equiv P \to (Q \to R)$ дәлелде	$\neg(P \wedge Q)$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол тамақ жейді" Q: "Ол су ішеді" $P \leftrightarrow Q$ түсіндір	$(P \vee \neg Q) \wedge (Q \vee \neg P)$ жеңілдет

Нұсқа	Тапсырма 1	Тапсырма 2	Тапсырма 3	Тапсырма 4	Тапсырма 5
11	P: "Ол жұмыс істейді" Q: "Ол дем алады" $\neg P \to Q$ түрлендір	$P \to (Q \to R) \equiv (P \wedge Q) \to R$ дәлелдеңіз	$P \vee \neg P$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол сабақ тыңдайды" Q: "Ол жазба жазады" $P \wedge Q$ түсіндір	$(P \to Q) \wedge (P \to \neg Q)$ жеңілдет
12	P: "Ол кино көреді" Q: "Ол кітап оқиды" $\neg(P \vee Q)$ түрлендір	$(P \to Q) \wedge (\neg P \to Q) \equiv Q$ дәлелдеңіз	$P \wedge \neg P$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол саябақта" Q: "Ол үйде" $P \leftrightarrow \neg Q$ түсіндір	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q)$ жеңілдет
13	P: "Қазір күн" Q: "Қазір түн" $P \wedge \neg Q$ түрлендір	$\neg(P \vee Q) \to \neg P$ жеңілдет	$(P \to Q) \wedge (Q \to P)$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол жүгіреді" Q: "Ол серуендейді" $P \to Q$ түсіндір	$(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ жеңілдет
14	P: "Ол оқыды" Q: "Ол жазды" $\neg(P \wedge Q)$ түрлендір	$(P \to Q) \to (\neg Q \to \neg P)$ жеңілдет	$P \leftrightarrow Q$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол су ішеді" Q: "Ол шәй ішеді" $P \vee Q$ түсіндір	$(P \vee Q) \wedge (\neg P \vee Q)$ жеңілдет
15	P: "Ол билейді" Q: "Ол ән айтады" $\neg P \vee Q$ түрлендір	$\neg(P \to Q) \equiv P \wedge \neg Q$ дәлелдеңіз	$P \to (Q \to R)$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол сабақта" Q: "Ол үйде" $P \wedge \neg Q$ түсіндір	$(P \to Q) \vee (\neg P \to Q)$ жеңілдет

Нұсқа	Тапсырма 1	Тапсырма 2	Тапсырма 3	Тапсырма 4	Тапсырма 5
16	P: "Ол жүзеді" Q: "Ол жүгіреді" $P \to \neg Q$ түрлендір	$(P \land Q) \to R \equiv P \to (Q \to R)$ дәлелде	$\neg(P \land Q)$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол тамақ жейді" Q: "Ол су ішеді" $P \leftrightarrow Q$ түсіндір	$(P \lor \neg Q) \land (Q \lor \neg P)$ жеңілдет
17	P: "Ол жұмыс істейді" Q: "Ол дем алады" $\neg P \to Q$ түрлендір	$P \to (Q \to R) \equiv (P \land Q) \to R$ дәлелде	$P \lor \neg P$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол сабақ тыңдайды" Q: "Ол жазба жазады" $P \land Q$ түсіндір	$(P \to Q) \land (P \to \neg Q)$ жеңілдет
18	P: "Ол кино көреді" Q: "Ол кітап оқиды" $\neg(P \lor Q)$ түрлендір	$(P \to Q) \land (\neg P \to Q) \equiv Q$ дәлелде	$P \land \neg P$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол саябақта" Q: "Ол үйде" $P \leftrightarrow \neg Q$ түсіндір	$(P \land Q) \lor (P \land \neg Q)$ жеңілдет
19	P: "Жауын жауады" Q: "Ауа райы суық" $P \to Q$ түрлендір	$(P \land Q) \lor (\neg P \land Q)$ жеңілдет	$P \to Q$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол сабаққа келді" Q: "Ол үйге кетті" $P \land \neg Q$ түсіндір	$\neg(P \to Q) \equiv P \land \neg Q$ дәлелде
20	P: "Ол жүгіреді" Q: "Ол серуендейді" $P \lor Q$ түрлендір	$(P \to Q) \to (\neg Q \to \neg P)$ жеңілдет	$P \leftrightarrow Q$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол су ішеді" Q: "Ол шәй ішеді" $P \lor Q$ түсіндір	$(P \lor Q) \land (\neg P \lor Q)$ жеңілдет

Нұсқа	Тапсырма 1	Тапсырма 2	Тапсырма 3	Тапсырма 4	Тапсырма 5
21	P: "Ол билейді" Q: "Ол ән айтады" $\neg P \vee Q$ түрлендір	$\neg(P \to Q) \equiv P \wedge \neg Q$ дәлелде	$P \to (Q \to R)$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол сабақта" Q: "Ол үйде" $P \wedge \neg Q$ түсіндір	$(P \to Q) \vee (\neg P \to Q)$ жеңілдет
22	P: "Ол жүзеді" Q: "Ол жүгіреді" $P \to \neg Q$ түрлендір	$(P \wedge Q) \to R \equiv P \to (Q \to R)$ дәлелде	$\neg(P \wedge Q)$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол тамақ жейді" Q: "Ол су ішеді" $P \leftrightarrow Q$ түсіндір	$(P \vee \neg Q) \wedge (Q \vee \neg P)$ жеңілдет
23	P: "Ол жұмыс істейді" Q: "Ол дем алады" $\neg P \to Q$ түрлендір	$P \to (Q \to R) \equiv (P \wedge Q) \to R$ дәлелде	$P \vee \neg P$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол сабақ тыңдайды" Q: "Ол жазба жазады" $P \wedge Q$ түсіндір	$(P \to Q) \wedge (P \to \neg Q)$ жеңілдет
24	P: "Ол кино көреді" Q: "Ол кітап оқиды" $\neg(P \vee Q)$ түрлендір	$(P \to Q) \wedge (\neg P \to Q) \equiv Q$ дәлелде	$P \wedge \neg P$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол саябақта" Q: "Ол үйде" $P \leftrightarrow \neg Q$ түсіндір	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q)$ жеңілдет
25	P: "Қазір күн" Q: "Қазір түн" $P \wedge \neg Q$ түрлендір	$\neg(P \vee Q) \to \neg P$ жеңілдет	$(P \to Q) \wedge (Q \to P)$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол жүгіреді" Q: "Ол серуендейді" $P \to Q$ түсіндір	$(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ жеңілдет

Нұсқа	Тапсырма 1	Тапсырма 2	Тапсырма 3	Тапсырма 4	Тапсырма 5
26	P: "Ол оқыды" Q: "Ол жазды" $\neg(P \wedge Q)$ түрлендір	$(P \to Q) \to (\neg Q \to \neg P)$ жеңілдет	$P \leftrightarrow Q$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол су ішеді" Q: "Ол шәй ішеді" $P \vee Q$ түсіндір	$(P \vee Q) \wedge (\neg P \vee Q)$ жеңілдет
27	P: "Ол билейді" Q: "Ол ән айтады" $\neg P \vee Q$ түрлендір	$\neg(P \to Q) \equiv P \wedge \neg Q$ дәлелде	$P \to (Q \to R)$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол сабақта" Q: "Ол үйде" $P \wedge \neg Q$ түсіндір	$(P \to Q) \vee (\neg P \to Q)$ жеңілдет
28	P: "Ол жүзеді" Q: "Ол жүгіреді" $P \to \neg Q$ түрлендір	$(P \wedge Q) \to R \equiv P \to (Q \to R)$ дәлелде	$\neg(P \wedge Q)$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол тамақ жейді" Q: "Ол су ішеді" $P \leftrightarrow Q$ түсіндір	$(P \vee \neg Q) \wedge (Q \vee \neg P)$ жеңілдет
29	P: "Ол жұмыс істейді" Q: "Ол дем алады" $\neg P \to Q$ түрлендір	$P \to (Q \to R) \equiv (P \wedge Q) \to R$ дәлелде	$P \vee \neg P$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол сабақ тыңдайды" Q: "Ол жазба жазады" $P \wedge Q$ түсіндір	$(P \to Q) \wedge (P \to \neg Q)$ жеңілдет
30	P: "Ол кино көреді" Q: "Ол кітап оқиды" $\neg(P \vee Q)$ түрлендір	$(P \to Q) \wedge (\neg P \to Q) \equiv Q$ дәлелде	$P \wedge \neg P$ ақиқаттық кестесін құр	P: "Ол саябақта" Q: "Ол үйде" $P \leftrightarrow \neg Q$ түсіндір	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q)$ жеңілдет

ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

1. Дискреттік математика және математикалық логика негіздері : оқулық / Ф.Р. Гусманова, Қ.С. Дальбекова, С.Б. Беркімбаева. - Алматы : ЭСПИ, 2023. - 363, [1] б. ISBN 978-601-330- 339-0 LIBRARY.ENU
2. Байжуманов А.А. Дискреттік математика және математикалық логика : оқулық / А.А. Байжуманов, О.М. Ибрагимов. - Алматы : TechSmith, 2023. - 342, [1] б. : сур., кесте. - Библиогр.: б. 340. - ISBN 978- 601-342-643-3
3. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика. Теория и практикум: Учебник для вузов Издательство "Лань", 2025
4. Гашков С.Б. Дискретная математика : учебник для вузов / С. Б. Гашков. — 3- е изд., испр. и доп. — Санкт Петербург : Лань, 2025. — 520 с. — ISBN 978-5-507- 49866-6. — Текст : электронный // Лань : электроннобиблиотечная система.
5. Тишин В.В. Дискретная математика в примерах и задачах. — СПб.: БХВ Петербург, 2008. — 352 с.

Назар аударғаныңызға рақмет!

