Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті

№6 БІЛІМ АЛУШЫНЫҢ ӨЗДІК ЖҰМЫСЫНЫҢ (БӨЖ)

Графтағы байланыстылық. Графтардың түрлері. Графтың метрикалық сипаттамалары. Графтардың берілу түрлері

БІЛІМ АЛУШЫНЫҢ ӨЗДІК ЖҰМЫСЫНЫҢ ТАПСЫРМАЛАРЫН ОРЫНДАУ ҮЛГІСІ

Жеке орындау жұмыстары үшін оның теориялық-практикалық бөлімін шығарып, негіздеп, оның дұрыстығын онлайн платформалары көмегімен сипаттап, көрсету, сызу керек.

Төмендегі граф G (6 төбе, 7 қыр) қолмен берілген:

Төбелер: V={1,2,3,4,5,6}

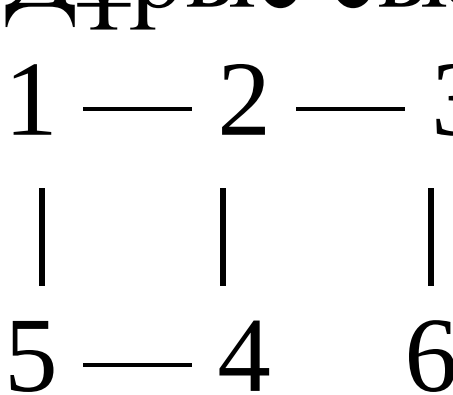
Қырлар: E={(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,6),(1,5),(2,6)}

Графтың схемасы:



Қайта қарайық: (4,5) бар, (5,6) бар, (2,6) бар, (1,5) бар.

Дұрыс сызба:



(1-5, 2-6, 4-5)

Бірақ 4 пен 5 байланысқан, 5 пен 6 байланысқан, 2 мен 6 байланысқан.

Сонда 3-тің тек 2-мен байланысы бар. 4-тің 3 және 5-пен. 6-ның 2 және 5-пен.

Нақты тізім:

(1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6), (1,5), (2,6). Барлығы 7 қыр.

Тапсырмалар

1. Графтың көршілес матрицасын және инциденттік матрицасын құрыңыз.
2. Графтың байланыстылығын анықтаңыз. Байланыс компоненттерінің санын табыңыз. Қиылысу нүктелері (артикуляциялық төбелер) мен көпірлерді табыңыз.
3. Графтың метрикалық сипаттамаларын есептеңіз: эксцентриситеттер, радиус, диаметр, центр.
4. Графта Эйлер жолы/циклі бар ма? Гамильтон циклі бар ма?
5. Графтың қашықтық матрицасын құрыңыз.

Шешімі (толық қадамдық)

1. Көршілес матрицасы A

Төбелерді 1,2,3,4,5,6 ретімен аламыз. Көршілес матрица – 6×6 симметриялы матрица, егер төбелер іргелес болса aij=1, әйтпесе 0.

Қырлар бойынша:

1: 2 және 5 → жол 1: (0,1,0,0,1,0)

2: 1,3,6 → (1,0,1,0,0,1)

3: 2,4 → (0,1,0,1,0,0)

4: 3,5 → (0,0,1,0,1,0)

5: 4,6,1 → (1,0,0,1,0,1) (1-5 бар, 4-5 бар, 5-6 бар)

6: 5,2 → (0,1,0,0,1,0)

Матрица:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Инциденттік матрица B

6 төбе × 7 қыр.

Қырларды реттейік:

e1=(1,2),

e2=(2,3),

e3=(3,4),

e4=(4,5),

e5=(5,6),

e6=(1,5),

e7=(2,6)

Инциденттік матрица: bij=1 егер i-төбе j-қырға инцидентті болса.

Төбе\ Қыр	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7
1	1	0	0	0	0	1	0
2	1	1	0	0	0	0	1
3	0	1	1	0	0	0	0
4	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	1	1	1	0
6	0	0	0	0	1	0	1

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Байланыстылық, артикуляциялық төбелер, көпірлер

Байланыстылық: Графтың барлық төбелері бір-бірімен қосылған ба? Тексерейік: 1-ден 3-ке: 1-2-3. 1-ден 4-ке: 1-5-4. 1-ден 6-ға: 1-2-6 немесе 1-5-6. Барлығы қолжетімді.
Граф **байланысты** (бір компонент).
Артикуляциялық төбелер (қиылысу нүктелері): Төбені алып тастағанда граф байланысызданатын төбелер. Тестілейік:

- 1-ді алсақ: қалады 2,3,4,5,6. 2-6 байланыс бар, 2-3, 3-4, 4-5, 5-6. Байланысты ма? 2-3-4-5-6 тізбегі бар, 2-6 қосымша. Барлығы бір компонент. 1 артикуляциялық емес.
- 2-ні алсақ: қалады 1,3,4,5,6. Қырлар: (1,5), (3,4), (4,5), (5,6), (1,5) бар. 1-5-6 байланысқан, 3-4-5 байланысқан, 1-5-4-3 арқылы барлығы бірігеді. Байланысты. 2 артикуляциялық емес.
- 3-ті алсақ: қалады 1,2,4,5,6. Қырлар: (1,2), (1,5), (2,6), (4,5), (5,6). 1-2-6-5-4 тізбегі арқылы барлығы байланысты. 3 артикуляциялық емес.
- 4-ті алсақ: қалады 1,2,3,5,6. Қырлар: (1,2), (2,3), (1,5), (2,6), (5,6). 1-2-3, 1-5-6-2 арқылы барлығы байланысты. 4 артикуляциялық емес.
- 5-ті алсақ: қалады 1,2,3,4,6. Қырлар: (1,2), (2,3), (3,4), (2,6). 1-2-3-4 тізбегі, 2-6 қосымша. Барлығы байланысты. 5 артикуляциялық емес.
- 6-ны алсақ: қалады 1,2,3,4,5. Қырлар: (1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (1,5). 1-2-3-4-5 – бір тізбек. Байланысты. 6 артикуляциялық емес.

Қорытынды: Артикуляциялық төбелер жоқ. Граф 2-байланысты (екі қырлы байланысқан? Тексерейік: екі төбені алғанда да байланыс сақтала ма? Мысалы, 1 және 5-ті алсақ, тек 2-3-4-6 қалады, 2-3-4 байланысқан, 2-6 байланысқан, бірақ 4 пен 6? 4-6 тікелей жоқ, бірақ 4-2-6 арқылы байланыс бар. Демек, 2-байланысты (ең көп дегенде бір төбені алғанда байланыс сақталады, бірақ екі төбені алғанда үзілуі мүмкін). Тек артикуляциялық нүктелер жоқ.

Көпірлер (bridge): Қырын алып тастағанда байланыс үзілетін қыр. Тексерейік әр қырды:

(1,2): алсақ, 1 мен 2 әлі де 1-5-4-3-2 жолымен байланысады (1-5-4-3-2). Көпір емес.

(2,3): алсақ, 2 мен 3 әлі де 2-1-5-4-3 жолы бар. Көпір емес.

(3,4): алсақ, 3 пен 4 әлі де 3-2-1-5-4 жолы бар. Көпір емес.

(4,5): алсақ, 4 пен 5 әлі де 4-3-2-1-5? 4-3-2-1-5 жолы бар. Көпір емес.

(5,6): алсақ, 5 пен 6 әлі де 5-1-2-6 жолы бар. Көпір емес.

(1,5): алсақ, 1 мен 5 әлі де 1-2-3-4-5 жолы бар. Көпір емес.

(2,6): алсақ, 2 мен 6 әлі де 2-1-5-6 жолы бар. Көпір емес.

Қорытынды: Көпірлер жоқ. Граф 2-жиектік байланысты (edge-connected) деңгейі кемінде 2.

4. Метрикалық сипаттамалар

Қашықтықтарды есептейміз (қысқа жолмен):

1-ден: 1-1=0, 1-2=1, 1-3=2 (1-2-3), 1-4=2 (1-5-4 немесе 1-2-3-4=3 емес, ең қысқасы 1-5-4=2), 1-5=1, 1-6=2 (1-2-6 немесе 1-5-6=2)

Эксцентриситет e(1)=max(0,1,2,2,1,2)=2

2-ден: 2-1=1, 2-2=0, 2-3=1, 2-4=2 (2-3-4), 2-5=2 (2-1-5 немесе 2-6-5), 2-6=1 → e(2)=2

3-тен: 3-1=2 (3-2-1), 3-2=1, 3-3=0, 3-4=1, 3-5=2 (3-4-5), 3-6=2 (3-2-6) → e(3)=2

4-тен: 4-1=2 (4-5-1), 4-2=2 (4-3-2), 4-3=1, 4-4=0, 4-5=1, 4-6=2 (4-5-6) → e(4)=2

5-тен: 5-1=1, 5-2=2 (5-1-2), 5-3=2 (5-4-3), 5-4=1, 5-5=0, 5-6=1 → e(5)=2

6-дан: 6-1=2 (6-2-1 немесе 6-5-1), 6-2=1, 6-3=2 (6-2-3), 6-4=2 (6-5-4), 6-5=1, 6-6=0 → e(6)=2

Барлық эксцентриситеттер = 2.

Радиус $r=\min_{v} e(v)=2$

Диаметр $D=\max_{v} e(v)=2$

Центр – барлық төбелер (өйткені барлығының эксцентриситеті 2-ге тең).

5. Эйлер және Гамильтон циклдері

Эйлер жолы/циклі: Графтағы дәрежелер:

deg(1)=2 (2,5), deg(2)=3 (1,3,6), deg(3)=2 (2,4), deg(4)=2 (3,5), deg(5)=3 (4,6,1), deg(6)=2 (5,2).

Тақ дәрежелі төбелер: 2 және 5 (екеуі тақ). Эйлер теоремасы бойынша:

Эйлер циклі болу үшін барлық дәрежелер жұп болуы керек. Мұнда екі тақ бар, сондықтан **Эйлер циклі жоқ**.

Эйлер жолы болу үшін дәл екі тақ дәрежелі төбе болуы керек. Мұнда дәл екі тақ бар (2 және 5), сондықтан **Эйлер жолы бар**. Мысалы: 2-1-5-4-3-2-6-5 (барлық қырларды бір рет қамтиды).

Гамильтон циклі: Барлық төбелерді бір рет аралап, басына қайтатын жол.

Тексеру:

Цикл мысалы: 1-2-3-4-5-6-1? Қарайық: 1-2 бар, 2-3 бар, 3-4 бар, 4-5 бар, 5-6 бар, 6-1? 6-1 тікелей қыр жоқ (6-2 және 6-5 бар). Басқа цикл: 1-5-6-2-3-4-1? 4-1? 4-1 тікелей жоқ. 1-2-6-5-4-3-1? 3-1? жоқ.

Мынаны тексерейік: 1-2-6-5-4-3-2? қайталау бар. Шындығында, графтың құрылымы: егер 1-2-3-4-5-6-2 дегенмен 2 қайталанады. Гамильтон циклі бар ма? Бір әрекет: 1-5-4-3-2-6-1? 6-1 жоқ. 1-5-6-2-3-4-1? 4-1 жоқ. Мүмкін жоқ. Дәлел: 3-төбе тек 2 және 4-пен байланысқан, 6-төбе тек 2 және 5-пен. Циклде 3-тен кейін 2 немесе 4, ал 6-дан кейін 2 немесе 5. Қолдан іздесек: 1-2-3-4-5-6-... 6-дан кейін 2 немесе 5, бірақ 2 мен 5 қолданылған. Енді 1-ге қайту керек, 1 тек 2 және 5-пен байланысқан, екеуі де қолданылған.

Сондықтан Гамильтон циклі жоқ. Гамильтон жолы бар ма? Мысалы, 3-2-1-5-6-2? қайталанады. Нақты жол: 3-4-5-6-2-1 (барлық төбелер бір рет, басына қайтпайды) – иә, бұл Гамильтон жолы (ұзындығы 5). Цикл жоқ.

6. Қашықтық матрицасы D

Қашықтықтарды жоғарыдан алдық:

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Тапсырма	Нәтиже
Көршілес матрица	A жоғарыда
Инциденттік матрица	B жоғарыда
Байланыстылық	Байланысты, артикуляциялық төбелер жоқ, көпірлер жоқ
Метрикалық сипаттамалар	e(v)=2 ∀v, радиус=2, диаметр=2, центр={1,2,3,4,5,6}
Эйлер жолы/циклі	Эйлер циклі жоқ, Эйлер жолы бар (2-1-5-4-3-2-6-5)
Гамильтон циклі	Гамильтон циклі жоқ, Гамильтон жолы бар (3-4-5-6-2-1)
Қашықтық матрицасы	D жоғарыда

Ескерту: Графтың сызбасын GraphOnline (graphonline.ru) сайтында салып, скриншотты қосымша ретінде қосу ұсынылады.

БІЛІМ АЛУШЫНЫҢ ӨЗДІК ЖҰМЫСЫНЫҢ ТАПСЫРМАЛАРЫ

Графтағы байланыстылық. Графтардың түрлері
Жеке орындау жұмысы 1 (30 вариант)

Вариант	Тапсырма 1	Тапсырма 2	Тапсырма 3	Тапсырма 4	Тапсырма 5
1	V={1,2,3,4}, E={(1,2),(2,3),(3,4)} графының түрін анықта	Байланыстылығын тексер	Көршілес матрицасын құр	Диаметрін тап	Листтерді анықта
2	V={A,B,C,D}, E={(A,B),(B,C),(C,D),(D,A)} графының түрін анықта	Цикл бар ма?	Дәрежелер тізбегін жазы	Эйлер графы ма?	Гамильтон графы ма?
3	K_3 толық графын сал	Жиектер санын есепте	Әр төбенің дәрежесін тап	Көршілес матрицасын құр	Спектрін есепте
4	C_4 цикл графын сал	Байланыстылығын тексер	Лаплас матрицасын құр	Хроматикалық санын тап	Изоморфты граф келтір
5	P_3 жол графын сал	Листтерді анықта	Диаметрін тап	Толық графқа айналдыру үшін қанша жиек қосу керек?	Циклдық графқа айналдыр
6	$K_{2,2}$ екібөлікті графын сал	Екібөлікті екенін дәлелде	Толық екібөлікті граф па?	Жиектер санын есепте	Рангін тап
7	4 төбелі ағаш сал	Листтер санын тап	Жиектер санын есепте	Диаметрін тап	Ағаштың қасиеттерін тексер
8	Бағытты граф сал: V={1,2,3}, E={(1,2),(2,3),(3,1)}	Күшті байланысқан ба?	Әлсіз байланысқан ба?	Көршілес матрицасын құр	Компоненттер санын тап
9	V={1,2,3,4}, E={(1,2),(2,3),(3,4),(4,1)} графының түрін анықта	Циклдарды тап	Спектрін есепте	Эйлер графы ма?	Гамильтон графы ма?
10	3 төбелі толық граф пен 3 төбелі цикл графын салыстыр	Изоморфты ма?	Дәрежелер тізбегін салыстыр	Диаметрлерін салыстыр	Жиектер санын салыстыр

Вариант	Тапсырма 1	Тапсырма 2	Тапсырма 3	Тапсырма 4	Тапсырма 5
11	V={1,2,3,4,5}, E={(1,2),(2,3),(3,4),(4,5)} графының түрін анықта	Байланыстылығын тексер	Компоненттер санын тап	Листтерді анықта	Диаметрін тап
12	V={A,B,C,D}, E={(A,B),(A,C),(A,D)} графының түрін анықта	Ағаш па?	Листтерді анықта	Дәрежелер тізбегін жазы	Толық графқа айналдыр
13	K_4 толық графын сал	Жиектер санын есепте	Әр төбенің дәрежесін тап	Диаметрін тап	Спектрін есепте
14	C_5 цикл графын сал	Байланыстылығын тексер	Дәрежелер тізбегін жазы	Эйлер графы ма?	Гамильтон графы ма?
15	P_4 жол графын сал	Листтерді анықта	Диаметрін тап	Көршілес матрицасын құр	Лаплас матрицасын құр
16	$K_{3,2}$ екібөлікті графын сал	Екібөлікті екенін дәлелде	Толық екібөлікті граф па?	Жиектер санын есепте	Рангін тап
17	5 төбелі ағаш сал	Листтер санын тап	Жиектер санын есепте	Диаметрін тап	Ағаштың қасиеттерін тексер
18	Бағытты граф сал: V={1,2,3,4}, E={(1,2),(2,3),(3,4)}	Күшті байланысқан ба?	Әлсіз байланысқан ба?	Көршілес матрицасын құр	Компоненттер санын тап
19	V={1,2,3,4}, E={(1,2),(2,3),(3,4),(4,1),(1,3)} графының түрін анықта	Циклдарды тап	Дәрежелер тізбегін жазы	Эйлер графы ма?	Гамильтон графы ма?
20	4 төбелі толық граф пен 4 төбелі цикл графын салыстыр	Изоморфты ма?	Дәрежелер тізбегін салыстыр	Диаметрлерін салыстыр	Жиектер санын салыстыр

Вариант	Тапсырма 1	Тапсырма 2	Тапсырма 3	Тапсырма 4	Тапсырма 5
21	V={1,2,3,4,5}, E={(1,2),(2,3),(3,1),(4,5)} графының түрін анықта	Байланыстылығын тексер	Компоненттер санын тап	Листтерді анықта	Диаметрін тап
22	V={A,B,C,D,E}, E={(A,B),(B,C),(C,D),(D,E),(E,A)} графының түрін анықта	Цикл графы ма?	Дәрежелер тізбегін жазы	Эйлер графы ма?	Гамильтон графы ма?
23	K_5 толық графын сал	Жиектер санын есепте	Әр төбенің дәрежесін тап	Диаметрін тап	Спектрін есепте
24	C_6 цикл графын сал	Байланыстылығын тексер	Лаплас матрицасын құр	Хроматикалық санын тап	Изоморфты граф келтір
25	P_5 жол графын сал	Листтерді анықта	Диаметрін тап	Толық графқа айналдыру үшін қанша жиек қосу керек?	Циклдық графқа айналдыр
26	$K_{2,4}$ екібөлікті графын сал	Екібөлікті екенін дәлелде	Толық екібөлікті граф па?	Жиектер санын есепте	Рангін тап
27	6 төбелі ағаш сал	Листтер санын тап	Жиектер санын есепте	Диаметрін тап	Ағаштың қасиеттерін тексер
28	Бағытты граф сал: V={1,2,3,4,5}, E={(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,1)}	Күшті байланысқан ба?	Әлсіз байланысқан ба?	Көршілес матрицасын құр	Компоненттер санын тап
29	V={1,2,3,4,5}, E={(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,1),(1,3)} графының түрін анықта	Циклдарды тап	Дәрежелер тізбегін жазы	Эйлер графы ма?	Гамильтон графы ма?
30	5 төбелі толық граф пен 5 төбелі цикл графын салыстыр	Изоморфты ма?	Дәрежелер тізбегін салыстыр	Диаметрлерін салыстыр	Жиектер санын салыстыр

Жеке орындау жұмыстары үшін оның теориялық-практикалық бөлімін шығарып, негіздеп, оның дұрыстығын онлайн платформалары көмегімен сипаттап, көрсету, сызу керек.

Жеке орындау жұмысы 2 (30 вариант)

Вариант	Тапсырма 1 (Қашықтық)	Тапсырма 2 (Диаметр)	Тапсырма 3 (Эксцентриситет)	Тапсырма 4 (Радиус)	Тапсырма 5 (Берілу түрі)
1	1-2-3-4-5 тізбегі берілген. d(1,4) қашықтығын табыңыз.	1-2-3-4-5 тізбегінің диаметрін табыңыз.	1-2-3-4-5 тізбегінде 3 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	1-2-3-4-5 тізбегінің радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің көршілестік тізімін жазыңыз.
2	1-2-3-4-5 тізбегі берілген. d(2,5) қашықтығын табыңыз.	C_6 циклының диаметрін табыңыз.	C_6 циклында 1 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	C_6 циклының радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің көршілес матрицасын жазыңыз.
3	K_4 толық графында d(1,3) қашықтығын табыңыз.	K_4 толық графының диаметрін табыңыз.	K_4 толық графында 2 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	K_4 толық графының радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің инциденттік матрицасын жазыңыз.
4	1-2-3-4-5 тізбегі берілген. d(1,5) қашықтығын табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінің диаметрін табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінде 4 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінің радиусын табыңыз.	Төбелері 1,2,3 және қырлары (1,2), (2,3) болатын графтың қырлар тізімін жазыңыз.
5	C_5 циклында d(1,4) қашықтығын табыңыз.	C_5 циклының диаметрін табыңыз.	C_5 циклында 2 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	C_5 циклының радиусын табыңыз.	Төбелері 1,2,3 және қырлары (1,2), (1,3) болатын графтың дәрежелер тізбегін жазыңыз.
6	1-2-3-4-5 тізбегі берілген. d(3,5) қашықтығын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің диаметрін табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінде 2 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің көршілестік тізімін жазыңыз.
7	K_3 толық графында d(1,2) қашықтығын табыңыз.	K_3 толық графының диаметрін табыңыз.	K_3 толық графында 1 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	K_3 толық графының радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің көршілес матрицасын жазыңыз.
8	C_4 циклында d(1,3) қашықтығын табыңыз.	C_4 циклының диаметрін табыңыз.	C_4 циклында 1 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	C_4 циклының радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің инциденттік матрицасын жазыңыз.
9	1-2-3-4-5 тізбегі берілген. d(2,4) қашықтығын табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінің диаметрін табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінде 2 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінің радиусын табыңыз.	Төбелері 1,2,3,4 және қырлары (1,2), (2,3), (3,4) болатын графтың қырлар тізімін жазыңыз.
10	K_5 толық графында d(2,5) қашықтығын табыңыз.	K_5 толық графының диаметрін табыңыз.	K_5 толық графында 3 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	K_5 толық графының радиусын табыңыз.	Төбелері 1,2,3,4 және барлық мүмкін қырлары бар графтың дәрежелер тізбегін жазыңыз.

Вариант	Тапсырма 1 (Қашықтық)	Тапсырма 2 (Диаметр)	Тапсырма 3 (Эксцентриситет)	Тапсырма 4 (Радиус)	Тапсырма 5 (Берілу түрі)
11	1-2-3-4-5 тізбегі берілген. d(1,3) қашықтығын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің диаметрін табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінде 1 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің көршілестік тізімін жазыңыз.
12	C_6 циклында d(1,4) қашықтығын табыңыз.	C_6 циклының диаметрін табыңыз.	C_6 циклында 3 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	C_6 циклының радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің көршілес матрицасын жазыңыз.
13	K_4 толық графында d(2,4) қашықтығын табыңыз.	K_4 толық графының диаметрін табыңыз.	K_4 толық графында 4 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	K_4 толық графының радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің инциденттік матрицасын жазыңыз.
14	1-2-3-4-5 тізбегі берілген. d(4,5) қашықтығын табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінің диаметрін табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінде 6 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінің радиусын табыңыз.	Төбелері 1,2,3 және қырлары (1,2), (2,3), (3,1) болатын графтың қырлар тізімін жазыңыз.
15	C_5 циклында d(2,5) қашықтығын табыңыз.	C_5 циклының диаметрін табыңыз.	C_5 циклында 5 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	C_5 циклының радиусын табыңыз.	Төбелері 1,2,3,4 (дәрежелері: 2,1,1,2) болатын графтың дәрежелер тізбегін жазыңыз.
16	1-2-3-4-5 тізбегі берілген. d(1,2) қашықтығын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің диаметрін табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінде 3 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің көршілестік тізімін жазыңыз.
17	K_3 толық графында d(2,3) қашықтығын табыңыз.	K_3 толық графының диаметрін табыңыз.	K_3 толық графында 3 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	K_3 толық графының радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің көршілес матрицасын жазыңыз.
18	C_4 циклында d(2,4) қашықтығын табыңыз.	C_4 циклының диаметрін табыңыз.	C_4 циклында 2 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	C_4 циклының радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің инциденттік матрицасын жазыңыз.
19	1-2-3-4-5 тізбегі берілген. d(3,4) қашықтығын табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінің диаметрін табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінде 1 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінің радиусын табыңыз.	Төбелері 1,2,3 және қырлары (1,2) болатын графтың қырлар тізімін жазыңыз.
20	K_5 толық графында d(1,4) қашықтығын табыңыз.	K_5 толық графының диаметрін табыңыз.	K_5 толық графында 5 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	K_5 толық графының радиусын табыңыз.	Төбелері 1,2,3 (барлығы дәрежесі 2) болатын графтың дәрежелер тізбегін жазыңыз.

Вариант	Тапсырма 1 (Қашықтық)	Тапсырма 2 (Диаметр)	Тапсырма 3 (Эксцентриситет)	Тапсырма 4 (Радиус)	Тапсырма 5 (Берілу түрі)
21	1-2-3-4-5 тізбегі берілген. d(2,3) қашықтығын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің диаметрін табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінде 4 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің көршілестік тізімін жазыңыз.
22	C_6 циклында d(2,5) қашықтығын табыңыз.	C_6 циклының диаметрін табыңыз.	C_6 циклында 4 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	C_6 циклының радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің көршілес матрицасын жазыңыз.
23	K_4 толық графында d(3,4) қашықтығын табыңыз.	K_4 толық графының диаметрін табыңыз.	K_4 толық графында 1 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	K_4 толық графының радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің инциденттік матрицасын жазыңыз.
24	1-2-3-4-5 тізбегі берілген. d(1,5) қашықтығын табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінің диаметрін табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінде 3 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінің радиусын табыңыз.	Төбелері 1,2,3,4 және қырлары (1,2), (3,4) болатын графтың қырлар тізімін жазыңыз.
25	C_5 циклында d(3,5) қашықтығын табыңыз.	C_5 циклының диаметрін табыңыз.	C_5 циклында 1 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	C_5 циклының радиусын табыңыз.	Төбелері 1,2,3 (дәрежелері: 3,2,1) болатын граф үшін мүмкін бола ма? Түсіндіріңіз.
26	1-2-3-4-5 тізбегі берілген. d(4,5) қашықтығын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің диаметрін табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінде 2 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің көршілестік тізімін жазыңыз.
27	K_3 толық графында d(1,3) қашықтығын табыңыз.	K_3 толық графының диаметрін табыңыз.	K_3 толық графында 2 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	K_3 толық графының радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің көршілес матрицасын жазыңыз.
28	C_4 циклында d(1,2) қашықтығын табыңыз.	C_4 циклының диаметрін табыңыз.	C_4 циклында 3 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	C_4 циклының радиусын табыңыз.	1-2-3-4 тізбегінің инциденттік матрицасын жазыңыз.
29	1-2-3-4-5 тізбегі берілген. d(3,5) қашықтығын табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінің диаметрін табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінде 5 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	1-2-3-4-5-6 тізбегінің радиусын табыңыз.	Төбелері 1,2,3,4 және қырлары (1,2), (2,3), (3,4), (4,1) болатын графтың қырлар тізімін жазыңыз.
30	K_5 толық графында d(1,5) қашықтығын табыңыз.	K_5 толық графының диаметрін табыңыз.	K_5 толық графында 4 төбесінің эксцентриситетін табыңыз.	K_5 толық графының радиусын табыңыз.	Төбелері 1,2,3,4 және барлық мүмкін қырлары бар графтың дәрежелер тізбегін жазыңыз.

ҚОСЫМША КЕҢЕСТЕР:

Графтар теориясын тексеруге арналған онлайн платформалар:

1. Графтарды визуализациялау және талдау

Graph Online (graphonline.ru)

- Графтарды салуға болады
- Байланыстылықты тексеру
- Матрицаларды есептеу
- Изоморфизмді тексеру

Desmos (desmos.com/calculator)

- Графтарды салуға арналған қосымшалар
- Матрицалық есептеулер

GeoGebra (geogebra.org/graphing)

- Графтарды визуализациялау
- Геометриялық қасиеттерді талдау

2. Математикалық есептеулер

Wolfram Alpha (wolframalpha.com)

- Граф параметрлерін есептеу
- Матрицалық операциялар
- Спектрлік талдау

Мысал: "adjacency matrix of complete graph K4"

Matrix Calculator (matrix.reshish.com)

- Көршілес матрицасын есептеу
- Матрицаның дәрежелерін табу
- Меншікті мәндерді есептеу

ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

1. Дискреттік математика және математикалық логика негіздері : оқулық / Ф.Р. Гусманова, Қ.С. Дальбекова, С.Б. Беркімбаева. - Алматы : ЭСПИ, 2023. - 363, [1] б. ISBN 978-601-330- 339-0 LIBRARY.ENU
2. Байжуманов А.А. Дискреттік математика және математикалық логика : оқулық / А.А. Байжуманов, О.М. Ибрагимов. - Алматы : TechSmith, 2023. - 342, [1] б. : сур., кесте. - Библиогр.: б. 340. - ISBN 978- 601-342-643-3
3. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика. Теория и практикум: Учебник для вузов Издательство "Лань", 2025
4. Гашков С.Б. Дискретная математика : учебник для вузов / С. Б. Гашков. — 3- е изд., испр. и доп. — Санкт Петербург : Лань, 2025. — 520 с. — ISBN 978-5-507- 49866-6. — Текст : электронный // Лань : электроннобиблиотечная система.
5. Тишин В.В. Дискретная математика в примерах и задачах. — СПб.: БХВ Петербург, 2008. — 352 с.

Назар аударғаныңызға рақмет!

