**Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті**

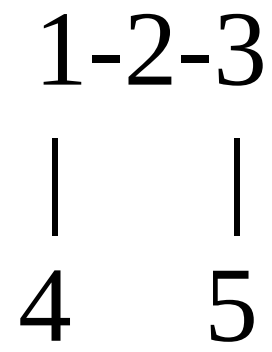
Тәжірибелік сабақ 13

# Графтардың берілу түрлері

# ТӘЖІРИБЕЛІК САБАҚ ЖОСПАРЫ:

1. Кіріспе
2. Графтардың берілу түрлері

## Мысал 12:




графы берілген. Графтың көршілестік тізімін құрыңыз.

*Шешімі:*

**Көршілестік тізімі:**

1: {2,4}
2: {1,3}
3: {2,5}
4: {1}
5: {3}

*Талдау:*

- Әр төбеге оған қосылған төбелердің тізімі берілген.
- Бұл әдіс ірікетелі графтар үшін тиімді, бірақ екі төбенің байланысын тексеру үшін барлық көршілерді қарау керек.

**Мысал 13: Жол желісі:**

Қалалар: Астана, Алматы, Шымкент

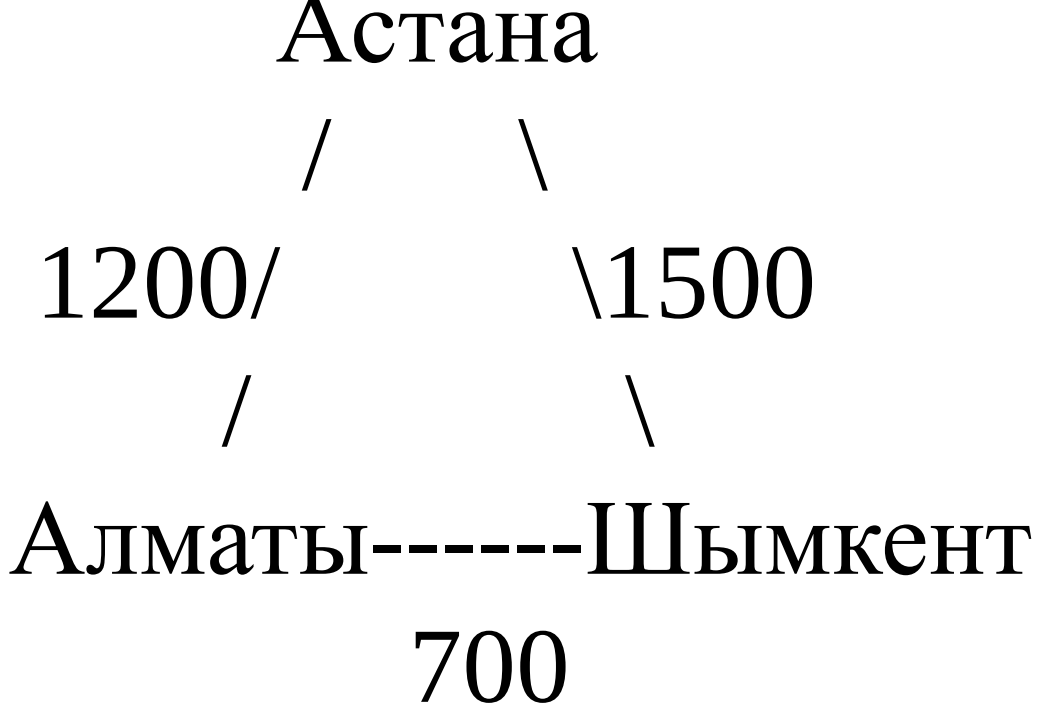
Қашықтықтар:

-Астана-Алматы: 1200 км

- Алматы-Шымкент: 700 км

- Астана-Шымкент: 1500 км

**Граф түрінде:**



# Графтық модель:

Астана —1200— Алматы —700— Шымкент

_____/

1500

*Талдау:*

- Бұл мысалда граф бағытсыз және ірікетелі.
- Қашықтықтар графтың салмақтары ретінде берілген.

**Мысал 14: Компьютер желісі:**

Компьютерлер: A, B, C, D

Байланыс жылдамдығы:

-A-B: 100 Мбит/с

-B-C: 50 Мбит/с

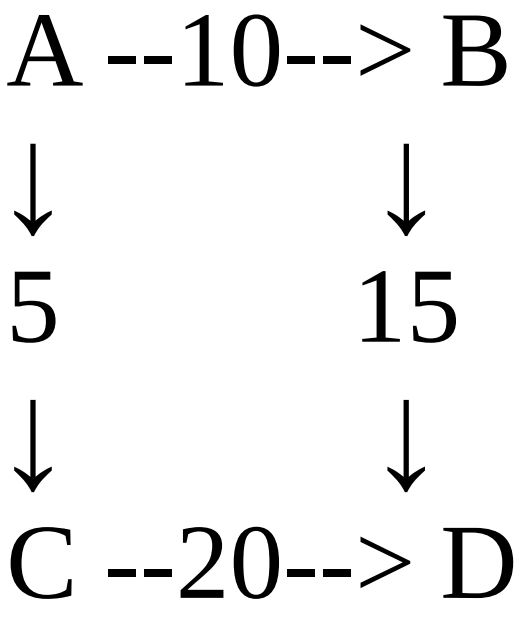
-C-D: 100 Мбит/с

-A-D: 200 Мбит/с

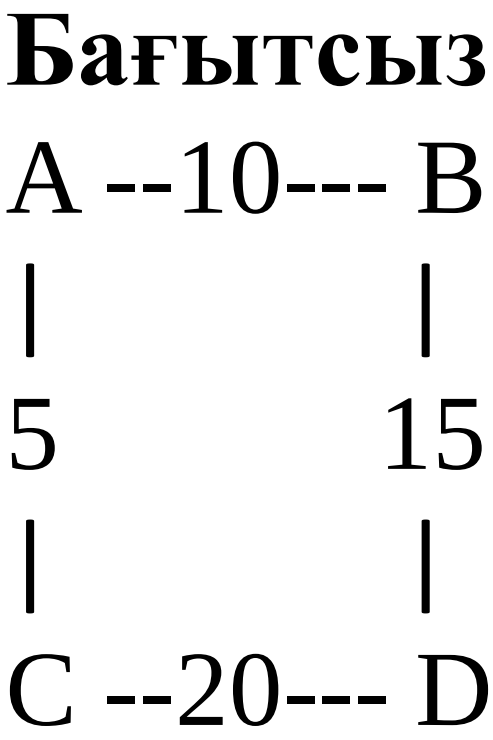
# Ірікетелі граф түрлері

## Мысал 15:

**Бағытты ірікетелі граф:**




**Бағытсыз ірікетелі граф:**



# Матрицалық өрнектеулер

## Ірікетелі көршілес матрицасы:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 5 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 15 \\ 5 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 15 & 20 & 0 \end{bmatrix}$$

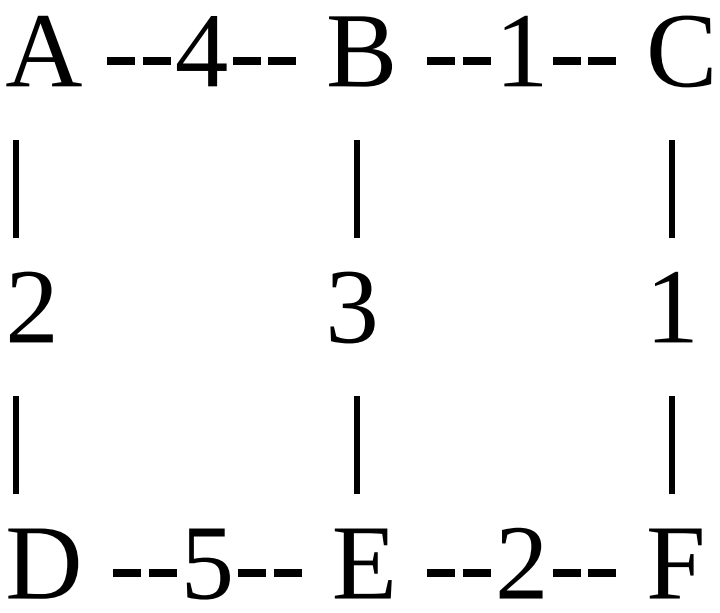
## Ірікетелі инциденттік матрица:

Қырлар: $e_1$=(A,B,10), $e_2$=(A,C,5), $e_3$=(B,D,15), $e_4$=(C,D,20)

$$B = \begin{bmatrix} 10 & 5 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 15 & 20 \end{bmatrix}$$

## Мысал 16:

Граф:




**A-дан F -қа дейінгі қысқа жол:**

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F = 4 + 1 + 1 = 6$

*Талдау:*

Dijkstra алгоритмі арқылы ең қысқа жолды табуға болады.

Басқа жолдар:

$A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F = 2 + 5 + 2 = 9$

$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow F = 4 + 3 + 2 = 9$

Ең қысқа жол: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F = 6$

**Мысал 17:** $K_3$ толық графының төбелері 1,2,3 болса, көршілес матрицасы:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

**Есептеу мысалы:**

$A^2$ матрицасының элементтері 2 ұзындықтағы жолдар санын көрсетеді:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

## Мысал 18:

**Қарапайым бағытсыз граф:**

- Төбелер: 1, 2, 3
- Қырлар:

  $e_1$: 1 - 2

  $e_2$: 2 - 3

  $e_3$: 3 - 1

Инциденттік матрицасын құрыңыз.

# Инциденттік матрицасын құру:

| **Төбе/Қыр** | **$e_1$** | **$e_2$** | **$e_3$** |
|---|---|---|---|
| **1** | 1 | 0 | 1 |
| **2** | 1 | 1 | 0 |
| **3** | 0 | 1 | 1 |

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

## Мысал 19:

**Толық граф $K_4$:**

- Төбелер: 1, 2, 3, 4
- Барлық мүмкін қырлар бар
- Қырлар:

  $e_1$: 1-2, $e_2$: 1-3, $e_3$: 1-4

  $e_4$: 2-3, $e_5$: 2-4, $e_6$: 3-4

Инциденттік матрицасын құрыңыз.

# Инциденттік матрицасын құру:

| **Төбе/ Қыр** | **$e_1$** | **$e_2$** | **$e_3$** | **$e_4$** | **$e_5$** | **$e_6$** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **2** | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| **3** | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **4** | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

## Мысал 20:

**Ағаш:**

- Төбелер: 1, 2, 3, 4
- Барлық мүмкін қырлар бар
- Қырлар:

  $e_1$: 1-2, $e_2$: 1-3, $e_3$: 3-4

Инциденттік матрицасын құрыңыз.

# Инциденттік матрицасын құру:

| **Төбе/ Қыр** | **$e_1$** | **$e_2$** | **$e_3$** |
|---|---|---|---|
| **1** | 1 | 1 | 0 |
| **2** | 1 | 0 | 0 |
| **3** | 0 | 1 | 1 |
| **4** | 0 | 0 | 1 |

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Мысал 21:

Граф

- төбелері: 1, 2, 3, 4
- қырлары: $e_1=(1,2)$, $e_2=(2,3)$, $e_3=(3,4)$, $e_4=(4,1)$.

Инциденттік матрицасы:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

**Түсіндіру:**

1-ші баған ($e_1$): 1 және 2 төбелерінде 1 бар

2-ші баған ($e_2$): 2 және 3 төбелерінде 1 бар

3-ші баған ($e_3$): 3 және 4 төбелерінде 1 бар

4-ші баған ($e_4$): 4 және 1 төбелерінде 1 бар

## Мысал 22:

**Қарапайым бағытты граф:**

- Төбелер: 1, 2, 3
- Қырлар:

  $e_1$: $1 \rightarrow 2$

  $e_2$: $2 \rightarrow 3$

  $e_3$: $3 \rightarrow 1$

Инциденттік матрицасын құрыңыз.

# Инциденттік матрицасын құру:

| **Төбе/Қыр** | **$e_1$** | **$e_2$** | **$e_3$** |
|---|---|---|---|
| **1** | -1 | 0 | 1 |
| **2** | 1 | -1 | 0 |
| **3** | 0 | 1 | -1 |

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

## Мысал 23:

**Күрделірек бағытты граф**

- Төбелер: A, B, C, D
- Қырлар:
  $e_1$: A → B
  $e_2$: B → C
  $e_3$: C → D
  $e_4$: D → A
  $e_5$: A → C

Инциденттік матрицасын құрыңыз.

Инциденттік матрицасын құру:

Төбелерді реттеу: A=1, B=2, C=3, D=4

Қырларды реттеу: $e_1$, $e_2$, $e_3$, $e_4$, $e_5$

| **Төбе/ Қыр** | **$e_1$** | **$e_2$** | **$e_3$** | **$e_4$** | **$e_5$** |
|---|---|---|---|---|---|
| **A(1)** | -1 | 0 | 0 | 1 | -1 |
| **B(2)** | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| **C(3)** | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 |
| **D(4)** | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 |

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Мысал 24:

**Бағытты граф:**

- Төбелер: 1, 2, 3, 4
- Қырлары: $e_1=(1\to2)$, $e_2=(2\to3)$, $e_3=(3\to4)$, $e_4=(4\to1)$.

Инциденттік матрицасы:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

**Түсіндіру:**

1-ші баған ($e_1$): 1→2, 1-де -1, 2-де 1

2-ші баған ($e_2$): 2→3, 2-де -1, 3-де 1

3-ші баған ($e_3$): 3→4, 3-де -1, 4-де 1

4-ші баған ($e_4$): 4→1, 4-де -1, 1-де 1

# Мысал 25:

Граф:

Төбелер: 1, 2, 3

Қырлар: $e_1=(1,2,5)$, $e_2=(2,3,3)$, $e_3=(1,3,7)$

**Инциденттік матрица:** $B = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 7 \\ 5 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

# 2. Бағытты ірікетелі граф:

## Мысал 25:

Граф:

Төбелер: 1, 2, 3

Қырлар:

- $e_1=(1\rightarrow 2,5)$,
- $e_2=(2\rightarrow 3,3)$,
- $e_3=(3\rightarrow 1,7)$.

**Инциденттік матрица:** $B = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 7 \\ 5 & -3 & 0 \\ 0 & 3 & -7 \end{bmatrix}$

# Практикалық мысалдар

**Мысал 26:** **Электр тізбегі.**

Тізбек:

Төбелер: A, B, C, D

Кернеу көздері: $E_1$=(A,B,12V), $E_2$=(C,D,9V)

Инциденттік матрицасы: $B = \begin{bmatrix} -12 & 0 \\ 12 & 0 \\ 0 & -9 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$

## Мысал 27: **Көлік желісі.**

Қалалар: Астана, Алматы, Шымкент

Жолдар:

- Астана→Алматы (1200 км)
- Алматы→Шымкент (700 км)
- Шымкент→Астана (1500 км)

Инциденттік матрицасы: $B = \begin{bmatrix} -1200 & 0 & 1500 \\ 1200 & -700 & 0 \\ 0 & 700 & -1500 \end{bmatrix}$

**Мысал 28:**

Граф: 1-2-3

Қырлары: $e_1=(1,2)$, $e_2=(2,3)$.

Инциденттік матрицасы: $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

**Мысал 29:**




графы берілген. Қырларының тізімі: {(1,2), (1,3)}

## Мысал 30:

Екі әртүрлі графтың дәрежелер тізбегі бірдей болуы мүмкін.

**Мысал 31:**

1 (дәреже=2)

/ \

2 3 (дәреже=1)

графы берілген.

Дәрежелер тізбегі: (2,1,1)

# ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР


1. Дискреттік математика және математикалық логика негіздері : оқулық / Ф.Р. Гусманова, Қ.С. Дальбекова, С.Б. Беркімбаева. - Алматы : ЭСПИ, 2023. - 363, [1] б. ISBN 978-601-330- 339-0 LIBRARY.ENU
2. Байжуманов А.А. Дискреттік математика және математикалық логика : оқулық / А.А. Байжуманов, О.М. Ибрагимов. - Алматы : TechSmith, 2023. - 342, [1] б. : сур., кесте. - Библиогр.: б. 340. - ISBN 978- 601-342-643-3
3. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика. Теория и практикум: Учебник для вузов Издательство "Лань", 2025
4. Гашков С.Б. Дискретная математика : учебник для вузов / С. Б. Гашков. — 3- е изд., испр. и доп. — Санкт Петербург : Лань, 2025. — 520 с. — ISBN 978-5-507- 49866-6. — Текст : электронный // Лань : электроннобиблиотечная система.
5. Тишин В.В. Дискретная математика в примерах и задачах. — СПб.: БХВ Петербург, 2008. — 352 с.

# Назар аударғаныңызға рақмет!

