Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті

Тәжірибелік **сабақ 7**

Буль функцияларының суперпозициясы ұғымы. Буль функцияларының теңдігі және эквиваленттігі. Негізгі тепе-теңдіктер

ТӘЖІРИБЕЛІК САБАҚ ЖОСПАРЫ:

1. Кіріспе
2. Буль функцияларының суперпозициясы
1. Буль функцияларының теңдігі және эквиваленттігі
1. Негізгі тепе-теңдіктер
2. Мысалдар

Мысал 1.

$f(x,y)=x \vee y$ және $g(z)=\neg z$ болсын.

Онда

$h(z)=f(g(z),g(z))=\neg z \vee \neg z=\neg z$

Шешімі:

1-қадам: $g(z)$ функциясы

$g(z)=\neg z$ - бұл z айнымалысын терістеу (инверсия) операциясы

2-қадам: Суперпозицияны құру

$h(z)=f(g(z),g(z))$ дегеніміз:

- f функциясының бірінші аргументі ретінде $g(z)$ қоямыз;
- f функциясының екінші аргументі ретінде де $g(z)$ қоямыз, яғни: $h(z)=f(\neg z,\neg z)$

3-қадам: *f* функциясын есептеу

$f(x,y)=x \vee y$ болғандықтан:

$$h(z)=\neg z \vee \neg z$$

4-қадам: Жеңілдету

$\neg z \vee \neg z$ өрнегінде бірдей екі мүше бар.

Идемпотенттілік заңы бойынша:

$$A \vee A = A$$

Мұнда $A=\neg z$, сондықтан:

$$\neg z \vee \neg z = \neg z$$

Оны Ақиқаттық кестемен тексеріп көріңіздер!!!

Ақиқаттық кестесімен тексеру:

z	g(z) = ¬z	h(z) = ¬z ∨ ¬z	Жеңілдетілген h(z) = ¬z
0	1	1 ∨ 1 = 1	1
1	0	0 ∨ 0 = 0	0

Кестеден көрініп тұрғандай, барлық z мәндері үшін:

$h(z)=\neg z \vee \neg z$ және $h(z)=\neg z$

өрнектерінің мәндері бірдей.

Мысалдар:

B^2 (n=2):

(0,0)
(0,1)
(1,0)
(1,1)

B^3 (n=3):

(0,0,0)
(0,0,1)
(0,1,0)
(0,1,1)
(1,0,0)
(1,0,1)
(1,1,0)
(1,1,1)

Мысалдар:

B^2 үшін:

$B^2=\{(x_1, x_2)|\ x_1 \in \{0,1\}, x_2 \in \{0,1\}\}=\{(0,0), (0,1), (1,0), (1,1)\}$

B^3 үшін:

$B^3 =\{(x_1, x_2, x_3)|\ x_1\in\{0,1\}, x_2\in\{0,1\}, x_3 \in \{0,1\}\}=$

$= \{(0,0,0), (0,0,1), (0,1,0), (0,1,1), (1,0,0), (1,0,1), (1,1,0), (1,1,1)\}$

Элементтер саны: $|B^n| = 2^n$

Буль функциясының анықталу облысы: $f: B^n \rightarrow B$

Сондықтан, $f(x_1,...,x_n) = g(x_1,...,x_n)$ теңдігі **барлық мүмкін екілік кіріс жиынтықтары үшін** екі функцияның мәндері бірдей болуын білдіреді.

Мысал: n=2 болғанда, теңдікті тексеру үшін 4 жиынтықты қарастыру керек:

(0,0)
(0,1)
(1,0)
(1,1)

5. Мысалдар

Мысал 1.

$f(x,y,z)=x\wedge(y\vee z)$ және $g(a,b)=\neg a\vee b$ болсын.
Табу керек: $h(x,y,z)=g(f(x,y,z),x)$.

Шешімі:

Алдымен $f(x,y,z)$ функциясын есептейміз:

$$f(x,y,z)=x\wedge(y\vee z)$$

Енді g функциясына $a=f(x,y,z)$ және $b=x$ деп қоямыз:

$$h(x,y,z)=g(f(x,y,z),x)=\neg f(x,y,z)\vee x$$

$f(x,y,z)$ орнына оның мәнін қоямыз:

$$h(x,y,z)=\neg(x\wedge(y\vee z))\vee x$$

- Де Морган;
- ассоциативтілік және коммутативтілік;
- тотығу ;
- тұрақтылармен амал

заңдарын қолданып $h(x,y,z)$ есептелуінің ықшамды жауабын берсеңіздер?

Де Морган заңын қолданамыз:

$$h(x,y,z)=(\neg x \vee \neg(y \vee z)) \vee x$$

Тағы да Де Морган заңын қолданамыз:

$$h(x,y,z)=(\neg x \vee (\neg y \wedge \neg z)) \vee x$$

Ассоциативтілік және коммутативтілік заңдарын қолданамыз:

$$h(x,y,z)=(\neg x \vee x) \vee (\neg y \wedge \neg z)$$

Тотығу заңы бойынша $\neg x \vee x=1$:

$$h(x,y,z)=1 \vee (\neg y \wedge \neg z)$$

Константалармен операция заңы бойынша $1 \vee A=1$:

$$h(x,y,z)=1$$

Мысал 2. Тепе-теңдікті дәлелдеу керек:

$$x \rightarrow y = \neg x \vee y$$

Шешімі: Ақиқаттық кестесі:

x	y	x→y	¬x	¬xvy
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	1	1	0	1

Мысал 3. Де Морган заңын қолдану: $\neg(\neg x \vee y)$

Шешімі:

Де Морган заңын қолданамыз:

$$\neg(\neg x \vee y) = \neg(\neg x) \wedge \neg y$$

Қос терістеу заңын қолданамыз $\neg(\neg x) = x$:

$$\neg(\neg x \vee y) = x \wedge \neg y$$

Мысал 4. Күрделі өрнекті жеңілдету керек:

$(x \vee y) \wedge (\neg x \vee y)$

Шешімі:

Дистрибутивтілік заңын қолданамыз:

$$(x \vee y) \wedge (\neg x \vee y) = (x \wedge \neg x) \vee y$$

Тотығу заңы бойынша $x \wedge \neg x = 0$:

$$(x \vee y) \wedge (\neg x \vee y) = 0 \vee y$$

Тұрақтылармен амал заңы бойынша $0 \vee y = y$:

$$(x \vee y) \wedge (\neg x \vee y) = y$$

ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

1. Дискреттік математика және математикалық логика негіздері : оқулық / Ф.Р. Гусманова, Қ.С. Дальбекова, С.Б. Беркімбаева. - Алматы : ЭСПИ, 2023. - 363, [1] б. ISBN 978-601-330- 339-0 LIBRARY.ENU
2. Байжуманов А.А. Дискреттік математика және математикалық логика : оқулық / А.А. Байжуманов, О.М. Ибрагимов. - Алматы : TechSmith, 2023. - 342, [1] б. : сур., кесте. - Библиогр.: б. 340. - ISBN 978- 601-342-643-3
3. Ерусалимский Я. М. Дискретная математика. Теория и практикум: Учебник для вузов Издательство "Лань", 2025
4. Гашков, С. Б. Дискретная математика : учебник для вузов / С. Б. Гашков. — 3- е изд., испр. и доп. — СанктПетербург : Лань, 2025. — 520 с. — ISBN 978-5-507- 49866-6. — Текст : электронный // Лань : электроннобиблиотечная система.
5. Тишин В. В. Дискретная математика в примерах и задачах. — СПб.: БХВ Петербург, 2008. — 352 с.

Назар аударғаныңызға рақмет!

