Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті

Тәжірибелік сабақ 2

Жиында анықталған қатынастар

ТӘЖІРИБЕЛІК САБАҚ ЖОСПАРЫ:

1. Жиындардың декарттық көбейтіндісі және оны бейнелеу;
2. Қатынастар ұғымы, түрлері;
3. Бинарлық қатынастардың берілу тәсілдері;
4. Бинарлық қатынастардың қасиеттері;
5. Эквивалентті қатынастар.

Мысал 1:

(x,y) жұбын Oxy жазықтығының нүктесі деп қарастырсақ (x – абсцисса, y – ордината), егер $x \neq y$ болса, онда $(x,y) \neq (y,x)$ болады.

Мысалы, (2,5) жұбы мен (5,2) жұбы - әртүрлі нүктелер.

Мысал 2:

$A=\{1,2,3\}$ және $B=\{a,b\}$ берілсін. $A\times B$ және $B\times A$ декарттық көбейтінділерін табу керек.

Шешімі:

$A \times B = \{(1,a), (1,b), (2,a), (2,b), (3,a), (3,b)\}$,

$B \times A = \{(a, 1), (b,1), (a,2), (b,2), (a,3), (b.3)\}$.

Мысал 3:

Қобдишадағы шарлардың бір бөлігінің ақ болуын қарастырсақ. Оларды унарлы қатынас деп атайды және R әрпімен белгіленеді, яғни

$a \in R,\ R \subseteq M.$

Мысал 4:

М адамдар жиыны десек 2 адамның

- бір қалада тұруы;
- бір ұйымда қызмет істеуі;
- біреуінің екіншісінен жас болуы;
- әке мен бала болуы т. б.

Мысал 5: $A = \{1,3,6\}$, $B = \{2,5\}$ болсын.

$$A \times B = \{(x,y): x \in A, y \in B\} =$$
$$= \{(1,2),(1,5),(3,2),(3,5)(6,2),(6,5)\}$$

$P = \{(3,2),(6,2),(6,5)\}$ жиынын қарастырайық.

$P \subset A \times B \Rightarrow$ P - A және B жиындарының арасындағы бинарлық қатынас.

$$P = \{(3,2),(6,2),(6,5)\} =$$
$$= \{(x,y): (x,y) \in A \times B \text{ және } x > y\} \Rightarrow$$

x және y элементтері P қатынасында болады дегеніміз, $x > y$ деген сөз:

xPy немесе $(x,y) \in P \Leftrightarrow x > y$.

Мысал 6: $A=\{1,2,6\}$ жиынында берілген

$$P=\{(x,y)|y: x \text{ бөліндісінің қалдығы } 1 \text{ - ге тең}\}$$

қатынасының анықталу облысы мен мәндерінің жиынын табыңыз.

Шешімі:

Р қатынасы A жиынында берілген, яғни ол

$A \times A = \{(x, y): x \in A, y \in A\} =$

$= \{(1,1), (1,2), (1,6), (2,1), (2,2), (2,6), (6,1), (6,2), (6,6)\}$

жиынының екінші санын бірінші санына бөлгенде қалдық бірге тең болатын жұптарынан тұратын ішкі жиыны болады:

$P = \{(2,1), (6,1)\}$

түріндегі сипатталынуынан

$D_P = \{2,6\}$

және

$E_P = \{1\}$

болатыны шығады.

Мысал 7:

$X = \{1,2,3,4\}$ жиынында берілсін. Х жиынында келесі қатынастарды анықтаймыз:

- $T = \{(x,y) \mid x,y \in X, x = y\}$ –теңдік қатынасы;
- $P = \{(x,y) \mid x,y \in X, x = y-1\}$ –ілгері жүру қатынасы;
- $Q = \{(x,y) \mid x,y \in X,$ x элементі y ке бөлінеді$\}$– бөлінгіштік қатынасы.

Бұл қатынастар *сипаттамалық қасиеттері арқылы* берілген.

Енді оларды *барлық элементтерін көрсету арқылы* берейік.

$$T = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\};$$

$$P = \{(1,2),(2,3),(3,4)\};$$

$$Q = \{(4,4),(4,2),(4,1),(3,3),(3,1),(2,2),(2,1),(1,1)\}.$$

Мысал 8:

A={2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} жиыны берілсін.

$$P=\{(x,y)|\ x,y\in A,\ y \text{ бөлінеді } x\text{-ке және } x\leq 3\}$$

бинарлы қатынасын

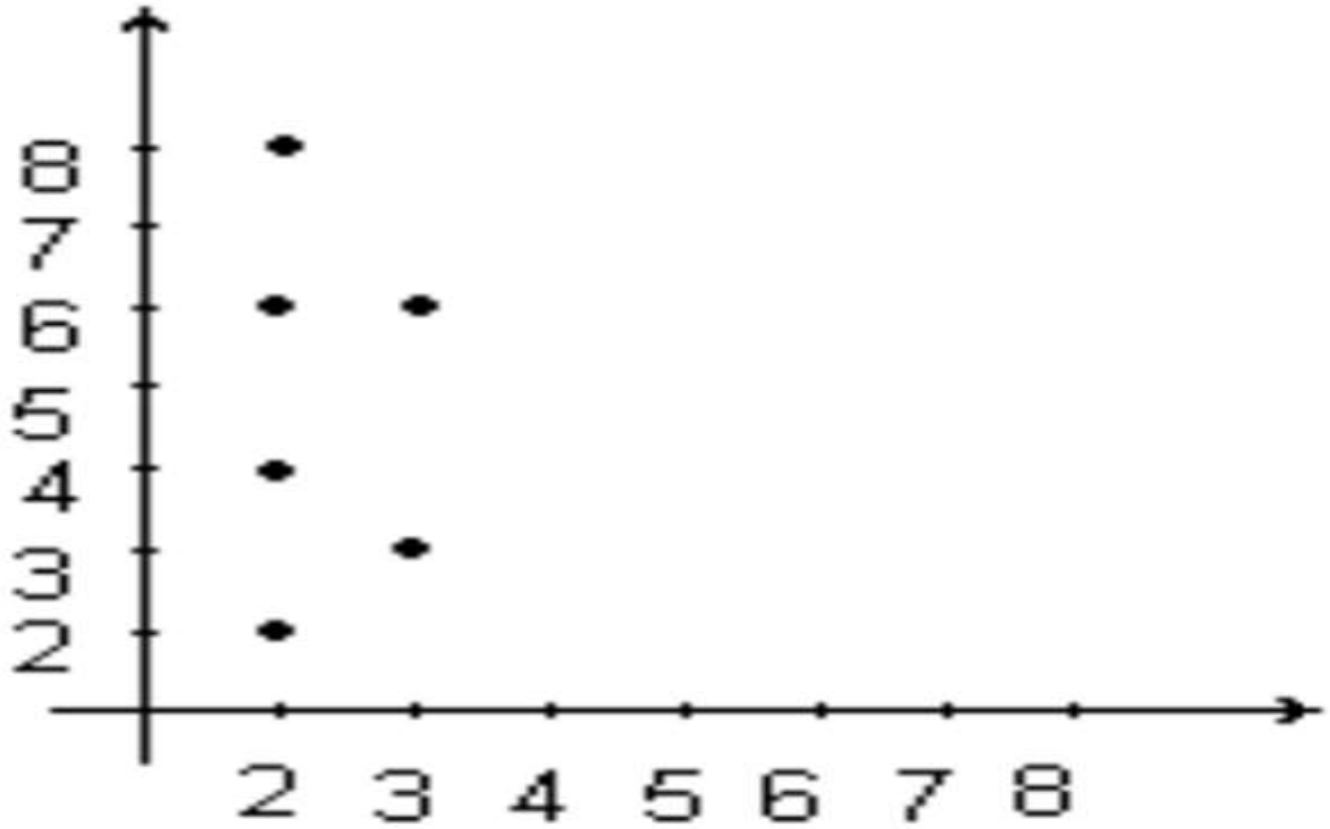
$$P=\{(2,2),\ (2,4),\ (2,6),\ (2,8),\ (3,3),\ (3,6)\}$$

түрінде жазуға болады. Графиктік кескіндеу түрлерін жекелей көрсету керек.

а) Координат өстеріне

P={(2,2), (2,4), (2,6), (2,8), (3,3), (3,6)}

қатынасының элементтерін белгілеу арқылы көрсетсек:



Мысал 9:

$X = \{1,2,3,4\}$ жиынында берілген

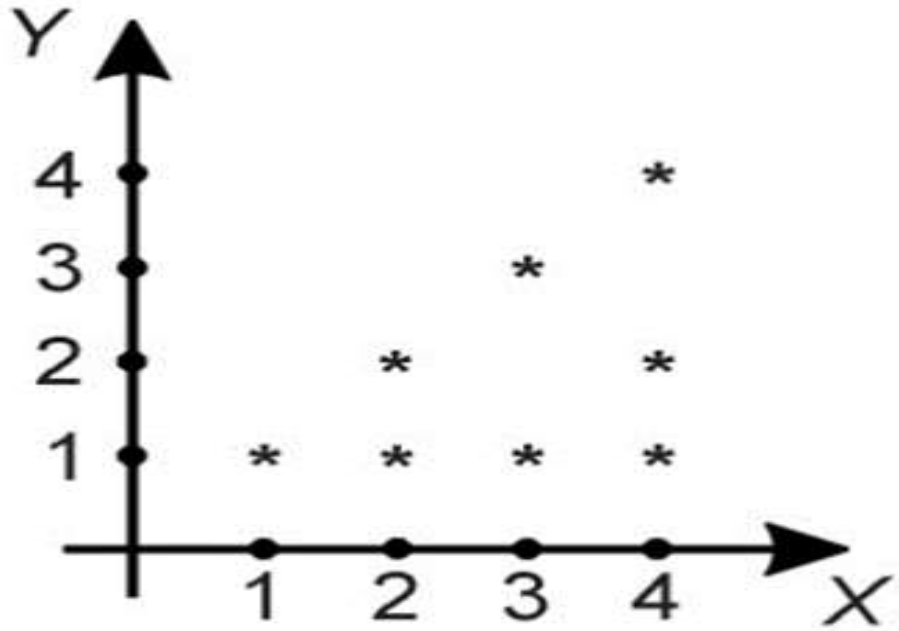
$$Q = \{(x, y) | x, y \in X, x \text{ саны } y \text{ санына бөлінеді}\}$$

бөлінгіштік қатынасының графигін тұрғызыңыз.

Шешімі: Q қатынасын оның элементтерін көрсету арқылы береміз:

$$Q = \{(1,1), (2,1), (2,2), (3,1), (3,3), (4,1), (4,2), (4,4)\}.$$

Қатынастың элементтерін декарттық жүйеде бейнелейміз (элементтер жұлдызшалармен бейнеленген):



Мысал 10: R нақты сандар жиынында берілген

$$W = \{(x, y) | x, y \in R,\ y \leq x\}$$

қатынасының графигін тұрғызыңыз.

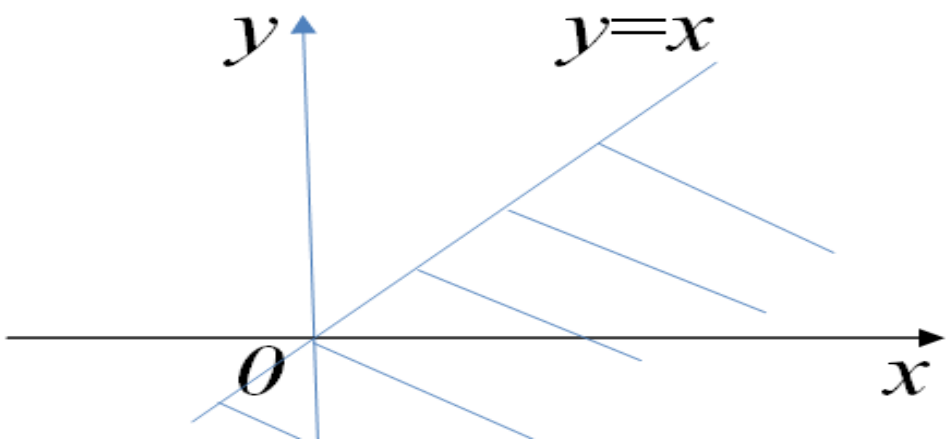
Шешімі:

W қатынасы

$$R \times R = \{(x, y): x, y \in R\}$$

көбейтіндісінің, яғни Oxy жазықтығының y ординатасы x абсциссасынан артпайтын (x,y) нүктелерінен тұратын жиын, яғни Oxy жазықтығының жоғарыдан y=x түзуімен шектелген жартысы болады.

W – қатынасының графигі:



Мысал 11:

$X = \{1,2,3,4\}$ жиынында берілген

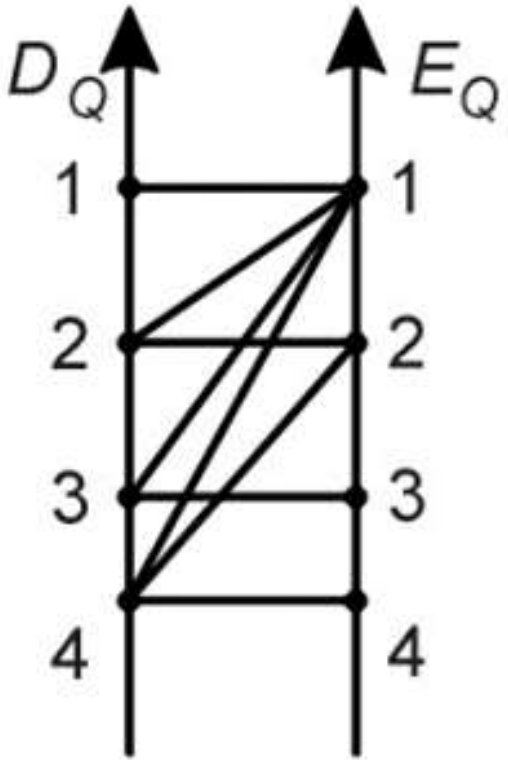
$$Q = \{(x, y) | x, y \in X, x \text{ саны } y \text{ санына бөлінеді}\}$$

бөлінгіштік қатынасының схемасын тұрғызыңыз.

Шешімі:

$$Q = \{(1,1),(2,1),(2,2),(3,1),(3,3),(4,1),(4,2),(4,4)\}.$$

Қатынасу схемасы:



Мысал 12:

$X = \{1,2,3,4\}$ жиынында берілген

$$Q = \{(x, y) | x, y \in X, x \text{ саны } y \text{ санына бөлінеді}\}$$

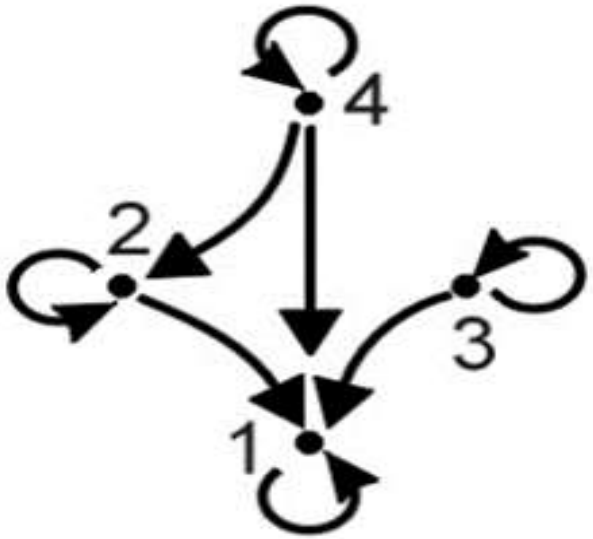
бөлінгіштік қатынасының графын тұрғызыңыз.

Шешімі:

$Q = \{(1,1),(2,1),(2,2),(3,1),(3,3),(4,1),(4,2),(4,4)\}$.

қатынасының әрбір элементі үшін жоғарыда айтылған доғаларды тұрғызамыз:

Q қатынасының графы:



Ескерту.

Қатынастың $x=y$ болатын (x,y) элементіне, яғни (x,x) элементіне (біздің мысалда $(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)$ элементтеріне) сәйкес доға басы да ұшы да x нүктесі болатын *тұйық доға* болады.

Мысал 13:

$X = \{1,2,3,4\}$ жиынында берілген

$$Q = \{(x, y) | x, y \in X, x \text{ саны } y \text{ санына бөлінеді}\}$$

бөлінгіштік қатынасының матрицасын тұрғызыңыз.

Шешімі:

$X \times X$ көбейтіндісінің (x, y) элементінің

$$Q = \{(1,1), (2,1), (2,2), (3,1), (3,3), (4,1), (4,2), (4,4)\}.$$

қатынасына тиісті тиіссіздігіне қарай a_{xy} элементін анықтаймыз:

$$(1,1) \in X, (1,1) \in Q \Rightarrow a_{11} = 1,$$
$$(1,2) \in X, (1,2) \notin Q \Rightarrow a_{12} = 0, \ldots.$$

Q қатынасының матрицасын құрамыз:

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

1. Дискреттік математика және математикалық логика негіздері : оқулық / Ф.Р. Гусманова, Қ.С. Дальбекова, С.Б. Беркімбаева. - Алматы : ЭСПИ, 2023. - 363, [1] б. ISBN 978-601-330- 339-0 LIBRARY.ENU
2. Байжуманов А.А. Дискреттік математика және математикалық логика : оқулық / А.А. Байжуманов, О.М. Ибрагимов. - Алматы : TechSmith, 2023. - 342, [1] б. : сур., кесте. - Библиогр.: б. 340. - ISBN 978- 601-342-643-3
3. Ерусалимский Я. М. Дискретная математика. Теория и практикум: Учебник для вузов Издательство "Лань", 2025
4. Гашков, С. Б. Дискретная математика : учебник для вузов / С. Б. Гашков. — 3- е изд., испр. и доп. — СанктПетербург : Лань, 2025. — 520 с. — ISBN 978-5-507- 49866-6. — Текст : электронный // Лань : электроннобиблиотечная система.
5. Тишин В. В. Дискретная математика в примерах и задачах. — СПб.: БХВ Петербург, 2008. — 352 с.

Назар аударғаныңызға рақмет!

