БІЛІМ АЛУШЫНЫҢ ӨЗДІК ЖҰМЫСЫНЫҢ (БӨЖ) ТАПСЫРМАЛАРЫ №4

4.1 «Функцияның шегі және туындысы» тақырыбына арналған типтік есептер

1. Функцияның шектерін табыңыз.

1	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 8x}{tg3x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{3x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+4}{x+8}\right)^{-3x}$
2	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x-\sin x}{5tgx}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{-3x}$
3	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{arctg3x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos 5x}{2x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x}{2x+1}\right)^{-4x}$
4	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg3x}{2\sin x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-1}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)^{2-3x}$
5	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg5x}{3x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos 4x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+5}{2x+1}\right)^{5x}$
6	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 5x}{x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 5x}{2x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x}\right)^{-5x}$
7	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg4x}{7x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos 5x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x+1}\right)^{1+2x}$
8	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg2x}{\sin 5x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{3x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-1}\right)^{x-4}$
9	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x-\sin 5x}{x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos 7x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x}{2x-3}\right)^{3x}$
10	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg5x}{6x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^2 x}{x\,tg\,x}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-3}{x}\right)^{2x+1}$
11	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{tg4x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos 6x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+1}{2x-1}\right)^{x+2}$
12	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x-\sin x}{x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 3x}{x\sin 2x}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x-1}\right)^{x+2}$

13	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x-\sin 3x}{x\sin x}$	ə) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 5x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^{2x-3}$
14	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 4x}{x}$	ə) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 9x}{2x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-3}\right)^{x-5}$
15	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-\sin 3x}{xtgx}$	ə) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos 4x}{3x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-4}{3x+2}\right)^{2x}$
16	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 4x}{tg5x}$	ə) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 3x}{5x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+4}\right)^{3x-1}$
17	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg7x}{tg5x}$	ə) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{2xtg3x}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-4}{2x}\right)^{-3x}$
18	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 8x-\sin 7x}{xtg6x}$	ə) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos 8x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+5}{x}\right)^{3x+4}$
19	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg7x}{\sin 8x}$	ə) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos^2 x}{3x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-7}{x+1}\right)^{4x-2}$
20	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cos 2x}{\arcsin 3x}$	ə) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 7x}{4x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x}\right)^{3-2x}$
21	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x-\sin 3x}{x\sin 9x}$	ə) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos 7x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-1}{4x+1}\right)^{2x}$
22	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 5x}{x^2-x}$	ə) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 7x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1-x}{2-x}\right)^{3x}$
23	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x+\sin x}{\sin 3x}$	ə) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 7x-\cos 2x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x}\right)^{-2x}$
24	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{\sin 2x}$	ə) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos^2 2x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x}\right)^{-2x}$
25	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg8x}{x^2-3x}$	ə) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{x\sin x}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1+2x}{3+2x}\right)^{-x}$
26	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 9x}{2x^2-x}$	ə) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 5x-\cos x}{4x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+4}\right)^{-x}$
27	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 8x}{x^2-2x}$	ə) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 9x-1}{4x^3-x}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x+5}\right)^{2x+1}$
28	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{\sin 7x}$	ə) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{\cos 2x-\cos 7x}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x}{3x+2}\right)^{x-2}$

29	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{7x}{\sin x+\sin 7x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 9x-\cos 2x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{3-2x}$
30	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{\sin 8x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos^3 x}{5x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4-2x}{1-2x}\right)^{x+1}$
31	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x-\sin 3x}{x\sin 9x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos 7x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-1}{4x+1}\right)^{2x}$
32	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 5x}{x^2-x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 7x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1-x}{2-x}\right)^{3x}$
33	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x+\sin x}{\sin 3x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 7x-\cos 2x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x}\right)^{-2x}$
34	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{\sin 2x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos^2 2x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x}\right)^{-2x}$
35	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg8x}{x^2-3x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{x\sin x}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1+2x}{3+2x}\right)^{-x}$
36	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 9x}{2x^2-x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 5x-\cos x}{4x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+4}\right)^{-x}$
37	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 8x}{x^2-2x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 9x-1}{4x^3-x}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x+5}\right)^{2x+1}$
38	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{\sin 7x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{\cos 2x-\cos 7x}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x}{3x+2}\right)^{x-2}$
39	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{7x}{\sin x+\sin 7x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 9x-\cos 2x}{x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{3-2x}$
40	а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{\sin 8x}$	ә) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos^3 x}{5x^2}$	б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4-2x}{1-2x}\right)^{x+1}$

2. Берілген функциялардың үзіліс нүктелерін тауып, осы нүктелердегі сол және оң жақты шектерін есептеңіз.

1	а) $f(x)=\dfrac{x+4}{x+2}$	ә) $g(x)=2^{\frac{1}{x-3}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}x+4, & x<-1\\ 2x^2, & -1\le x<1\\ 2x, & x\ge 1\end{cases}$

2	а) $f(x)=\frac{5-x}{x-7}$	ə) $g(x)=3^{\frac{1}{x-2}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}x+1, & x<0\\ x^2+1, & 0\le x<2\\ -x+4, & x\ge 2\end{cases}$
3	а) $f(x)=\frac{x-3}{4-x}$	ə) $g(x)=5^{\frac{1}{x+1}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}x^2+2, & x<-1\\ x+4, & -1\le x<1\\ 3-x, & x\ge 1\end{cases}$
4	а) $f(x)=\frac{x-7}{x+1}$	ə) $g(x)=7^{\frac{1}{x-4}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}-x, & x<0\\ -x^2, & 0\le x<2\\ x-3, & x\ge 1\end{cases}$
5	а) $f(x)=\frac{3-x}{x-5}$	ə) $g(x)=7^{\frac{2}{x-5}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}x+2, & x<-1\\ x^2, & -1\le x<0\\ 3+x, & x\ge 0\end{cases}$
6	а) $f(x)=\frac{5-x}{4-x}$	ə) $g(x)=8^{\frac{1}{x-3}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}-x, & x<0\\ x^2+1, & 0\le x<2\\ x+3, & x\ge 2\end{cases}$
7	а) $f(x)=\frac{x-1}{x+2}$	ə) $g(x)=9^{\frac{1}{2-x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}x^2, & x<1\\ x+1, & 1\le x<3\\ 2+x, & x\ge 3\end{cases}$
8	а) $f(x)=\frac{x+5}{x-6}$	ə) $g(x)=9^{\frac{1}{x-7}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}x-3, & x<0\\ x+1, & 0\le x<4\\ 3+x, & x\ge 4\end{cases}$
9	а) $f(x)=\frac{x+7}{8-x}$	ə) $g(x)=8^{\frac{1}{2-x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}x^2, & x<-1\\ x+1, & -1\le x<2\\ x-2, & x\ge 2\end{cases}$
10	а) $f(x)=\frac{x+3}{9-x}$	ə) $g(x)=6^{\frac{1}{x-2}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}x, & x<0\\ 2x^2, & 0\le x<1\\ 2+x, & x\ge 1\end{cases}$
11	а) $f(x)=\frac{x+6}{x-4}$	ə) $g(x)=4^{\frac{1}{3-x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}\sin x, & x<0\\ x, & 0\le x<2\\ x^2, & x\ge 2\end{cases}$

12	а) $f(x)=\dfrac{x+7}{5-x}$	ə) $g(x)=3^{\frac{1}{x-4}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}\cos x, & x<0\\ x^2+1, & 0\le x<1\\ 3-x, & x\ge 1\end{cases}$
13	а) $f(x)=\dfrac{x-4}{9-x}$	ə) $g(x)=12^{\frac{1}{x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}x-1, & x<0\\ x^2, & 0\le x<2\\ 2x, & x\ge 2\end{cases}$
14	а) $f(x)=\dfrac{x-2}{8-x}$	ə) $g(x)=7^{\frac{1}{x-3}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}x+1, & x<0\\ x^2-1, & 0\le x<1\\ -x, & x\ge 1\end{cases}$
15	а) $f(x)=\dfrac{x+7}{5-x}$	ə) $g(x)=3^{\frac{1}{4-x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}-x, & x<0\\ x^2+1, & 0\le x<2\\ x+1, & x\ge 2\end{cases}$
16	а) $f(x)=\dfrac{x+3}{4-x}$	ə) $g(x)=8^{\frac{1}{x-2}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}x+3, & x\le 0\\ 1, & 0<x\le 2\\ x^2-2, & x>2\end{cases}$
17	а) $f(x)=\dfrac{x+9}{x+5}$	ə) $g(x)=8^{\frac{1}{5-x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}x-1, & x\le 0\\ \sin x, & 0<x\le \pi\\ 3, & x>2\end{cases}$
18	а) $f(x)=\dfrac{x+2}{1-x}$	ə) $g(x)=18^{\frac{1}{x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}x^2+1, & x\le 1\\ x+1, & 1<x\le 2\\ 2x, & x>2\end{cases}$
19	а) $f(x)=\dfrac{x+4}{x+5}$	ə) $g(x)=6^{\frac{1}{7-x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}x-5, & x\le 0\\ x+3, & 0<x\le 2\\ x^2+1, & x>2\end{cases}$
20	а) $f(x)=\dfrac{x+9}{1-x}$	ə) $g(x)=5^{\frac{2}{5-x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}2-x, & x\le -2\\ x^2, & -2<x\le 1\\ -2, & x>1\end{cases}$
21	а) $f(x)=\dfrac{x+3}{x+2}$	ə) $g(x)=7^{\frac{1}{6-x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases}x^2+3, & x\le -1\\ x, & -1<x\le 2\\ x^2-2, & x>2\end{cases}$

22	а) $f(x)=\frac{x+1}{3-x}$	ə) $g(x)=4^{\frac{3}{x-4}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} x^2+1, & x\le 1 \\ x, & 1<x\le 3 \\ 6-x, & x>3 \end{cases}$
23	а) $f(x)=\frac{3+x}{x-3}$	ə) $g(x)=5^{\frac{2}{x-8}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} x-1, & x\le 1 \\ -2x, & 1<x\le 2 \\ x^2+2, & x>2 \end{cases}$
24	а) $f(x)=\frac{x+7}{4-x}$	ə) $g(x)=2^{\frac{4}{2+x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} x^3, & x\le -1 \\ x-1, & -1<x\le 3 \\ 5-x, & x>3 \end{cases}$
25	а) $f(x)=\frac{x+1}{9-x}$	ə) $g(x)=5^{\frac{7}{2-x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} 4-x^2, & x\le 0 \\ x+3, & 0<x\le 2 \\ x-2, & x>2 \end{cases}$
26	а) $f(x)=\frac{x+9}{x-9}$	ə) $g(x)=8^{\frac{1}{x-2}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} 1-x, & x\le -2 \\ x, & -2<x\le 1 \\ x^2-1, & x>1 \end{cases}$
27	а) $f(x)=\frac{x+5}{3-x}$	ə) $g(x)=6^{\frac{1}{x+5}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} x^2-1, & x\le -1 \\ x+1, & -1<x\le 2 \\ 2x, & x>2 \end{cases}$
28	а) $f(x)=\frac{x-7}{x+7}$	ə) $g(x)=6^{\frac{9}{4-x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} -1, & x\le 0 \\ \cos x, & 0<x\le \pi \\ 1-x, & x>\pi \end{cases}$
29	а) $f(x)=\frac{x+3}{8-x}$	ə) $g(x)=4^{\frac{1}{x-5}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} 2, & x\le -1 \\ 1-x, & -1<x\le 1 \\ \ln x, & x>1 \end{cases}$
30	а) $f(x)=\frac{x-6}{x+8}$	ə) $g(x)=5^{\frac{2}{x-3}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} -x, & x\le 0 \\ x^3, & 0<x\le 2 \\ x+4, & x>2 \end{cases}$
31	а) $f(x)=\frac{x+3}{x+2}$	ə) $g(x)=7^{\frac{1}{6-x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} x^2+3, & x\le -1 \\ x, & -1<x\le 2 \\ x^2-2, & x>2 \end{cases}$

32	а) $f(x)=\frac{x+1}{3-x}$	ә) $g(x)=4^{\frac{3}{x-4}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} x^2+1, & x\le 1 \\ x, & 1<x\le 3 \\ 6-x, & x>3 \end{cases}$
33	а) $f(x)=\frac{3+x}{x-3}$	ә) $g(x)=5^{\frac{2}{x-8}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} x-1, & x\le 1 \\ -2x, & 1<x\le 2 \\ x^2+2, & x>2 \end{cases}$
34	а) $f(x)=\frac{x+8}{4-x}$	ә) $g(x)=2^{\frac{4}{3+x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} x^3, & x\le -1 \\ x-1, & -1<x\le 3 \\ 6-x, & x>3 \end{cases}$
35	а) $f(x)=\frac{x+1}{8-x}$	ә) $g(x)=5^{\frac{5}{2-x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} 4-x^2, & x\le 0 \\ x+3, & 0<x\le 2 \\ x-3, & x>2 \end{cases}$
36	а) $f(x)=\frac{x+9}{x-9}$	ә) $g(x)=8^{\frac{1}{x-2}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} 1-x, & x\le -2 \\ x, & -2<x\le 1 \\ x^2-1, & x>1 \end{cases}$
37	а) $f(x)=\frac{x+5}{3-x}$	ә) $g(x)=6^{\frac{1}{x+5}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} x^2-1, & x\le -1 \\ x+1, & -1<x\le 2 \\ 2x, & x>2 \end{cases}$
38	а) $f(x)=\frac{x-8}{x+7}$	ә) $g(x)=6^{\frac{9}{5-x}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} -2, & x\le 0 \\ \cos x, & 0<x\le \pi \\ 1-x, & x>\pi \end{cases}$
39	а) $f(x)=\frac{x+5}{8-x}$	ә) $g(x)=4^{\frac{1}{x-3}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} 3, & x\le -1 \\ 1-x, & -1<x\le 1 \\ \ln x, & x>1 \end{cases}$
40	а) $f(x)=\frac{x-7}{x+8}$	ә) $g(x)=5^{\frac{5}{x-3}}$	б) $\varphi(x)=\begin{cases} -x, & x\le 0 \\ x^3, & 0<x\le 2 \\ x+3, & x>2 \end{cases}$

3. Функцияның туындысын табыңыз.

1	$y=\frac{3}{x}+\sqrt[5]{x^2}-4x^3+\frac{2}{x^4}$	2	$y=\frac{2}{7}x^2-\frac{4}{5}x\sqrt{x}+\frac{2}{3}x^2\sqrt{x}$
3	$y=3x^4+\sqrt[3]{x^4}-\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}$	4	$y=7x+\frac{5}{x^2}-\sqrt[7]{x^4}+\frac{6}{x}$
5	$y=7\sqrt{x}-\frac{2}{x^5}-3x^2+\frac{4}{x}$	6	$y=4x^3-\frac{8}{x}+2\sqrt{x}-\frac{1}{x}$
7	$y=3x^5-\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x}+3\sqrt{x^3}$	8	$y=\frac{3}{x}+\sqrt[5]{x^7}-4x^6+\frac{2}{x^5}$
9	$y=\frac{x^2}{2}-\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{2}{\sqrt[3]{x}}+\sqrt{x}$	10	$y=4\sqrt{x}-\frac{2}{x^5}+2x^2+\frac{7}{x}$
11	$y=8x^2+\sqrt[3]{x^2}+\frac{4}{x^2}+\frac{3}{x}$	12	$y=3x\sqrt{3x}+\sqrt[4]{x^3}-\frac{5}{x^2}+\frac{4}{x}$
13	$y=3x^2+\frac{5}{x^2}-4\sqrt[3]{x^4}-\frac{5}{x}$	14	$y=5x+\frac{1}{x}+\frac{5}{\sqrt[3]{x^2}}+\frac{6}{x^4}$
15	$y=5x^3-\frac{5}{x}+\frac{8}{x^6}-\sqrt[3]{x^5}$	16	$y=5x^2-\sqrt[4]{x^5}-\frac{10}{x}+\frac{4}{x^3}$
17	$y=8x^2+\frac{5}{x}-\sqrt[7]{x^2}-\frac{5}{x^4}$	18	$y=\sqrt{x^3}-2\sqrt{x^2}+\frac{4}{x^2}-\frac{5}{x}$
19	$y=\frac{7}{x}-\sqrt[4]{x^5}+\frac{3}{\sqrt[3]{x}}-\frac{5}{x^7}$	20	$y=\sqrt[5]{x^2}-\frac{x}{\sqrt{x}}+\frac{5}{x}-\frac{6}{x^5}$
21	$y=5x^2-4x\sqrt{x}-\frac{5}{\sqrt{x}}+\frac{4}{x^3}$	22	$y=3\sqrt{x}+5\sqrt[3]{x}-\frac{6}{x^2}+\frac{4}{x}$
23	$y=\frac{4}{x^2}-\frac{5}{x}-4\sqrt[3]{x^2}+4x^6$	24	$y=5x^3+\frac{5}{x}+8\sqrt[5]{x^3}+\frac{6}{x^2}$
25	$y=\sqrt{3x^2}-\frac{4}{x^3}+\sqrt[4]{x^5}+\frac{9}{x^4}$	26	$y=\sqrt{3}x^2-\frac{5}{x^2}+\sqrt[5]{x^4}+\frac{6}{x}$
27	$y=8x+\frac{2}{x\sqrt{x}}-x\sqrt{x^3}+\frac{8}{x^7}$	28	$y=3x^2-\frac{5}{\sqrt{x}}+5\sqrt{x^2}-\frac{4}{x^3}$
29	$y=\frac{6}{x^2}-\frac{6}{x}-6x\sqrt{x}+x^9$	30	$y=\frac{3}{\sqrt{x}}+\frac{5}{x}-x\sqrt[3]{x}+x^{10}$
31	$y=6x^2-2x\sqrt{x}-\frac{3}{\sqrt{x}}+\frac{2}{x^3}$	32	$y=5\sqrt{x}+3\sqrt[3]{x}-\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x}$

33	$y=\frac{2}{x^2}-\frac{3}{x}-5\sqrt[3]{x^2}+5x^6$	34	$y=3x^3+\frac{2}{x}+4\sqrt[5]{x^3}+\frac{3}{x^2}$
35	$y=\sqrt{3x^2}-\frac{3}{x^3}+\sqrt[4]{x^5}+\frac{2}{x^4}$	36	$y=\sqrt{3}x^2-\frac{2}{x^2}+\sqrt[5]{x^4}+\frac{7}{x}$
37	$y=4x+\frac{1}{x\sqrt{x}}-x\sqrt{x^3}+\frac{3}{x^7}$	38	$y=5x^2-\frac{2}{\sqrt{x}}+3\sqrt{x^2}-\frac{7}{x^3}$
39	$y=\frac{2}{x^2}-\frac{1}{x}-2x\sqrt{x}+x^9$	40	$y=\frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{3}{x}-x\sqrt[3]{x}+2x^{10}$

4. Функцияның туындысын табыңыз.

1	а) $y=\cos(3x^2-2x+1);$	ә) $y=\sqrt{arctg3x^2+5}.$
2	а) $y=tg(8x^2+4x-5);$	ә) $y=(e^{5x}+3)^2.$
3	а) $y=e^{7x-x^2}$;	ә) $y=\frac{1}{tg^2 2x}.$
4	а) $y=\sqrt[3]{x^5+10x^2}$;	ә) $y=2tg^3(x^2-1).$
5	а) $y=\left(4x-2x^3\right)^4$;	ә) $y=\frac{1}{3\cos^2 x}.$
6	а) $y=arctg(x^2+3x)$;	ә) $y=ctg^2(\sqrt{x}).$
7	а) $y=tg(4x^2+x+5)$;	ә) $y=(e^{\sin x}+2)^4.$
8	а) $y=\sin(3x^2-2x+1)$;	ә) $y=\sqrt[3]{(\arccos 4x+5)^2}.$
9	а) $y=e^{2x-x^3}$;	ә) $y=\sqrt[5]{(\cos 7x-4)^2}.$
10	а) $y=\arcsin\left(\sqrt{2x-x^2}\right);$	ә) $y=\left(7x+3x^3\right)^{14}.$
11	а) $y=4ctg^3\left(x^2+1\right);$	ә) $y=\sqrt[3]{x^8+5x^3}$.
12	а) $y=arcctg\left(x^4+x\right);$	ә) $y=\frac{1}{3}tg^3x+\lg\sin x.$
13	а) $y=tg\left(3x^2+2x-7\right);$	ә) $y=(6^{\cos x}+3)^2.$
14	а) $y=\cos\left(7x^2-6x+6\right);$	ә) $y=\sqrt[5]{(arctg7x-4)^3}.$
15	а) $y=4^{7x-x^2}$;	ә) $y=\frac{1}{tg^2 4x}.$

16	a) $y=(8x+3x^2)^{18}$;	ə) $y=\sqrt{\sin\left(x^2+5\right)}$.
17	a) $y=\sqrt[5]{x^5+10x^2}$;	ə) $y=4tg^3\left(x^2+1\right)$.
18	a) $y=arctg(x^4+7x)$;	ə) $y=\frac{1}{2}\sin^2(\ln x+2)$.
19	a) $y=\sin(4x^4+x+5)$;	ə) $y=\sqrt[4]{\left(\ln x-4\right)^5}$.
20	a) $y=ctg(3x^2-2x+1)$;	ə) $y=\sqrt[7]{\left(e^{3x}-4\right)^9}$.
21	a) $y=\sqrt[5]{x^6-5x^3+6}$;	ə) $y=5tg^6\left(1-x^2\right)$.
22	a) $y=arctg\left(x^4-x\right)$;	ə) $y=\frac{1}{4}tg^4x+\lg\sin x$.
23	a) $y=ctg\left(5x^2+2x-7\right)$;	ə) $y=(5^{\sin x}+3)^4$.
24	a) $y=\cos\left(7x^2+3x-6\right)$;	ə) $y=\sqrt[5]{\left(arcctg7x+4\right)^4}$.
25	a) $y=5^{7\sqrt{x}-x^2}$;	ə) $y=\frac{1}{ctg^2 5x}$.
26	a) $y=(8x-3x^2)^7$;	ə) $y=\sqrt{tg\left(5x^2+2\right)}$.
27	a) $y=\sqrt[6]{x^5-10x^2}$;	ə) $y=4ctg^3\left(x^2-1\right)$.
28	a) $y=arctg(x^4-11x)$;	ə) $y=\frac{1}{2}\sin^2(\sqrt[3]{x}+2)$.
29	a) $y=\sin(3x^4+\sqrt{x}+5)$;	ə) $y=\sqrt[6]{\left(\ln x+4\right)^7}$.
30	a) $y=ctg(x^3+5x+4)$;	ə) $y=\sqrt[6]{\left(e^{5x}+4\right)^7}$.
31	a) $y=\sqrt[3]{x^6-5x^3+2}$;	ə) $y=2tg^4\left(1-x^2\right)$.
32	a) $y=arctg\left(x^3-2x\right)$;	ə) $y=\frac{1}{5}tg^3x+\lg\sin x$.
33	a) $y=ctg\left(3x^2+4x-5\right)$;	ə) $y=(4^{\sin x}+8)^4$.
34	a) $y=\cos\left(3x^2+2x-7\right)$;	ə) $y=\sqrt[5]{\left(arcctg5x+2\right)^3}$.
35	a) $y=6^{\sqrt{x}-x^2}$;	ə) $y=\frac{1}{ctg^2 3x}$.
36	a) $y=(4x-3x^2)^5$;	ə) $y=\sqrt{tg\left(4x^2+3\right)}$.
37	a) $y=\sqrt[3]{x^5-2x^2}$;	ə) $y=3ctg^3\left(x^2-7\right)$.

38	а) $y = arctg(x^4 - 8x)$;	ə) $y = \frac{1}{4}\sin^2(\sqrt[4]{x} + 5)$.
39	а) $y = \sin(2x^4 + \sqrt{x} + 4)$;	ə) $y = \sqrt[5]{(\ln x + 7)^7}$.
40	а) $y = ctg(x^3 + 3x + 2)$;	ə) $y = \sqrt[5]{(e^{5x} + 3)^7}$.

5. Функцияның туындысын табыңыз.

1	$y = tg2x \cdot \arcsin x^3$	2	$y = \cos 3x \cdot arctg5x^2$
3	$y = \sin^3 5x \cdot arctg^2 x$	4	$y = 4^{tg^3 x} \cdot \arccos \frac{3}{x}$
5	$y = 5^{\cos^2 x} \cdot \arcsin \frac{x}{2}$	6	$y = e^{\sqrt{x^2+3x}} \cdot \sin^4 3x$
7	$y = \sqrt{arctgx^2} \cdot \cos^7 2x$	8	$y = \cos^7 2x \cdot arctg3x^3$
9	$y = ctg^3 5x \cdot \arcsin \sqrt{x}$	10	$y = cos^2 4x \cdot arctg\sqrt{x}$
11	$y = 7^{\sin^3 x} \cdot \arcsin \frac{x}{4}$	12	$y = 4^{ctg^2 x} \cdot \arccos \frac{2}{x^2}$
13	$y = e^{\sqrt{x^3+2x}} \cdot \cos^5 7x$	14	$y = \sqrt{arc\sin \frac{x}{2}} \cdot \cos^2 5x$
15	$y = 3^{tg^3 3x} \cdot \arcsin \sqrt{x}$	16	$y = \cos^5 3x \cdot arctg5x^2$
17	$y = tg^4 2x \cdot \arcsin x^3$	18	$y = \sin^3 5x \cdot arctg^2 x$
19	$y = 5^{\cos^2 x} \cdot \arcsin \frac{x}{2}$	20	$y = 4^{tg^3 x} \cdot \arccos \frac{3}{x}$
21	$y = e^{\sqrt{x^2+3x}} \cdot \sin^4 3x$	22	$y = \sqrt{arctgx^2} \cdot \cos^7 2x$
23	$y = \sin^8 6x \cdot arctg2x^2$	24	$y = cos^5 4x \cdot arctg\sqrt{x}$
25	$y = 7^{tg^3 x} \cdot \arcsin \frac{4}{x}$	26	$y = tg^8 8x \cdot \arcsin \sqrt{x+1}$
27	$y = 9^{tg^2 x} \cdot \arccos \frac{2}{x^2}$	28	$y = \sqrt{arc\cos \frac{x}{2}} \cdot tg^2 5x$
29	$y = e^{\sqrt{x^4+5x}} \cdot \cos^3 6x$	30	$y = 5^{\arcsin x^2} \cdot \arccos \sqrt{x}$

31	$y = e^{\sqrt{x^2+4x}} \cdot \sin^4 5x$	32	$y = \sqrt{arctgx^2} \cdot \cos^2 5x$
33	$y = \sin^2 6x \cdot arctg3x^2$	34	$y = cos^3 2x \cdot arctg\sqrt{x}$
35	$y = 5^{tg^3 x} \cdot \arcsin \frac{3}{x}$	36	$y = tg^4 4x \cdot \arcsin \sqrt{x+2}$
37	$y = 4^{tg^2 x} \cdot \arccos \frac{3}{x^2}$	38	$y = \sqrt{arc\cos \frac{x}{3}} \cdot tg^2 3x$
39	$y = e^{\sqrt{x^4+3x}} \cdot \cos^2 4x$	40	$y = 3^{\arcsin x^2} \cdot \arccos \sqrt{2x}$

6. Функцияның туындысын табыңыз.

1	а) $y = \frac{4x^2}{cos^2 x};$	ә) $x^2 + y^3 - xy = 0$	б) $\begin{cases} x = \ln ctgt \\ y = \frac{1}{\cos^2 t} \end{cases}$
2	а) $y = \frac{\arccos x}{2x^5};$	ә) $x e^y - y + 1 = 0$	б) $\begin{cases} x = arctge^{\frac{t}{2}} \\ y = \sqrt{e^t + 1} \end{cases}$
3	а) $y = \frac{4x^3}{\arcsin x};$	ә) $x - \ln(x+y) - 2y = 0$	б) $\begin{cases} x = 1 + \cos^2 t \\ y = \frac{\cos t}{\sin^2 t} \end{cases}$
4	а) $y = \frac{\arcsin x}{3x^4};$	ә) $xy = \ln(1+y)$	б) $\begin{cases} x = (t+1)^{-1} \\ y = t(t+1)^{-2} \end{cases}$
5	а) $y = \frac{5x^3}{arctgx};$	ә) $x \sin y + x^2 + y = 0$	б) $\begin{cases} x = \ln(1-t^2) \\ y = \arcsin \sqrt{1-t^2} \end{cases}$
6	а) $y = \frac{3x^2}{\arccos x};$	ә) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$	б) $\begin{cases} x = (t+1)\sin t \\ y = t^3 \end{cases}$
7	а) $y = \frac{\arcsin x}{9x^5};$	ә) $x^2 + \ln \frac{x}{y} = y$	б) $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$
8	а) $y = \frac{arcctgx}{3x^4};$	ә) $x^2 y^2 + 3x = y$	б) $\begin{cases} x = \sqrt{t^2 - 1} \\ y = \frac{(t+1)}{\sqrt{t^2-1}} \end{cases}$

9	а) $y=\frac{x^3}{tg^2 2x}$;	ə) $\sin y + x^2 y = 1$	б) $\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$
10	а) $y=\frac{4x^7}{arctgx}$;	ə) $\frac{y}{x} = \ln xy$	б) $\begin{cases} x = arctgt \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}$
11	а) $y=\frac{\arccos x}{5x^4}$;	ə) $\sin^2(x+y) - x = 2$	б) $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$
12	а) $y=\frac{6x^4}{\arcsin x}$;	ə) $ctg^2(x+y) - x^2 = 1$	б) $\begin{cases} x = a\cos t \\ y = b\sin t \end{cases}$
13	а) $y=\frac{\arccos x}{x}$;	ə) $x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 4$	б) $\begin{cases} x = \sqrt[3]{(t+1)^2} \\ y = \sqrt{t+1} \end{cases}$
14	а) $y=\frac{2x^2}{\cos^3 x}$.	ə) $\frac{x+y}{x-y} = y^2$	б) $\begin{cases} x = \sin 2t \\ y = \cos^2 t \end{cases}$
15	а) $y=\frac{x^5}{\arcsin x}$;	ə) $e^x \sin y + e^y cosx = 0$	д) $\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \ln t \end{cases}$
16	а) $y=\frac{3x^8}{arcctgx}$;	ə) $arctgx + arctgy = x$	б) $\begin{cases} x = \frac{\ln t}{t} \\ y = t^2 \ln t \end{cases}$
17	а) $y=\frac{\arcsin x}{7x^4}$;	ə) $x^2 e^y - x + y = 1$	б) $\begin{cases} x = arctge^t \\ y = \sqrt{e^{2t}+1} \end{cases}$
18	а) $y=\frac{8x^4}{\arccos x}$;	ə) $x^3 + y^4 + xy = 0$	б) $\begin{cases} x = \ln tgt \\ y = \frac{1}{\sin^2 t} \end{cases}$
19	а) $y=\frac{\arccos x}{9x^2}$;	ə) $x^2 - \ln(x+y) = y$	б) $\begin{cases} x = 1 + \sin^2 t \\ y = \frac{\sin t}{\cos^2 t} \end{cases}$
20	а) $y=\frac{4x^2+3}{\cos^3 x}$	ə) $\sin^2 y + x^2 y = 0$	б) $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = arctg^2 t \end{cases}$
21	а) $y=\frac{\arccos 2x}{3x^7}$;	ə) $y + \arcsin y = x^2$	б) $\begin{cases} x = t/t^3 + 1 \\ y = t/t^2 + 1 \end{cases}$
22	а) $y=\frac{7x^4}{\arccos x}$;	ə) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$	б) $\begin{cases} x = (t+1)^2 \\ y = t\cos t \end{cases}$

23	а) $y=\frac{\arcsin x}{x+1}$;	ə) $x\ln y + y\ln x = 1$	б) $\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$
24	а) $y=\frac{2x^2}{\sin^3 x}$.	ə) $xy^2 + x^2 y = 4$	б) $\begin{cases} x = \sqrt{t^2-1} \\ y = (t+1)\sqrt{t^2-1} \end{cases}$
25	а) $y=\frac{x^7}{\arcsin x}$;	ə) $\cos xy + xy = 1$	б) $\begin{cases} x = \arccos 2t \\ y = \sqrt{1-4t^2} \end{cases}$
26	а) $y=\frac{3x^7+1}{arcctgx}$;	ə) $x^4 y + xy^2 = x+1$	б) $\begin{cases} x = arctg\, t/2 \\ y = \ln(4+t^2) \end{cases}$
27	а) $y=\frac{\arcsin x}{7x^4+8}$;	ə) $\sin\frac{y}{x} - x = y$	б) $\begin{cases} x = t\sin t + \cos t \\ y = \sin t - t\cos t \end{cases}$
28	а) $y=\frac{8x^4+6x^2+3}{\arccos x}$;	ə) $tg^2 xy - x^2 y^2 = 1$	б) $\begin{cases} x = 2\cos^3 t \\ y = 3\sin^3 t \end{cases}$
29	а) $y=\frac{\arccos 3x}{1-9x^2}$;	ə) $y\sqrt{x} + x\sqrt{y} = 1$	б) $\begin{cases} x = t + \ln t \\ y = \ln^2 t \end{cases}$
30	а) $y=\frac{x^2-3}{\cos^3 2x}$;	ə) $\frac{x+y}{x} = y^2 + x$	б) $\begin{cases} x = t - \sin 2t \\ y = 1 - \cos 2t \end{cases}$
31	а) $y=\frac{\arccos 2x}{4x^4}$;	ə) $y + \arcsin y = x^2$	б) $\begin{cases} x = t/t^3 + 5 \\ y = t/t^2 + 5 \end{cases}$
32	а) $y=\frac{4x^4}{\arccos x}$;	ə) $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{15} = 1$	б) $\begin{cases} x = (t+1)^3 \\ y = t\cos t \end{cases}$
33	а) $y=\frac{\arcsin x}{x+3}$;	ə) $x\ln y + y\ln x = 10$	б) $\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$
34	а) $y=\frac{3x^2}{\sin^4 x}$.	ə) $xy^2 + x^2 y = 4$	б) $\begin{cases} x = \sqrt{t^2-1} \\ y = (t+1)\sqrt{t^2-1} \end{cases}$
35	а) $y=\frac{x^4}{\arcsin x}$;	ə) $\cos xy + xy = 11$	б) $\begin{cases} x = \arccos 3t \\ y = \sqrt{1-3t^2} \end{cases}$
36	а) $y=\frac{4x^7+3}{arcctgx}$;	ə) $x^3 y + xy^2 = x+1$	б) $\begin{cases} x = arctg\, t/3 \\ y = \ln(5+t^2) \end{cases}$

37	а) $y=\dfrac{\arcsin x}{3x^4+5}$;	ә) $\sin\dfrac{y}{x}-x=y$	б) $\begin{cases}x=2t\sin t+\cos t\\ y=\sin t-2t\cos t\end{cases}$
38	а) $y=\dfrac{3x^4+5x^2+7}{\arccos x}$;	ә) $tg^2xy-x^3y^2=11$	б) $\begin{cases}x=3\cos^3 t\\ y=2\sin^3 t\end{cases}$
39	а) $y=\dfrac{\arccos 2x}{1-8x^2}$;	ә) $y\sqrt{x}+x\sqrt{y}=10$	б) $\begin{cases}x=t+\ln t\\ y=\ln^3 t\end{cases}$
40	а) $y=\dfrac{x^2-4}{\cos^3 3x}$;	ә) $\dfrac{x+y}{x}=y^3+x$	б) $\begin{cases}x=t-\sin 3t\\ y=1-\cos 3t\end{cases}$

4.2 БӨЖ орындау үлгісі

1. Функцияның шектерін табыңыз:

а) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 7x-\sin 9x}{tg5x}=\left|\frac{0}{0}\right|=\cdot\lim_{x\to 0}\frac{2\sin\dfrac{7x-9x}{2}\cos\dfrac{7x+9x}{2}}{\dfrac{\sin 5x}{\cos 5x}}=-\lim_{x\to 0}\frac{2\sin x\cdot\cos 8x\cos 5x}{\sin 5x}=$$

$$=-\lim_{x\to 0}\left(\frac{2\sin x\cdot}{x}\cdot\frac{5x}{5\sin 5x}\cdot\cos 8x\cos 5x\right)=-2\cdot\frac{1}{5}\cdot 1\cdot 1=\frac{2}{5}.$$

ә) $$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 5x}{x^2}=\left|\frac{0}{0}\right|=\cdot\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2\dfrac{5x}{2}}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin\dfrac{5x}{2}\cdot\sin\dfrac{5x}{2}}{\dfrac{4}{25}\cdot\dfrac{5x}{2}\cdot\dfrac{5x}{2}}=\frac{25}{2}\cdot$$

б) $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{5x-3}{5x+4}\right)^{2x+1}=\left|1^\infty\right|=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{5x+4-7}{5x+4}\right)^{2x+1}=\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{7}{5x+4}\right)^{2x+1}=\lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{-7}{5x+4}\right)^{\frac{5x+4}{-7}}\right]^{\frac{-7(2x+1)}{5x+4}}=$$

$$=\left|1^\infty\right|=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-7(2x+1)}{5x+4}}=e^{\frac{-14}{5}}.$$

2. Берілген функциялардың үзіліс нүктелерін тауып, осы нүктелердегі сол және оң жақты шектерін есептеңіз.

а) $f(x)=\dfrac{x+9}{x-3}$, ә) $g(x)=9^{\frac{4}{x+6}}$, б) $\varphi(x)=\begin{cases}x-1, & x<-1\\ x^2+2x-1, & -1\le x<2\\ 3-x, & x\ge 2\end{cases}$

Шешімі: а) $f(x)=\dfrac{x+9}{x-3}$ функциясының $x=3$ нүктесі оның анықталу облысына тиісті емес, сондықтан ол үзіліс нүктесі болады.

$$f(3-0)=\lim_{x\to 3-0} f(x)=\lim_{x\to 3-0}\frac{x+9}{x-3}=\left|\frac{12}{-0}\right|=-\infty,$$

$$f(3+0)=\lim_{x\to 3+0} f(x)=\lim_{x\to 3+0}\frac{x+9}{x+3}=\left|\frac{12}{+0}\right|=+\infty$$

болғандықтан, $x=3$ нүктесі $f(x)$ функциясының 2-текті үзілісті нүктесі болады.

ә) $g(x)=9^{\frac{4}{x+6}}$ функциясының $x=-6$ нүктесі оның анықталу облысына тиісті емес, сондықтан ол үзіліс нүктесі болады.

$$f(-6-0)=\lim_{x\to -6-0} f(x)=\lim_{x\to -6-0} 9^{\frac{4}{x+6}}=\left|9^{\frac{4}{-0}}=9^{-\infty}=\frac{1}{9^{+\infty}}=\frac{1}{+\infty}\right|=0,$$

$$f(-6+0)=\lim_{x\to -6+0} f(x)=\lim_{x\to -6+0} 9^{\frac{4}{x+6}}=\left|9^{\frac{4}{+0}}=9^{+\infty}\right|=+\infty.$$

болғандықтан, $x=-6$ нүктесі $g(x)$ функциясының 2-текті үзіліс нүктесі болады.

б) $\varphi(x)=\begin{cases} x-1, & x<-1 \\ x^2+2x-1, & -1\le x<2 \\ 3-x, & x\ge 2 \end{cases}$ функциясының үзіліс нүктелері $x=-1,\ x=2$ нүктелері болуы мүмкін, тексерейік:

1) $x=-1.$

$f(-1)=(-1)^2+2(-1)-1=-2,$

$f(-1-0)=\lim_{x\to -1-0} f(x)=\lim_{x\to -1-0}(x-1)=-1-1=-2,$

$f(-1+0)=\lim_{x\to -1+0} f(x)=\lim_{x\to -1+0}(x^2+2x-1)=1-2-1=-2.$

Осыдан, $f(a)=f(a-0)=f(a+0)$ теңдіктері орындалады, олай болса, $x=-1$ нүктесінде $\varphi(x)$ функциясы үзіліссіз болады.

2) $x=2.$

$f(2)=3-2=1,$

$f(2-0)=\lim_{x\to 2-0} f(x)=\lim_{x\to 2-0}(x^2+2x-1)=4+4-1=7,$

$f(2+0)=\lim_{x\to 2+0} f(x)=\lim_{x\to 2+0}(3-x)=3-2=1.$

Осыдан, $f(a-0)\neq f(a+0)$ теңдігі орындалмайды, олай болса, $x=-1$ нүктесі $\varphi(x)$ функциясының 1-текті үзіліс нүктесі болады.

3. $y=4x^3+\frac{2}{x^2}-\sqrt[3]{x^2}+\frac{2}{x}$ функциясының туындысын табыңыз.

Шешімі:

$$y' = 4\cdot 3x^2 + 2\cdot(-2)x^{-3} - \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}-1} + 2(-1)x^{-2} = 12x^2 - \frac{4}{x^3} - \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} - \frac{2}{x^2}.$$

4. Функциялардың туындысын табыңыз.

а) $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$

Шешімі:

$$y' = \frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)' = \frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot\left(1+\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}\right) = \frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

ә) $y = \frac{1}{2}\cdot tg^2\sqrt{x} + \ln\cos\sqrt{x}.$

Шешімі:

$$y' = tg\sqrt{x}\cdot\frac{1}{\cos^2\sqrt{x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{\cos\sqrt{x}}\cdot\left(-\sin\sqrt{x}\right)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot tg\sqrt{x}\cdot\left(\frac{1}{\cos^2\sqrt{x}} - 1\right) = \frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot tg^3\sqrt{x}.$$

5.1 $y = \sqrt{arcrc\frac{x}{3}}\cdot\sin^2 5x$ функциясының туындысын табыңыз.

Шешімі:

Көбейтіндінің туындысының формуласын $(u\cdot v)' = u'\cdot v + u\cdot v'$ қолданып:

$$y' = \left(\sqrt{arctg\frac{x}{3}}\right)'\cdot\sin^2 x + \sqrt{arcrc\frac{x}{3}}\cdot(\sin^2 x)' = \frac{1}{\sqrt{arctg\frac{x}{3}}}\cdot\frac{1}{1+\left(\frac{x}{3}\right)^2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\sin^2 x +$$

$$+\sqrt{arctg\frac{x}{3}}\cdot 2\cdot\sin x\cdot\cos x = \frac{3\cdot\sin^2 x + \sin 2x\cdot arctg\frac{x}{3}\cdot(9+x^2)}{(9+x^2)\cdot\sqrt{arctg\frac{x}{3}}}.$$

5.2 Функциялардың туындысын табыңыз.

а) $y = \frac{\arcsin x}{2x^5}$.

Шешімі: Бөліндінің туындысының формуласын $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ қолданып:

$$y' = \frac{(\arcsin x)' \cdot (2x^5) - \arcsin x (2x^5)'}{(2x^5)^2} = \frac{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot 2x^5 - \arcsin x \cdot 10x^4}{4x^{10}} = \frac{x - 5\sqrt{1-x^2}\arcsin x}{2x^6\sqrt{1-x^2}}.$$

ә) $y = \dfrac{5^{x^2-2x}}{\sqrt{\cos\frac{x}{3}}}$.

$$y' = \frac{(5^{x^2-2x})' \cdot \sqrt{\cos\frac{x}{3}} - 5^{x^2-2x} \cdot \left(\sqrt{\cos\frac{x}{3}}\right)'}{\cos\frac{x}{3}} =$$

$$= \frac{5^{x^2-2x} \cdot \ln 5 \cdot (2x-2) \cdot \sqrt{\cos\frac{x}{3}} - 5^{x^2-2x} \cdot \frac{(-\sin\frac{x}{3}) \cdot \frac{1}{3}}{2\sqrt{\cos\frac{x}{3}}}}{\cos\frac{x}{3}} = \frac{5^{x^2-2x}\left(12 \cdot (x-1) \cdot \ln 5 \cdot \cos\frac{x}{3} + \sin\frac{x}{3}\right)}{6 \cdot \cos\frac{x}{3} \cdot \sqrt{\cos\frac{x}{3}}}.$$

6. Функциялардың туындысын табыңыз.

а) $y = \ln \dfrac{(5x^2+7)^3 \cdot \sqrt[5]{4+3x}}{(4x+7)^8}$.

Шешімі: Логарифмнің қасиеттерін қолдансақ, онда

$$y = \ln \frac{(5x^2+7)^3 \cdot \sqrt[5]{4+3x}}{(4x+7)^8} = 3\ln(5x^2+7) + \frac{1}{5}\ln(4+3x) - 8\ln(4x+7),$$

$$y' = \frac{30x}{5x^2+7} + \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4+3x} - \frac{32}{4x+7} = \frac{-540x^3 + 4255x^2 + 4074x - 4333}{5(5x^2+7)(3x+4)(4x+7)}.$$

ә) $y = \cos(x+y)$.

Шешімі: Айқындалмаған функцияны дифференциалдау ережесі бойынша табамыз:

$$y' = -\sin(x+y)(x+y)',$$

$$y' = -\sin(x+y)(1+y'),$$

$$y' = -\sin(x+y) - y'\sin(x+y),$$

$$y'(1+\sin(x+y)) = -\sin(x+y),$$

$$y' = \frac{-\sin(x+y)}{1+\sin(x+y)}.$$

б) $\begin{cases} x = t^2 - \sin t^2 \\ y = 1 - \cos t^2 \end{cases}$ параметрлік түрде берілген функцияны дифференциалдау ережесі бойынша табамыз.

Шешімі:

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{2t \sin t^2}{2t - 2t\cos t^2} = \frac{\sin t^2}{1 + \cos t^2}.$$