БІЛІМ АЛУШЫНЫҢ ӨЗДІК ЖҰМЫСЫНЫҢ (БӨЖ) ТАПСЫРМАЛАРЫ №3

3.1 «Кеңістіктегі аналитикалық геометрия және математикалық талдауға кіріспе» тақырыбына арналған типтік есептер

1. $M_1M_2M_3M_4$ үшбұрышты пирамиданың $M_1(x_1;y_1;z_1)$, $M_2(x_2;y_2;z_2)$, $M_3(x_3;y_3;z_3)$, $M_4(x_4;y_4;z_4)$ төбелерінің координаталары берілген.

а) $M_1M_2M_3$ жазықтығының теңдеуін;

ә) M_4 нүктесі арқылы өтетін $M_1M_2M_3$ жазықтығына параллель жазықтығының теңдеуін;

б) $M_1M_2M_3$ және $M_1M_2M_4$ жазықтықтардың арасындағы бұрышын;

в) M_4 нүктесінен $M_1M_2M_3$ жазықтығына дейінгі ара қашықтығын;

г) M_1M_2 қабырғасының (түзуінің) теңдеуін;

ғ) M_3 нүктесі арқылы өтетін және M_1M_2 түзуіне параллель болатын түзудің теңдеуін;

д) M_4 нүктесі арқылы өтетін $M_1M_2M_3$ жазықтығына перпендикуляр түзудің теңдеуін;

е) M_1M_2 қабырғасының ортасы арқылы өтетін және M_1M_2 түзуіне перпендикуляр жазықтығының теңдеуін;

ё) M_1M_2 және M_1M_4 түзулерінің арасындағы бұрышын;

ж) M_1M_4 түзуі мен $M_1M_2M_3$ жазықтығының арасындағы бұрышын;

з) $M_1M_2M_3$ үшбұрыштың ауданын;

к) $M_1M_2M_3M_4$ үшбұрышты пирамиданың көлемін табыңыз.

1	$M_1(3;1;4),\ M_2(-1;6;1),\ M_3(-1;1;6),\ M_4(0;4;-1)$
2	$M_1(3;-1;2),\ M_2(-1;0;1),\ M_3(1;7;3),\ M_4(8;5;8)$
3	$M_1(3;5;4),\ M_2(5;8;3),\ M_3(1;2;-2),\ M_4(-1;0;2)$
4	$M_1(2;4;3),\ M_2(1;1;5),\ M_3(4;9;3),\ M_4(3;6;7)$
5	$M_1(9;5;5),\ M_2(-3;7;1),\ M_3(5;7;8),\ M_4(6;9;2)$
6	$M_1(0;7;1),\ M_2(2;-1;5),\ M_3(1;6;3),\ M_4(3;-9;8)$
7	$M_1(5;5;4),\ M_2(1;-1;4),\ M_3(3;5;1),\ M_4(5;8;-1)$
8	$M_1(6;1;1),\ M_2(4;6;6),\ M_3(4;2;0),\ M_4(1;2;6)$
9	$M_1(7;5;3),\ M_2(9;4;4),\ M_3(4;5;7),\ M_4(7;9;6)$
10	$M_1(6;8;2),\ M_2(5;4;7),\ M_3(2;4;7),\ M_4(7;3;7)$
11	$M_1(4;2;5),\ M_2(0;7;1),\ M_3(0;2;7),\ M_4(1;5;0)$

12	$M_1(4;4;10),\ M_2(7;10;2),\ M_3(2;8;4),\ M_4(9;6;9)$
13	$M_1(4;6;5),\ M_2(6;9;4),\ M_3(2;10;10),\ M_4(7;5;9)$
14	$M_1(3;5;4),\ M_2(8;7;4),\ M_3(5;10;4),\ M_4(4;7;8)$
15	$M_1(10;9;6),\ M_2(2;8;2),\ M_3(9;8;9),\ M_4(7;10;3)$
16	$M_1(1;8;2),\ M_2(5;2;6),\ M_3(5;7;4),\ M_4(4;10;9)$
17	$M_1(6;6;5),\ M_2(4;9;5),\ M_3(4;6;11),\ M_4(6;9;3)$
18	$M_1(7;2;2),\ M_2(-5;7;-7),\ M_3(5;-3;1),\ M_4(2;3;7)$
19	$M_1(8;-6;4),\ M_2(10;5;-5),\ M_3(5;6;-8),\ M_4(8;10;7)$
20	$M_1(1;-1;3),\ M_2(6;5;8),\ M_3(3;5;8),\ M_4(8;4;1)$
21	$M_1(1;-2;7),\ M_2(4;2;10),\ M_3(2;3;5),\ M_4(5;3;7)$
22	$M_1(4;2;10),\ M_2(1;2;0),\ M_3(3;5;7),\ M_4(2;-3;5)$
23	$M_1(2;3;5),\ M_2(5;3;-7),\ M_3(1;2;7),\ M_4(4;2;0)$
24	$M_1(5;3;7),\ M_2(-2;3;5),\ M_3(4;2;10),\ M_4(1;2;7)$
25	$M_1(4;3;5),\ M_2(1;9;7),\ M_3(0;2;0),\ M_4(5;3;10)$
26	$M_1(3;2;5),\ M_2(4;0;6),\ M_3(2;6;5),\ M_4(6;4;-1)$
27	$M_1(2;1;6),\ M_2(1;4;9),\ M_3(2;-5;8),\ M_4(5;4;2)$
28	$M_1(2;1;7),\ M_2(3;3;6),\ M_3(2;-3;9),\ M_4(1;2;5)$
29	$M_1(2;-1;7),\ M_2(6;3;1),\ M_3(3;2;8),\ M_4(2;-3;7)$
30	$M_1(0;4;5),\ M_2(3;-2;1),\ M_3(4;5;6),\ M_4(3;3;2)$
31	$M_1(2;-2;7),\ M_2(4;3;10),\ M_3(2;3;5),\ M_4(5;3;7)$
32	$M_1(4;2;9),\ M_2(1;2;0),\ M_3(3;5;8),\ M_4(2;-3;5)$
33	$M_1(2;3;-5),\ M_2(-5;3;-7),\ M_3(1;2;7),\ M_4(4;2;0)$
34	$M_1(5;3;8),\ M_2(-2;3;5),\ M_3(4;2;10),\ M_4(1;2;8)$
35	$M_1(4;3;5),\ M_2(1;9;7),\ M_3(0;2;0),\ M_4(5;3;10)$
36	$M_1(3;2;5),\ M_2(4;0;6),\ M_3(2;6;5),\ M_4(6;4;-1)$
37	$M_1(2;1;7),\ M_2(1;4;9),\ M_3(2;-5;9),\ M_4(5;4;2)$
38	$M_1(-2;1;7),\ M_2(3;3;6),\ M_3(-2;-3;9),\ M_4(1;2;5)$
39	$M_1(2;-1;6),\ M_2(6;3;1),\ M_3(3;2;8),\ M_4(2;-3;6)$
40	$M_1(0;4;6),\ M_2(3;-2;1),\ M_3(4;5;6),\ M_4(3;2;2)$

2. Төмендегі екінші ретті беттерді сызыңыз.

1	а) $4x^2+y^2+16z^2-16=0$	ә) $x^2-4y=0$
2	а) $36x^2+4y^2-9z^2-36=0$	ә) $9y^2-4z^2=144$

3	a) $9x^2+36y^2-16z^2+144=0$	ə) $9x^2+4y^2=36$
4	a) $4x^2+5y^2-40z=0$	ə) $x^2-8z=0$
5	a) $3x^2-4y^2-24z=0$	ə) $4x^2-25y^2=100$
6	a) $36x^2+4y^2=9z^2$	ə) $25x^2+9z^2=225$
7	a) $36x^2+4y^2+9z^2-36=0$	ə) $y^2-10x=0$
8	a) $9x^2+36y^2-16z^2-144=0$	ə) $9x^2-4y^2=36$
9	a) $9x^2+4y^2-4z^2+36=0$	ə) $16y^2+9z^2=144$
10	a) $3x^2+4y^2-24z=0$	ə) $y^2-4z=0$
11	a) $3x^2-5y^2-30z=0$	ə) $25x^2-9z^2=225$
12	a) $9x^2+36y^2=16z^2$	ə) $9x^2+16y^2=144$
13	a) $9x^2+36y^2+16z^2-144=0$	ə) $z^2-2x=0$
14	a) $9x^2+4y^2-4z^2-36=0$	ə) $16y^2-9z^2=144$
15	a) $9x^2+16y^2-9z^2+144=0$	ə) $16x^2+25z^2=400$
16	a) $3x^2+5y^2-30z=0$	ə) $z^2-6y=0$
17	a) $6x^2-5y^2-60z=0$	ə) $9x^2-16y^2=144$
18	a) $9x^2+4y^2=4z^2$	ə) $y^2+9z^2=144$
19	a) $9x^2+4y^2+4z^2-36=0$	ə) $y^2-12x=0$
20	a) $9x^2+16y^2-9z^2-144=0$	ə) $16x^2-25z^2=400$
21	a) $4x^2+y^2-16z^2+16=0$	ə) $4x^2+9y^2=144$
22	a) $6x^2+5y^2-60z=0$	ə) $z^2-16x=0$
23	a) $2x^2-3y^2-12z=0$	ə) $y^2-9z^2=144$
24	a) $9x^2+16y^2=9z^2$	ə) $16x^2+z^2=64$
25	a) $9x^2+16y^2+9z^2-144=0$	ə) $y^2-14z=0$
26	a) $4x^2+y^2-16z^2-16=0$	ə) $4x^2-9y^2=144$
27	a) $36x^2+4y^2-9z^2+36=0$	ə) $9y^2+4z^2=144$
28	a) $2x^2+3y^2-12z=0$	ə) $x^2-18z=0$
29	a) $4x^2-y^2-16z=0$	ə) $16x^2-z^2=64$
30	a) $4x^2+y^2=16z^2$	ə) $4x^2+25y^2=100$
31	a) $4x^2+y^2-16z^2+25=0$	ə) $4x^2+9y^2=121$
32	a) $6x^2+5y^2-60z=0$	ə) $z^2-16x=0$
33	a) $2x^2-3y^2-12z=0$	ə) $y^2-9z^2=144$
34	a) $9x^2+16y^2=9z^2$	ə) $16x^2+z^2=64$

35	а) $9x^2+16y^2+9z^2-144=0$	ә) $y^2-14z=0$
36	а) $4x^2+y^2-16z^2-16=0$	ә) $4x^2-9y^2=121$
37	а) $36x^2+4y^2-9z^2+16=0$	ә) $9y^2+4z^2=144$
38	а) $2x^2+3y^2-12z=0$	ә) $x^2-18z=0$
39	а) $4x^2-y^2-25z=0$	ә) $16x^2-z^2=49$
40	а) $4x^2+y^2=25z^2$	ә) $4x^2+25y^2=121$

3. Функцияның шектерін табыңыз.

1	а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-12x+20}$	ә) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^2+11x+15}{3x^2+5x-12}$
2	а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+5x+6}{x^2-2x-15}$	ә) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2+5x-7}{x^3-1}$
3	а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{6+x-x^2}{x^3-27}$	ә) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x+2}{x^2-4x+3}$
4	а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2+2x-16}{x^3-8}$	ә) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^2+4x-1}{3x^2+x-2}$
5	а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-x-1}{3x^2-x-2}$	ә) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-x-1}{3x^2-11x+8}$
6	а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-7x+6}{x^2-5x+6}$	ә) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{12-x-x^2}{x^3-27}$
7	а) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{3}}\dfrac{3x^2+2x-1}{27x^3-1}$	ә) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{5x^2+3x-26}$
8	а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-4x-5}{x^2-2x-3}$	ә) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4-16}{5x^2+4x-12}$
9	а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2+2x-1}{-x^2+x+2}$	ә) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-3x-2}{\left(x^2-x+2\right)^2}$
10	а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}$	ә) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{2x^2+7x-4}{x^3+64}$
11	а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x^2+x-6}$	ә) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{4x^2+19x-5}{2x^2+11x+5}$

12	a) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x-2}{x^3+1}$	ə) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3+x^2-2}{x^3+x-2}$
13	a) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{x^2+x-20}$	ə) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+2x+1}{2x^3+7x+5}$
14	a) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{4x^2+11x-3}{x^2+2x-3}$	ə) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{2x^2-9x+10}$
15	a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x^2-7x-6}{2x^2-7x+3}$	ə) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{9x^2+17x-2}{x^3-4x}$
16	a) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{4x^2+7x-2}{3x^2+8x+4}$	ə) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3+x-2}{x^3-x^2-x+1}$
17	a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x^3-2x^2+5x}{3x^2+7x}$	ə) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+x^2-x-1}{x^4-1}$
18	a) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-4x-5}{3x^2+2x-2}$	ə) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x^4-5x^2+1}{x^2-1}$
19	a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x^2+5x-42}{x^2-5x+6}$	ə) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{7x^2+4x-3}{2x^3-3x^2+5}$
20	a) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3x^2-4x-32}{x^2-x-12}$	ə) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2-x-30}{x^3+125}$
21	a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-9x+10}{x^2+3x-10}$	ə) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2+3x-28}{x^3-64}$
22	a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x^2+x-5}{x^2-2x+1}$	ə) $\lim\limits_{x\to -0,5}\dfrac{8x^3-1}{x^2-0.25}$
23	a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{-5x^2+11x-2}{3x^2-x-10}$	ə) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2+3x-28}{x^3-64}$
24	a) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{x^2-5x-14}{2x^2-9x-35}$	ə) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3x^2+11x+10}{x^2-5x+14}$
25	a) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{3x^2-6x-45}{2x^2-3x-35}$	ə) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3-4x}{3x^2+x-10}$
26	a) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{4x^2+3x-27}{x^2-6x-27}$	ə) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+x+2}{x^3-x^2-x+1}$
27	a) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2-2x-35}{2x^2+11x+5}$	ə) $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{2x^2-11x-6}{3x^2-20x+12}$

28	а) $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{2x^2+15x-8}{3x^2+25x+8}$	ə) $\lim\limits_{x\to -6}\dfrac{x^2+2x-24}{2x^3+15x+18}$
29	а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3x^2-2x-40}{x^2-3x-4}$	ə) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-2x-4}{x^2-11x+18}$
30	а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^2+5x-3}{3x^2+10x+3}$	ə) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^3-64}{7x^2-27x-4}$
31	а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-9x+10}{x^2+3x-10}$	ə) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2+3x-28}{x^3-64}$
32	а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x^2+x-5}{x^2-2x+1}$	ə) $\lim\limits_{x\to -0,5}\dfrac{8x^3-1}{x^2-0.25}$
33	а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{-5x^2+11x-2}{3x^2-x-10}$	ə) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2+3x-28}{x^3-64}$
34	а) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{x^2-5x-14}{2x^2-9x-35}$	ə) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3x^2+11x+10}{x^2-5x+14}$
35	а) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{3x^2-6x-45}{2x^2-3x-35}$	ə) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3-4x}{3x^2+x-10}$
36	а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{4x^2+3x-27}{x^2-6x-27}$	ə) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+x+2}{x^3-x^2-x+1}$
37	а) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2-2x-35}{2x^2+11x+5}$	ə) $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{2x^2-11x-6}{3x^2-20x+12}$
38	а) $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{2x^2+15x-8}{3x^2+25x+8}$	ə) $\lim\limits_{x\to -6}\dfrac{x^2+2x-24}{2x^3+15x+18}$
39	а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3x^2-2x-40}{x^2-3x-4}$	ə) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-2x-4}{x^2-11x+18}$
40	а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^2+5x-3}{3x^2+10x+3}$	ə) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^3-64}{7x^2-27x-4}$

4. Функцияның шектерін табыңыз.

1	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+x-12}{\sqrt{x-2}-\sqrt{4-x}}$	2	$\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{\sqrt{x+12}-\sqrt{4-x}}{x^2+2x-8}$
3	$\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{x+10}-\sqrt{4-x}}{2x^2-x-21}$	4	$\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt{2-x}-\sqrt{6+x}}{x^2-x-6}$

5	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3+2x}-\sqrt{4+x}}{3x^2-4x+1}$	6	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{\sqrt{5-x}-\sqrt{1+x}}$
7	$\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2+4x+1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+3x}}$	8	$\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x^2-9x+4}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-3}}$
9	$\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+6}}{2x^2-7x-15}$	10	$\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{\sqrt{3x+17}-\sqrt{x+7}}{x^2+8x+15}$
11	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1}-1}$	12	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{7-x}-\sqrt{7+x}}{\sqrt{7x}}$
13	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$	14	$\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$
15	$\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{5+x}-2}{\sqrt{8-x}-3}$	16	$\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{x+4}-3}{\sqrt{x-1}-2}$
17	$\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{x-3}-2}{\sqrt{x+2}-3}$	18	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{4x-3}-3}{x^2-9}$
19	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{5x+1}-4}{x^2+2x-15}$	20	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x^2+16}-4}$
21	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x}{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}}$	22	$\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{\sqrt{2x+7}-5}{3-\sqrt{x}}$
23	$\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{6x+1}-5}$	24	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+22}-5}{\sqrt{7-x}-2}$
25	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^3+x^2}$	26	$\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{\sqrt{x+20}-4}{x^3+64}$
27	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-2}{\sqrt{8+x}-3}$	28	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{9+x}-3}{x^2+x}$
29	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x^3-8}$	30	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x^2+16}-4}$
31	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x}{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}}$	32	$\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{\sqrt{2x+7}-5}{3-\sqrt{x}}$
33	$\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{6x+1}-5}$	34	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+22}-5}{\sqrt{7-x}-2}$

35	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^3+x^2}$	36	$\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{\sqrt{x+20}-4}{x^3+64}$
37	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-2}{\sqrt{8+x}-3}$	38	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{9+x}-3}{x^2+x}$
39	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x^3-8}$	40	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x^2+16}-4}$

5. Функцияның шектерін табыңыз.

1	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-3x-5}{7x^3-2x^2+1}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-5x+2}{2x^3-5x^2+12}$;
2	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^3+7x-5}{2x^3-4x^2+5x}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-7x+2}{x^4+2x-4}$;
3	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4-3x^2+7}{x^4+2x^3+1}$;	ә) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x^2+7x-4}{x^5+2x-1}$;
4	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3-2x^2+4x}{2x^3+5}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-x+7}{3x^4-5x^2+10}$;
5	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-4x^2+28x}{5x^3+3x^2+x-1}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+7x-1}{3x^4+2x+5}$;
6	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+10x+3}{2x^2+5x-3}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+7x^2+4}{x^4+5x-1}$;
7	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-3x^4+x^2+x}{x^4+3x-2}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-5x+2}{x^4+3x^2-9}$;
8	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+7x+3}{5x^2-3x+4}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^7+5x^2-4x}{3x^2+11x-7}$;
9	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-x^2+3x+1}{3x^2+x-5}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^7+5x^2-4x}{3x^2+11x-7}$;
10	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-3x+10}{7x^3+2x+1}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-7x+5}{4x^5-3x^2+2}$;
11	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+5x-7}{2x^2-x+10}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+5x+7}{3x^4-2x^2+x}$;
12	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4+2x+1}{x^4-x^3+2x}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3+4x^2-7x}{2x^2+7x-3}$;

13	a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7-3x^4}{2x^3+3x^2-5}$;	ə) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2x+9}{2x^2-x+4}$;
14	a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+5x-7}{3x^2+x+1}$;	ə) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-3x+1}{1+2x-x^4}$;
15	a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+7x-2}{3x^3-x-4}$;	ə) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+3x^2+5}{3x^2-4x+1}$;
16	a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{18x^2+5x}{8-3x-9x^2}$;	ə) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^2-5x+2}{4x^3+2x-1}$;
17	a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4-6x^2+2}{x^4+4x-3}$;	ə) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{11x^3+3x}{2x^2-2x+1}$;
18	a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^2+4x-5}{4x^2-3x+2}$;	ə) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^2+3x+5}{4x^3-2x^2+1}$;
19	a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^4-4x^2+3}{2x^4+1}$;	ə) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3+5x^2-3}{2x^2-x+7}$;
20	a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-4x+2}{6x^2+5x+1}$;	ə) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3+5x^2-3}{2x^2-x+7}$;
21	a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3+4x}{x^3-3x+2}$;	ə) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^2+4x-5}{5x^3+x+2}$;
22	a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+4x-x^4}{x\ +4x^2+2x^4}$;	ə) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+x-4x^3}{x+4x^2+2x^4}$;
23	a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+7x-2}{6x^3-4x+3}$;	ə) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-5x-2}{6x^3+5x+3}$;
24	a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x+14x^2}{1+2x+7x^2}$;	ə) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2+3x-1}{1-2x+3x^4}$;
25	a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x\ -2x^2+5x^4}{2+3x^2+x^4}$;	ə) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-3x^2+5}{-3x^2+4x+1}$;
26	a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4+2x^2-7}{3x^4+3x^3+5}$;	ə) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^2+15x-2}{4x^3-12x-11}$;
27	a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4+5x^2-3x^5}{x^5+6x+8}$;	ə) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{11x^3-3x}{2x^2+2x+11}$;
28	a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3-7x^2+3}{2+2x-x^3}$;	ə) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-3x-5}{4x^3+2x^2+1}$;

29	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^3-2x+1}{2x^3+3x^2+2}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3-x^2-3}{2x^2+5x+7}$;
30	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-3x+1}{3x^2+x-5}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3-x^2-3}{2x^2+5x+7}$;
31	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3+4x}{x^3-3x+2}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^2+4x-5}{5x^3+x+2}$;
32	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+4x-x^4}{x+4x^2+2x^4}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+x-4x^3}{x+4x^2+2x^4}$;
33	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+7x-2}{6x^3-4x+3}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-5x-2}{6x^3+5x+3}$;
34	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x+14x^2}{1+2x+7x^2}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2+3x-1}{1-2x+3x^4}$;
35	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-2x^2+5x^4}{2+3x^2+x^4}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-3x^2+5}{-3x^2+4x+1}$;
36	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4+2x^2-7}{3x^4+3x^3+5}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^2+15x-2}{4x^3-12x-11}$;
37	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4+5x^2-3x^5}{x^5+6x+8}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{11x^3-3x}{2x^2+2x+11}$;
38	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3-7x^2+3}{2+2x-x^3}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-3x-5}{4x^3+2x^2+1}$;
39	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^3-2x+1}{2x^3+3x^2+2}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3-x^2-3}{2x^2+5x+7}$;
40	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-3x+1}{3x^2+x-5}$;	ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3-x^2-3}{2x^2+5x+7}$;

3.2 БӨЖ орындау үлгісі

1. $M_1M_2M_3M_4$ үшбұрышты пирамиданың $M_1(3;-2;2)$, $M_2(5;-8;-3)$, $M_3(-1;4;5)$, $M_4(4;3;-4)$ төбелерінің координаталары берілген.

а) $M_1M_2M_3$ жазықтығының теңдеуін;

ә) M_4 нүктесі арқылы өтетін $M_1M_2M_3$ жазықтығына параллель жазықтықтың теңдеуін;

б) $M_1M_2M_3$ және $M_1M_2M_4$ жазықтықтарының арасындағы бұрышын;

в) M_4 нүктесінен $M_1M_2M_3$ жазықтығына дейінгі ара қашықтығын;

г) M_1M_2 қабырғасының (түзуінің) теңдеуін;

ғ) M_3 нүктесі арқылы өтетін және M_1M_2 түзуіне параллель болатын түзудің теңдеуін;

д) M_4 нүктесі арқылы өтетін $M_1M_2M_3$ жазықтығына перпендикуляр түзудің теңдеуін;

е) M_1M_2 қабырғасының ортасы арқылы өтетін және M_1M_2 түзуіне перпендикуляр жазықтықтың теңдеуін;

ё) M_1M_2 және M_1M_4 түзулерінің арасындағы бұрышын;

ж) M_1M_4 түзуі мен $M_1M_2M_3$ жазықтығының арасындағы бұрышын;

з) $M_1M_2M_3$ үшбұрышының ауданын;

к) $M_1M_2M_3M_4$ үшбұрышты пирамиданың көлемін табыңыз.

Шешімі:

а) $M_1M_2M_3$ нүктелері арқылы өтетін жазықтықтың теңдеуін жазу үшін

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-y_1 \end{vmatrix} = 0$$

формуласын пайдаланамыз:

$$\begin{vmatrix} x-3 & y+2 & z-2 \\ 5-3 & -8+2 & -3-2 \\ -1-3 & 4+2 & 5-2 \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{vmatrix} x-3 & y+2 & z-2 \\ 2 & -6 & -5 \\ -4 & 6 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

$$-18(x-3)+20(y+2)+12(z-2)-24(z-2)-6(y+2)+30(x-3)=0$$

$$12(x-3)+14(y+2)-12(z-2)=0 \quad \Rightarrow \quad 6x+7y-6z+8=0.$$

ә) $M_1M_2M_3$ жазықтығының нормаль векторы $\vec{n}_1=\{6;7;-6\}$ болады. M_4 нүктесі арқылы өтетін жазықтық $M_1M_2M_3$ жазықтығына параллель болғандықтан бұл вектор ізделінді жазықтық үшін де нормаль вектор болады. Сондықтан

$$6(x-x_4)+7(y-y_4)-6(z-z_4)=0$$

$$6(x-4)+7(y-3)-6(z+4)=0$$

$6x+7y-6z-69=0$ – ізделінді жазықтықтың теңдеуі.

б) $M_1M_2M_3$ жазықтығының нормаль векторы $\vec{n}_1=\{6;7;-6\}$ болады. Енді $M_1M_2M_4$ жазықтығының нормаль векторын табайық.

$$\overline{M_1M_2}=\{x_2-x_1;\,y_2-y_1;\,z_2-z_1\}=\{5-3;-8+2;-3-2\}=\{2;-6;-5\}$$

$$\overline{M_1M_4}=\{x_4-x_1;\,y_4-y_1;\,z_4-z_1\}=\{4-3;3+2;-4-2\}=\{1;5;-6\}$$

$$\vec{n}_2 = \overline{M_1M_2} \times \overline{M_1M_4} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -6 & -5 \\ 1 & 5 & -6 \end{vmatrix} = (36+25)\vec{i} + (-5+12)\vec{j} + (10+6)\vec{k} = \{61;7;16\}.$$ Е

кі жазықтықтың арасындағы бұрыш олардың $n_1 = \{6;7;-6\}$ және $n_2 = \{61;\ 7;\ 16\}$ нормальдарының арасындағы бұрыш. Олай болса

$$\cos\varphi = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{6 \cdot 61 + 7 \cdot 7 + (-6) \cdot 16}{\sqrt{6^2 + 7^2 + (-6)^2} \cdot \sqrt{61^2 + 7^2 + 16^2}} = \frac{319}{11 \cdot \sqrt{4026}};$$

$$\alpha = \arccos \frac{319}{11 \cdot \sqrt{4026}}.$$

в) M_4 нүктесінен $M_1M_2M_3$ жазықтығына дейінгі ара қашықтықтық

$$d = \frac{|Ax_4 + By_4 + Cz_4 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

формуласын пайдалансақ, онда

$$d = \left| \frac{6 \cdot 4 + 7 \cdot 3 - 9 \cdot (-4) + 8}{\sqrt{36 + 49 + 36}} \right| = \frac{77}{11} = 7.$$

г) $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ нүктелері арқылы өтетін түзу теңдеуі

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}.$$

Осыдан

$$\frac{x-3}{5-3} = \frac{y+2}{-8+2} = \frac{z-2}{-1-2} \quad \Rightarrow \quad \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z-2}{-3}$$

M_1M_2 түзуінің бағыттаушы векторы $\vec{a}_{12} = \overline{M_1M_2} = \{2;-6;-3\}$.

ғ) Ізделінді түзудің бағыттаушы векторы ретінде M_1M_2 түзуінің бағыттаушы векторын $\vec{a}_1 = \{2;-6;-5\}$ алуға болады.

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-6} = \frac{z-5}{-5}$$ – ізделінді түзудің теңдеуі.

д) Ізделінді түзудің бағыттаушы векторы ретінде $M_1M_2M_3$ жазықтығының $\vec{n}_1 = \{6;7;-6\}$ нормаль векторын алуға болады.

$$\frac{x-4}{6} = \frac{y-3}{7} = \frac{z+4}{-6}$$ – ізделінді түзудің теңдеуі.

е) M_1M_2 қабырғасының ортасы E нүктесінің координатасын табайық.

$$x_E = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3+5}{2} = 4,$$

$$y_E = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{-2-8}{2} = -5,$$

$$z_E = \frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{2-3}{2} = -0{,}5.$$

$$E(4;-5;-0{,}5).$$

Ізделінді жазықтықтың нормаль векторы ретінде M_1M_2 түзуінің бағыттаушы векторын $\vec{a}_1 = \{2;-6;-5\}$ алуға болады:

$$2(x-4) - 6(y+5) - 5(z+0{,}5) = 0 \quad \Rightarrow \quad 2x - 6y - 5z - 40{,}5 = 0$$

$4x - 12y - 10z - 81 = 0$ – ізделінді жазықтық теңдеуі.

ё) Екі түзудің арасындағы бұрыш олардың $\vec{a}_1 = \overline{M_1M_2} = \{2;-6;-5\}$ және $\vec{a}_2 = \overline{M_1M_4} = \{1;5;-6\}$ бағыттаушы векторларының арасындағы бұрыш. Олай болса

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2}{|\vec{a}_1| \cdot |\vec{a}_2|} = \frac{2\cdot 1 + (-6)\cdot 5 + (-5)\cdot(-6)}{\sqrt{2^2 + (-6)^2 + (-5)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 5^2 + (-6)^2}} = \frac{-58}{\sqrt{4030}};$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{-58}{\sqrt{4030}}\right).$$

ж) M_1M_4 түзуі мен $M_1M_2M_3$ жазықтығының арасындағы бұрышын табу үшін $\vec{a}_2 = \overline{M_1M_4} = \{1,5,-6\}$ бағыттаушы вектор мен $n_1 = \{6;7;-6\}$ нормаль векторлар арасындағы (түзу мен жазықтықтың арасындағы) φ бұрышын анықтаймыз.

$$\sin\varphi = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{a}_4}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{a}_4|} = \frac{6\cdot 1 + 7\cdot 5 + (-6)\cdot(-6)}{\sqrt{6^2 + 7^2 + (-6)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 5^2 + (-6)^2}} = \frac{78}{11\cdot\sqrt{62}};$$

$$\alpha = \arcsin\frac{78}{11\cdot\sqrt{62}}.$$

з) $M_1M_2M_3$ үшбұрышының ауданы $\vec{a}_1 = \overline{M_1M_2} = \{2;-6;-5\}$, $\vec{a}_2 = \overline{M_1M_2} = \{-4;6;3\}$ векторлары арқылы тұрғызылған параллелограмның ауданының жартысына тең, сондықтан бұл векторлардың векторлық көбейтіндісін табамыз.

$$\bar{a}\times\bar{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -6 & -5 \\ -4 & 6 & 3 \end{vmatrix} = -18\vec{i} + 20\vec{j} + 12\vec{k} - 24\vec{k} - 6\vec{j} + 30\vec{i} = 12\vec{i} + 14\vec{j} - 12\vec{k}$$

$$S = \frac{1}{2}\left|\left[\vec{a}\times\vec{b}\right]\right| = \frac{1}{2}\sqrt{12^2+14^2+(-12)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{484} = 11.$$

к) Үшбұрышты пирамиданың көлемі $\vec{a}_1 = \overline{M_1M_2} = \{2;-6;-5\}$, $\vec{a}_2 = \overline{M_1M_2} = \{-4;6;3\}$, $\vec{a}_3 = \overline{M_1M_3} = \{1;5;-6\}$ векторлары арқылы тұрғызылған параллелепипед көлемінің $\frac{1}{6}$ бөлігіне тең, сондықтан бұл векторлардың аралас көбейтіндісін табамыз.

$$\vec{a}_1\,\vec{a}_2\vec{a}_3 = \begin{vmatrix} 2 & -6 & -5 \\ -4 & 6 & 3 \\ 1 & 5 & -6 \end{vmatrix} = -72-18+100+30+144-30 = 274-120 = 154.$$

Осыдан $V = \frac{1}{6}\cdot\left|\vec{a}_1\,\vec{a}_2\vec{a}_3\right| = \frac{1}{6}\cdot 154 = \frac{77}{3}$.

2. Төмендегі екінші ретті беттерді сызыңыз.

а1) $36x^2+225y^2+100z^2-900=0$

Шешімі: Теңдеуді канондық түрге келтірейік

$$36x^2+225y^2+100z^2=900 \;\Rightarrow\; \frac{36x^2}{900}+\frac{225y^2}{900}+\frac{100z^2}{900}=1 \Rightarrow$$

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{9}=1 \;\Rightarrow\; \frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{2^2}+\frac{z^2}{3^2}=1 \qquad (a=5,\ b=2,\ c=3)$$

бұл эллипсоид теңдеуі (суретін салу керек).

а2) $36x^2+16y^2-9z^2-576=0$

Шешімі: Теңдеуді канондық түрге келтірейік

$$36x^2+16y^2-9z^2=576 \;\Rightarrow\; \frac{36x^2}{576}+\frac{16y^2}{576}-\frac{9z^2}{576}=1 \Rightarrow$$

$$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{36}-\frac{z^2}{64}=1 \;\Rightarrow\; \frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{6^2}-\frac{z^2}{8^2}=1 \qquad (a=4,\ b=6,\ c=8)$$

Бұл бір қуысты гиперболоид теңдеуі (суретін салу керек).

а3) $9x^2+16y^2-36z^2+144=0$

Шешімі: Теңдеуді канондық түрге келтірейік

$$9x^2+16y^2-36z^2=-144 \;\Rightarrow\; \frac{9x^2}{144}+\frac{16y^2}{144}-\frac{36z^2}{144}=-1 \;\Rightarrow$$

$$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{4}=-1 \;\Rightarrow\; \frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{3^2}-\frac{z^2}{2^2}=-1, \qquad (a=4,\ b=3,\ c=2).$$

Бұл екі қуысты гиперболоид теңдеуі (суретін салу керек).

а4) $4x^2+7y^2-112z=0$

Шешімі: Теңдеуді канондық түрге келтірейік

$$4x^2+7y^2=112z \;\Rightarrow\; \frac{4x^2}{56}+\frac{7y^2}{56}=2z \;\Rightarrow\; \frac{x^2}{14}+\frac{y^2}{8}=2z, \quad (p=14,\ q=8).$$

Бұл эллипстік параболоид теңдеуі (суретін салу керек).

а5) $6x^2-7y^2-84z=0$

Шешімі: Теңдеуді канондық түрге келтірейік

$$6x^2+7y^2=84z \;\Rightarrow\; \frac{6x^2}{42}+\frac{7y^2}{42}=2z \;\Rightarrow\; \frac{x^2}{7}+\frac{y^2}{6}=2z, \quad (p=7,\ q=6).$$

Бұл гиперболалық параболоид теңдеуі (суретін салу керек).

а6) $36x^2+225y^2=25z^2$

Шешімі: Теңдеуді канондық түрге келтірейік

$$6^2x^2+15^2y^2=5^2z^2 \Rightarrow\; 6^2x^2+15^2y^2=5^2z^2$$

$6,\ 15,\ 5-$ сандарының ең кіші ортақ бөлгіші 30, олай болса

$$\frac{6^2x^2}{30^2}+\frac{15^2y^2}{30^2}=\frac{5^2z^2}{30^2} \;\Rightarrow\; \frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{2^2}=\frac{z^2}{6^2}$$

Бұл конустың теңдеуі (суретін салу керек).

ә1) $4x^2+9y^2=324$

Шешімі: Теңдеуді канондық түрге келтірейік

$$\frac{4x^2}{324}+\frac{9y^2}{324}=1 \;\Rightarrow\; \frac{x^2}{81}+\frac{y^2}{36}=1 \;\Rightarrow\; \frac{x^2}{9^2}+\frac{y^2}{6^2}=1.$$

Бұл Oz өсіне параллель болатын эллипстік цилиндрдің теңдеуі (суретін салу керек).

ә2) $16y^2-9z^2=1296$

Шешімі: Теңдеуді канондық түрге келтірейік

$$\frac{16y^2}{1296}-\frac{9z^2}{1296}=1 \;\Rightarrow\; \frac{y^2}{81}-\frac{z^2}{144}=1 \;\Rightarrow\; \frac{y^2}{9^2}-\frac{z^2}{12^2}=1.$$

Бұл Ox өсіне параллель болатын гиперболалық цилиндрдің теңдеуі (суретін салу керек).

ә3) $x^2-24z=0$

Шешімі: Теңдеуді канондық түрге келтірейік.

$$x^2=2\cdot 12z$$

Бұл Oy өсіне параллель болатын параболалық цилиндр теңдеуі(суретін салу керек).

3. Функцияның шектерін табыңыз:

а) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{2x^2-11x+5}{3x^2-14x-5}=\left|\dfrac{2\cdot 5^2-11\cdot 5+5}{3\cdot 5^2-14\cdot 5-5}=\dfrac{0}{0}\right|=\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{2(x-5)(x-1/2)}{3(x-5)(x+1/3)}=\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{2x-1}{3x+1}=\dfrac{9}{16}.$

ә) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^3+64}{7x^2-27x-220}=\left|\dfrac{-64+64}{112+108-220}=\dfrac{0}{0}\right|=\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{(x+4)(x^2-4x+16)}{(x+4)(7x-55)}=\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2-4x+16}{7x-55}=-\dfrac{48}{83}.$

4. Функцияның шектерін табыңыз:

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}}=\lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x})}{(\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x})\sqrt{5-x}+\sqrt{5+x})}=\lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{5-x}+\sqrt{5+x})}{(5-x)-(5+x)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{5-x}+\sqrt{5+x})}{-2x}=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{5-x}+\sqrt{5+x}}{-2}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{5}}{-2}=\frac{2\sqrt{5}}{-2}=-\sqrt{5}.$$

5. Функцияның шектерін табыңыз:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-11x+5}{3x^2-14x-5}=\left|\dfrac{\infty}{\infty}\right|=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\dfrac{2x^2-11x+5}{x^2}}{\dfrac{3x^2-14x-5}{x^2}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2-\dfrac{11}{x}+\dfrac{5}{x^2}}{3-\dfrac{14}{x}-\dfrac{5}{x^2}}=\left|\dfrac{2-0+0}{3-0-0}\right|=\dfrac{2}{3}.$

ә) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^4-x+9}{x^2-4x-5}=\left|\dfrac{\infty}{\infty}\right|=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\dfrac{2x^4-x+9}{x^4}}{\dfrac{x^2-4x-5}{x^4}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{9}{x^4}}{\dfrac{3}{x^2}-\dfrac{4}{x^3}-\dfrac{5}{x^4}}=\left|\dfrac{2-0+0}{0-0-0}\right|=\infty$

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-7x+5}{5x^3-3x+8}=\left|\dfrac{\infty}{\infty}\right|=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\dfrac{x^2-7x+5}{x^3}}{\dfrac{5x^3-3x+8}{x^3}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{7}{x^2}+\dfrac{5}{x^3}}{5-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{8}{x^3}}=\left|\dfrac{0-0+0}{5-0+0}\right|=0.$