Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті

Дәрістік сабақ 15

Пікірлерді есептеу. Есептеу ережелері.

ДӘРІСТІК САБАҚ ЖОСПАРЫ:

1. Кіріспе
2. Пікірлерді есептеудің негізгі ережелері
3. Пікірлерді есептеу әдістері
3. Есептеу алгоритмі
4. Арнайы есептеу жағдайлары
5. Практикалық есептер мен шешімдері
6. Пікірлерді есептеудің қолданылуы
7. Есептеудегі жиі кездесетін қателер
8. Пікірлерді есептеуді автоматтандыру
9. Қорытынды

Кіріспе

Пікірлер логикасында формулалардың ақиқаттық мәндерін дәл және жүйелі түрде анықтау үшін **пікірлерді есептеу ережелері** қолданылады.

Бұл ережелер күрделі логикалық өрнектерді қарапайым түрлендірулер арқылы бағалауға мүмкіндік береді. Бұл тақырыпта пікірлерді есептеудің негізгі ережелері, олардың қолданылуы мен мысалдары қарастырылады.

1. Пікірлерді есептеудің негізгі ережелері

1.1. Ақиқаттық мәндердің есептелуі

Әрбір пікірдің ақиқаттық мәні (True/False) берілген контекст бойынша анықталады. Күрделі формулаларды есептеу үшін мынадай негізгі ережелер қолданылады:

Басымдылық ережесі (операциялардың орындалу реті): Жоғарыдан төменге қарай:

1. Жақшалар ( )
2. Терістеу ¬
3. Конъюнкция ∧
4. Дизъюнкция ∨
5. Импликация →
6. Эквиваленттік ↔

Мысал 1:

$(\neg P \wedge Q) \rightarrow R$ формуласында алдымен $\neg P$ есептеледі, содан кейін $(\neg P \wedge Q)$, соңында $\rightarrow$ операциясы.

1.2. Негізгі логикалық амалдардың есептеу ережелері

Операция	Белгілеу	Есептеу ережесі
Терістеу	¬P	Егер P ақиқат болса, ¬P жалған; керісінше.
Конъюнкция	P ∧ Q	Егер екеуі де ақиқат болса ғана ақиқат.
Дизъюнкция	P ∨ Q	Егер кем дегенде біреуі ақиқат болса ақиқат.
Импликация	P → Q	Егер P ақиқат, ал Q жалған болса ғана жалған.
Эквиваленттік	P ↔ Q	Егер екеуінің ақиқаттық мәндері бірдей болса ақиқат.

2. Пікірлерді есептеу әдістері

2.1. Ақиқаттық кесте әдісі

Бұл әдісте барлық мүмкін айнымалы мәндер комбинациялары үшін формуланың ақиқаттық мәні есептеледі.

Мысал 2: $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$ формуласын есептеу керек.

P	Q	P → Q	Q → P	(P → Q) ∧ (Q → P)
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

Нәтиже:

Формула P және Q эквивалент болғанда ғана ақиқат

2.2. Формуланы түрлендіру әдісі

Логикалық эквиваленттік түрлендірулер арқылы формуланы жеңілдету.

Мысал 3: ¬(P ∧ ¬Q) ∨ P формуласын жеңілдету.

1. Де Морган заңы: $\neg(P \wedge \neg Q) \equiv \neg P \vee \neg\neg Q$
2. Қос терістеу: $\neg\neg Q \equiv Q$
3. Алмастыру: $(\neg P \vee Q) \vee P$
4. Коммутативтілік: $\neg P \vee P \vee Q$
5. Қос терістеу: $\neg P \vee P \equiv T$ (тавтология)
6. Доминанттық: $T \vee Q \equiv T$

Нәтиже: Формула әрқашан ақиқат (тавтология).

2.3. Ағындық есептеу әдісі

Формуланы компоненттерге бөліп, ішкі өрнектерден бастап есептеу.

Мысал 4:

$((P \rightarrow Q) \wedge P) \rightarrow Q$ формуласын есептеу (Modus Ponens) керек.

1. $P \rightarrow Q$ мен P ақиқат деп алайық.
2. $(P \rightarrow Q) \wedge P$ ақиқат болады.
3. Импликация ережесі бойынша: $(True \rightarrow Q)$ есептейміз.
4. Егер $P \rightarrow Q$ ақиқат және P ақиқат болса, онда Q міндетті түрде ақиқат.

Нәтиже: Формула әрқашан ақиқат

3. Есептеу алгоритмі

3.1. Қадамдық алгоритм

Жақшаларды есептеу: Ішкі жақшалардан бастап есептеу.

Терістеуді орындау: ¬ операциясын қолдану.

Басқа операцияларды орындау: Басымдылық ретімен:

1. ∧ (конъюнкция)
2. ∨ (дизъюнкция)
3. → (импликация)
4. ↔ (эквиваленттік)

Нәтижені тексеру: Соңғы ақиқаттық мәнді анықтау.

3.2. Мысал алгоритмді қолдану

Мысал 5: $(P \vee Q) \rightarrow (\neg P \wedge Q)$ формуласын P = True, Q = False үшін есептеу.

Ішкі өрнектер:

$P \vee Q = True \vee False = True$

$\neg P = \neg True = False$

$\neg P \wedge Q = False \wedge False = False$

Импликация: $True \rightarrow False = False$

Нәтиже: **False**

4. Арнайы есептеу жағдайлары

4.1. Тавтологияларды есептеу

Формула барлық мүмкін айнымалы мәндер үшін ақиқат болса, ол тавтология деп аталады.

Мысал 6: P ∨ ¬P (Қос терістеу заңы).

Егер P = True: True ∨ False = True

Егер P = False: False ∨ True = True

Нәтиже: Әрқашан ақиқат ⟶ тавтология.

4.2. Қайшылықтарды есептеу

Формула барлық мүмкін айнымалы мәндер үшін жалған болса.

Мысал 7: $P \wedge \neg P$

- Егер P = True: True ∧ False = False
- Егер P = False: False ∧ True = False

Нәтиже: Әрқашан жалған → қайшылық.

4.3. Орындалуы мүмкін формулалар

Кейбір айнымалы мәндер үшін ақиқат, кейбіреулері үшін жалған болса.

Мысал 8: $P \rightarrow Q$

- P = True, Q = True: True → True = True
- P = True, Q = False: True → False = False

Нәтиже: Орындалуы мүмкін формула.

5. Практикалық есептер мен шешімдері

Есеп 1: $(P \rightarrow Q) \wedge (\neg Q \rightarrow \neg P)$ формуласын есептеңіз.

Шешімі:

Импликацияны түрлендіру: $P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$

Контрапозиция: $\neg Q \rightarrow \neg P \equiv Q \vee \neg P$ (немесе $\neg\neg Q \vee \neg P \equiv Q \vee \neg P$)

Алмастыру: $(\neg P \vee Q) \wedge (Q \vee \neg P)$

Коммутативтілік: $(\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee Q)$

Идемпотенттілік: $\neg P \vee Q$

Нәтиже: Формула $\neg P \vee Q$ эквивалентті

Есеп 2: (P ∧ Q) ∨ (¬P ∧ ¬Q) формуласын жеңілдетіңіз.

Шешімі:

Бұл $P \leftrightarrow Q$ эквиваленттігінің анықтамасы.

Нәтиже: $P \leftrightarrow Q$

Есеп 3: ((P → Q) → P) → P (Пирс заңы) тавтология екенін дәлелдеңіз.

Шешімі: (ақиқаттық кесте арқылы)

P	**Q**	**P → Q**	**(P → Q) → P**	**((P → Q) → P) → P**
T	T	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

Барлық жағдайларда нәтиже **True** → тавтология.

6. Пікірлерді есептеудің қолданылуы

6.1. Компьютерлік ғылымда

Логикалық схемалар: Және (AND), Немесе (OR), Емес (NOT) құрылғылары.

Бағдарламалау: Шартты операторларды бағалау (if, while).

Ақпараттық іздеу: Сұрауларды логикалық өрнектер ретінде өңдеу.

6.2. Математикада

Теоремаларды дәлелдеу: Логикалық тұжырымдарды тізбектеле дәлелдеу.

Анықтамаларды тексеру: Эквиваленттік формулаларды салыстыру.

6.3. Күнделікті өмірде

Шешім қабылдау: Күрделі шарттарды талдау.

Дәлелдеу: Пікірлердің дұрыстығын тексеру.

7. Есептеудегі жиі кездесетін қателер

Басымдылық ретін ескермеу: Мысалы,
$\neg P \wedge Q$ мен $\neg(P \wedge Q)$ бірдей емес.

Импликацияны дұрыс түсінбеу:
$P \rightarrow Q$ тек P ақиқат, Q жалған болғанда ғана жалған.

Эквиваленттік пен импликацияны шатастыру:
$P \leftrightarrow Q$ мен $P \rightarrow Q$ әртүрлі.

Де Морган заңдарын қате қолдану:
$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$, $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$.

8. Пікірлерді есептеуді автоматтандыру

8.1. Кестелік әдіс (Truth Table)

Барлық мүмкін комбинацияларды жүйелі түрде есептеу.

8.2. Алгоритмдік әдіс

Рекурсивті функциялар арқылы формуланы бағалау: python

```
def evaluate(expr, values):
        if isinstance(expr, str): # Айнымалы
                return values[expr]
        if expr[0] == '¬':
                return not evaluate(expr[1], values)
        if expr[1] == '∧':
                return evaluate(expr[0], values) and evaluate(expr[2], values)
        if expr[1] == '∨':
                return evaluate(expr[0], values) or evaluate(expr[2], values)
        if expr[1] == '→':
                return (not evaluate(expr[0], values)) or evaluate(expr[2], values)
        if expr[1] == '↔':
                return evaluate(expr[0], values) == evaluate(expr[2], values)
```

Қорытынды

Пікірлерді есептеу — бұл логикалық формулалардың ақиқаттық мәндерін анықтаудың жүйелі процесі. Оны меңгеру:

- Логикалық ойлау дағдыларын дамытады
- Математикалық дәлелдеулерді түсінуге көмектеседі
- Компьютерлік логика мен алгоритмдерді оқуда негіз болады

Есептеу ережелерін дұрыс қолдану арқылы күрделі пікірлерді жеңілдету, талдау және бағалау мүмкін болады.

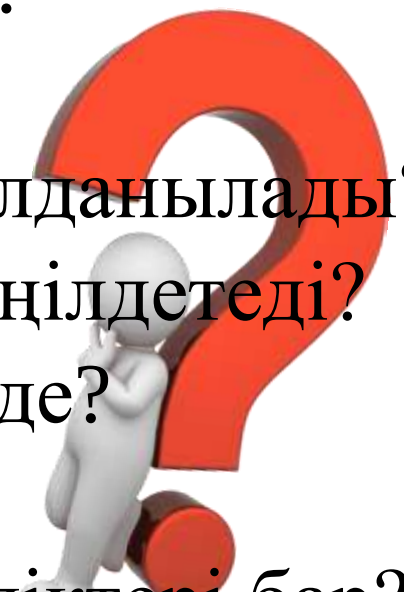
.

ҚАЙТАЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Пікірлерді есептеу дегеніміз не?
2. Пікірлерді есептеудің практикалық маңызы қандай?
3. Пікірлерді есептеу әдістері қандай мәселелерді шешеді?
4. Пікірлерді есептеудің негізгі ережелерін тізіп, әрқайсысын түсіндіріңіз.
5. Басымдылық ережесін түсіндіріңіз және мысал келтіріңіз.
6. Логикалық операциялардың орындалу ретін не негіздеуде?
7. Мысал 1-дегі $(\neg P \wedge Q) \rightarrow R$ формуласында операциялар қандай ретпен орындалады?
8. Ақиқаттық кесте әдісі дегеніміз не?
9. Бұл әдістің артықшылықтары мен кемшіліктерін атаңыз.
10. Мысал 2-дегі $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$ формуласының ақиқаттық кестесін құрыңыз.



11. Ақиқаттық кесте әдісі қандай жағдайларда тиімді?
12. Формуланы түрлендіру әдісін түсіндіріңіз.
13. Бұл әдісте қандай логикалық эквиваленттіктер қолданылады?
14. Мысал 3-тегі ¬(P ∧ ¬Q) ∨ P формуласын қалай жеңілдетеді?
15. Формуланы түрлендіру әдісінің артықшылығы неде?
16. Ағындық есептеу әдісін түсіндіріңіз.
17. Бұл әдістің алгоритмдік тұрғыдан қандай ерекшеліктері бар?
18. Мысал 4-тегі ((P → Q) ∧ P) → Q формуласын ағындық есептеу арқылы қалай шешесіз?
19. Пікірлерді есептеудің қадамдық алгоритмін сипаттаңыз.
20. Алгоритмнің әрбір қадамының мақсаты қандай?



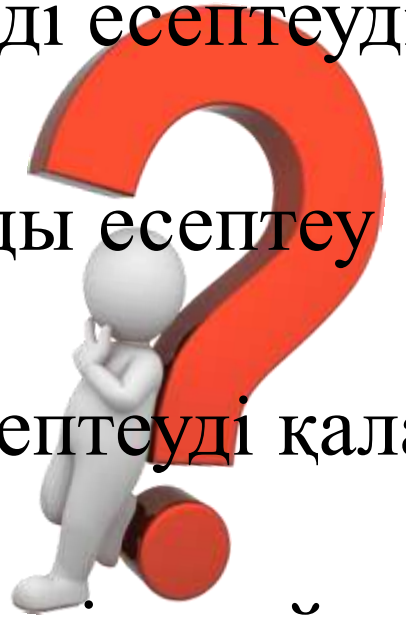
21. Алгоритмді қолдану кезінде қандай мәселелерге тап болуға болады?
22. Мысал 5-тегі $(P \vee Q) \rightarrow (\neg P \wedge Q)$ формуласын алгоритм бойынша қалай есептейсіз?
23. Тавтология дегеніміз не?
24. Тавтологияны қалай анықтауға болады?
25. Мысал 6-дағы $P \vee \neg P$ формуласының тавтология екенін дәлелдеңіз.
26. Қайшылық (противоречие) дегеніміз не?
27. Қайшылықты анықтаудың әдістерін атаңыз.
28. Мысал 7-дегі $P \wedge \neg P$ формуласының қайшылық екенін дәлелдеңіз.
29. Орындалуы мүмкін формула деген не?
30. Формуланың орындалуы мүмкіндігін қалай анықтауға болады?



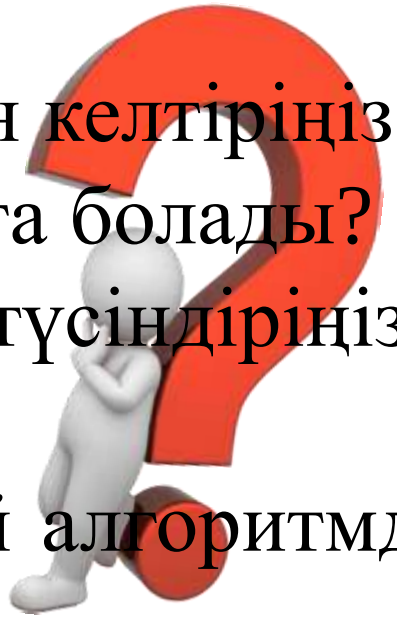
31. Мысал 8-дегі $P \to Q$ формуласының орындалуы мүмкіндігін дәлелдеңіз.
32. Есеп 1-дегі $(P \to Q) \wedge (\neg Q \to \neg P)$ формуласын есептеуде қандай эквиваленттіктер қолданылады?
33. Есеп 2-дегі $(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$ формуласын неге $P \leftrightarrow Q$ деп жеңілдетуге болады?
34. Есеп 3-тегі Пирс заңының $((P \to Q) \to P) \to P$ формуласының тавтология екенін қалай дәлелдейсіз?
35. Практикалық есептерді шешуде қандай әдістерді қолдану қолайлы?
36. Пікірлерді есептеу компьютерлік логикалық схемаларда қалай қолданылады?
37. Бағдарламалау тілдерінде шартты операторларды бағалауда пікірлерді есептеудің рөлі қандай?



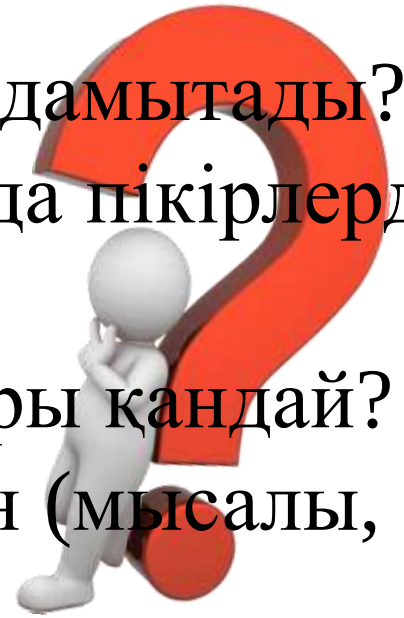
38. Ақпараттық іздеу жүйелерінде пікірлерді есептеу қалай пайдаланылады?
39. Математикалық теоремаларды дәлелдеуде пікірлерді есептеудің маңызы қандай?
40. Анықтамаларды тексеруде логикалық формулаларды есептеу қалай қолданылады?
41. Күнделікті өмірде шешім қабылдауда пікірлерді есептеуді қалай пайдалануға болады?
42. Пікірлердің дұрыстығын тексеруде есептеу ережелері қалай көмектеседі?
43. Басымдылық ретін ескермеу қандай қателерге әкеледі? Мысал келтіріңіз.
44. Импликацияны дұрыс түсінбеу қандай жағдайларда орын алады?



45. Эквиваленттік пен импликацияны шатастырудың салдары қандай?
46. Де Морган заңдарын қате қолданудың мысалдарын келтіріңіз.
47. Пікірлерді есептеудегі қателерді қалай болдырмауға болады?
48. Кестелік әдісті автоматтандырудың принциптерін түсіндіріңіз.
49. Бұл әдістің есептеу күрделілігі қандай?
50. Пікірлерді есептеуді автоматтандыру үшін қандай алгоритмдер қолданылады?
51. Рекурсивті функциялар арқылы формуланы бағалау қалай жүзеге асырылады?
52. Берілген Python кодының жұмыс принципін түсіндіріңіз.
53. Алгоритмдік әдістің артықшылықтары мен шектеулері қандай?



54. Пікірлерді есептеудің негізгі мақсаты неде?
55. Пікірлерді есептеуді меңгеру қандай дағдыларды дамытады?
56. Математикалық логика мен компьютерлік ғылымда пікірлерді есептеудің орны қандай?
57. Пікірлерді есептеудің болашақтағы даму бағыттары қандай?
58. Пікірлерді есептеуді басқа логикалық жүйелермен (мысалы, предикаттар логикасы) салыстырыңыз.
59. Күрделі логикалық өрнектерді есептеуде қандай алгоритмдер тиімді?
60. Пікірлерді есептеуді оқытудың тиімді әдістері қандай?



ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

1. Дискреттік математика және математикалық логика негіздері : оқулық / Ф.Р. Гусманова, Қ.С. Дальбекова, С.Б. Беркімбаева. - Алматы : ЭСПИ, 2023. - 363, [1] б. ISBN 978-601-330- 339-0 LIBRARY.ENU
2. Байжуманов А.А. Дискреттік математика және математикалық логика : оқулық / А.А. Байжуманов, О.М. Ибрагимов. - Алматы : TechSmith, 2023. - 342, [1] б. : сур., кесте. - Библиогр.: б. 340. - ISBN 978- 601-342-643-3
3. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика. Теория и практикум: Учебник для вузов Издательство "Лань", 2025
4. Гашков С.Б. Дискретная математика : учебник для вузов / С. Б. Гашков. — 3- е изд., испр. и доп. — Санкт Петербург : Лань, 2025. — 520 с. — ISBN 978-5-507- 49866-6. — Текст : электронный // Лань : электроннобиблиотечная система.
5. Тишин В.В. Дискретная математика в примерах и задачах. — СПб.: БХВ Петербург, 2008. — 352 с.

Назар аударғаныңызға рақмет!

