Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті

Дәрістік сабақ 14

Пікірлердің аксиомалық теориясы. Пікірлерге қолданылатын амалдар. Пікірлер логикасының формулалары

ДӘРІСТІК САБАҚ ЖОСПАРЫ:

1. Негізгі ұғымдар және анықтамалар
2. Пікірлерге қолданылатын негізгі амалдар
3. Пікірлер логикасының аксиомалары
4. Пікірлер логикасының формулалары
5. Пікірлерді түрлендіру мысалдары
6. Практикалық есептер
7. Пікірлер логикасының қолданылуы

1. Негізгі ұғымдар және анықтамалар

1.1 Пікір (Proposition/ Высказывание)

Анықтама: Пікір - бұл ақиқаттық мәні бар (ақиқат немесе жалған) және мағыналы тұжырым.

Математикалық түрде: P, Q, R, … - пікірлерді белгілейтін айнымалылар

Мысал 1:

- *P*: "Астана - Қазақстанның астанасы" (Ақиқат)
- *Q*: "2 + 2 = 5" (Жалған)
- *R*: "Бүгін жаңбыр жауып тұр" (ақиқаттық мәні жағдайға байланысты)

1.2. Ақиқаттық кесте (Truth Table)

Пікірлердің барлық мүмкін ақиқаттық мәндерінің комбинациясын көрсететін кесте.

P	Q	$P \wedge Q$
А (Т)	А (Т)	А (Т)
А (Т)	Ж (F)	Ж (F)
Ж (F)	А (Т)	Ж (F)
Ж (F)	Ж (F)	Ж (F)

2. Пікірлерге қолданылатын негізгі амалдар

2.1. Конъюнкция (Және, ∧)

Анықтама: $P \wedge Q$ - екі пікір де ақиқат болғанда ғана ақиқат болады.

Ақиқаттық кесте:

P	Q	$P \wedge Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

Мысал 2:

P: "Мен студентпін",
Q:"Мен жұмыс істеймін"

P∧*Q*: "Мен студентпін және жұмыс істеймін"

2.2. Дизъюнкция (Немесе, ∨)

Анықтама: $P \vee Q$ - екі пікірдің кем дегенде біреуі ақиқат болғанда ақиқат болады.

Ақиқаттық кесте:

P	Q	$P \vee Q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

Мысал 3:

P: "Мен мақала жазамын",
Q:"Мен киноға барамын"

P∧*Q*: "Мен мақала жазамын немесе киноға барамын "

2.3. Инверсия (Терістеу, ¬)

Анықтама: ¬*P* - пікірдің кері мәні.

Ақиқаттық кесте:

P	**¬*P***
T	F
F	T

Мысал 4:

P: "Бүгінгі тақырып күрделі"

¬*P*: " Бүгінгі тақырып күрделі емес"

2.4. Импликация (Егер..., онда..., →)

Анықтама: $P \rightarrow Q$ - егер P ақиқат болса, онда Q де ақиқат болады.

Ақиқаттық кесте:

P	Q	$P \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Мысал 5:

P: "Студент пәндерді сапалы меңгерсе",

Q: «Сауатты маман болады"

P→*Q*: "Егер студент пәндерді сапалы меңгерсе, онда сауатты маман болады"

2.5. Эквиваленттік (Тең, ↔)

Анықтама: $P \leftrightarrow Q$ - екі пікірдің ақиқаттық мәндері бірдей болғанда ақиқат болады.

Ақиқаттық кесте:

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Мысал 6:

P: "Сан жұп",

Q: "Сан 2-ге бөлінеді"

P↔*Q*: "Сан жұп болады, егер де ол 2-ге бөлінсе ғана"

3. Пікірлер логикасының аксиомалары

3.1. Аксиомалар жүйесі

1. $P \to (Q \to P)$ - Тұрақты пікір
2. $(P \to (Q \to R)) \to ((P \to Q) \to (P \to R))$ - Дистрибутивтік импликация
3. $(P \to \neg Q) \to (Q \to P)$ - Контрапозиция

3.2. Дәлелдеу ережелері

Modus Ponens: Егер $P \rightarrow Q$ және P ақиқат болса, онда Q ақиқат

Modus Tollens: Егер $P \rightarrow Q$ және $\neg Q$ ақиқат болса, онда $\neg P$ ақиқат

4. Пікірлер логикасының формулалары

4.1. Негізгі эквиваленттік формулалар

Коммутативтік заңдар:

$P \wedge Q \equiv Q \wedge P$

$P \vee Q \equiv Q \vee P$

Ассоциативтік заңдар:

$P \wedge Q) \wedge R \equiv P \wedge (Q \wedge R)$

$P \vee Q) \vee R \equiv P \vee (Q \vee R)$

Дистрибутивтік заңдар:

$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$

$P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

Де Морган заңдары:

7. $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$
8. $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$

Қос терістеу заңы:

9. $\neg(\neg P) \equiv P$

Импликацияны түрлендіру:

10. $P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$

4.2. Күрделі формулалар мысалдары

Мысал 7:

Дәлелдеу керек:

$(P \to Q) \wedge (Q \to P) \equiv P \leftrightarrow Q.$

4.2. Күрделі формулалар мысалдары

Мысал 8:

Дәлелдеу керек:

$(P \to Q) \wedge (Q \to P) \equiv P \leftrightarrow Q.$

Дәлелдеуі:

P	Q	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow P$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$	$P \leftrightarrow Q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	F	F
F	F	T	T	T	T

Мысал 9:

Дәлелдеу керек:

$P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$

Дәлелдеуі:

P	Q	$P \rightarrow Q$	$\neg P$	$\neg P \vee Q$
T	T	T	F	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

5. Пікірлерді түрлендіру мысалдары

Мысал 10:

$\neg(P \wedge \neg Q) \vee P$ күрделі пікірді жеңілдету керек.

Шешімі:

Де Морган заңы: $\neg(P \wedge \neg Q) \equiv \neg P \vee Q$

Алмастыру: $(\neg P \vee Q) \vee P$

Коммутативтік заң: $\neg P \vee P \vee Q$

Қос терістеу: $T \vee Q$

Доминанттық заң: T

Нәтиже: Формула әрқашан ақиқат.

5. Пікірлерді түрлендіру мысалдары

Мысал 11: "Егер аралық бақылау сапалы тапсырылса және ағымдық балл жеткілікті болса, онда мен автоматты түрде емтихан аламын" **импликациясын түрлендіру керек.**

Шешімі:

Формализация:

P: "Аралық бақылау сапалы тапсырылады "

Q: "Ағымдық балл жеткілікті болады"

R: "Мен автоматты түрде емтихан аламын"

Формула: $(P \wedge Q) \rightarrow R$

Түрлендіру:

$$(P \wedge Q) \rightarrow R \equiv \neg(P \wedge Q) \vee R \equiv (\neg P \vee \neg Q) \vee R$$

6. Практикалық есептер

Мысал 12: $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$ формуласы үшін **ақиқаттық кестені құрыңыз.**

Шешімі:

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow R$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$
T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F
T	F	T	F	T	F
T	F	F	F	T	F
F	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T

6. Практикалық есептер

Мысал 13:

$\neg(P \vee Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ **формуласын жеңілдетіңіз.**

Шешімі:

Де Морган: $(\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$

Дистрибутивтік: $\neg P \wedge (\neg Q \vee Q)$

Қос терістеу: $\neg P \wedge T$

Доминанттық: $\neg P$

Нәтиже: $\neg P$.

7. Пікірлер логикасының қолданылуы

7.1. Компьютерлік ғылым:

Логикалық схемалар

Бағдарламалау тілдеріндегі шарттар

Ақпараттық іздеу жүйелері

7.2. Математика:

Теоремаларды дәлелдеу

Анықтамаларды формализациялау

7.3. Күнделікті өмір:

Шешім қабылдау

Дәлелдеу және дәлелдемеу

8. Қорытынды

Пікірлер логикасы - бұл пікірлердің ақиқаттық мәндерін зерттейтін математикалық логиканың бөлімі. Оның негізгі элементтері:

Пікірлер - ақиқаттық мәні бар тұжырымдар

Логикалық амалдар - пікірлерді қосу, көбейту, терістеу

Формулалар - пікірлер мен амалдардың комбинациясы

Аксиомалар - негізгі ақиқаттар

Ережелер - дәлелдеу ережелері

Бұл теория математика, компьютерлік ғылым және философияда кең қолданылады және күрделі пікірлерді талдауға мүмкіндік береді.

ҚАЙТАЛАУ СҰРАҚТАРЫ

1. Пікір (высказывание, proposition) дегеніміз не?
2. Пікірдің негізгі қасиеттерін атаңыз.
3. Ақиқаттық мән деген не? Оның мүмкін мәндері қандай?
4. Пікірлерді формальды түрде қалай белгілейді?
5. Ақиқаттық кесте дегеніміз не? Оның мақсаты қандай?
6. Ақиқаттық кестені құру алгоритмін түсіндіріңіз.
7. Конъюнкцияны анықтаңыз.
8. Конъюнкцияның ақиқаттық кестесін жазыңыз.
9. Конъюнкцияны қолданатын мысал келтіріңіз.
10. Конъюнкцияның коммутативті және ассоциативті қасиеттерін түсіндіріңіз.



11. Дизъюнкцияны анықтаңыз.
12. Дизъюнкцияның ақиқаттық кестесін жазыңыз.
13. Дизъюнкцияны қолданатын мысал келтіріңіз.
14. Қос дизъюнкция (exclusive OR) мен қарапайым дизъюнкцияның айырмашылығы неде?
15. Инверсияны анықтаңыз.
16. Инверсияның ақиқаттық кестесін жазыңыз.
17. Инверсияны қолданатын мысал келтіріңіз.
18. Қос терістеу заңын тұжырымдап, оның мағынасын түсіндіріңіз.
19. Импликацияны анықтаңыз.
20. Импликацияның ақиқаттық кестесін жазыңыз.



21. Импликацияны қолданатын мысал келтіріңіз.
22. Импликацияны терістеу немесе басқа операциялар арқылы қалай өрнектеуге болады?
23. Эквиваленттікті анықтаңыз.
24. Эквиваленттіктің ақиқаттық кестесін жазыңыз.
25. Эквиваленттікті қолданатын мысал келтіріңіз.
26. Эквиваленттікті импликация және басқа операциялар арқылы қалай өрнектеуге болады?
27. Аксиомалар жүйесі деген не? Оның маңызы қандай?
28. Пікірлер логикасының негізгі аксиомаларын тізіп, оларды түсіндіріңіз.
29. Modus Ponens ережесін тұжырымдап, мысал келтіріңіз.
30. Modus Tollens ережесін тұжырымдап, мысал келтіріңіз.

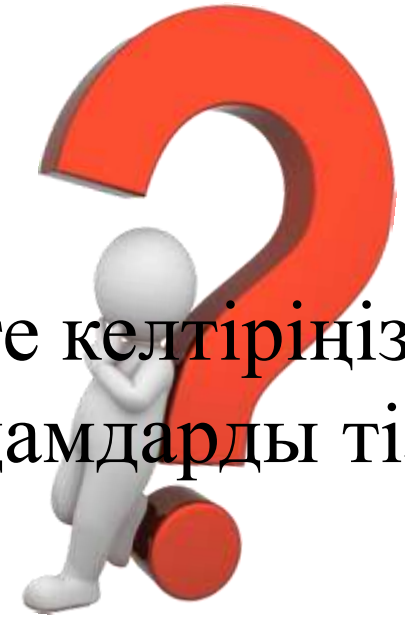


31. Аксиомалар мен ережелерді пайдаланып, қарапайым дәлелдеу жүргізу алгоритмін сипаттаңыз.
32. Коммутативтік заңдарды жазыңыз және олардың мағынасын түсіндіріңіз.
33. Ассоциативтік заңдарды жазыңыз және олардың мағынасын түсіндіріңіз.
34. Дистрибутивтік заңдарды жазыңыз және олардың мағынасын түсіндіріңіз.
35. Де Морган заңдарын жазыңыз және олардың мағынасын түсіндіріңіз.



36. Қос терістеу заңын жазыңыз және оның мағынасын түсіндіріңіз.
37. Импликацияны терістеу арқылы қалай өрнектеуге болады?
38. Пікірлер логикасының формуласы деген не?
39. Формулаларды эквивалентті түрлендіру дегеніміз не?
40. $(P \to Q) \wedge (Q \to P) \equiv P \leftrightarrow Q$ эквиваленттігін дәлелдеңіз.

41. $P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$ эквиваленттігін дәлелдеңіз.
42. Формуланың тавтология, қайшылық немесе орындалуы мүмін екенін қалай анықтауға болады?
43. $\neg(P \wedge \neg Q) \vee P$ формуласын жеңілдетіңіз.
44. $(\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ формуласын жеңілдетіңіз.
45. $(P \wedge Q) \rightarrow R$ формуласын терістеу арқылы басқа түрге келтіріңіз.
46. Формуланы жеңілдетуде қолданылатын негізгі қадамдарды тізіп беріңіз.



47. Формуланы эквивалентті түрлендірудің практикалық маңызы қандай?
48. $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$ формуласы үшін ақиқаттық кесте құрыңыз.
49. $(P \vee Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ формуласын жеңілдетіңіз.
50. Берілген формуланың тавтология екенін ақиқаттық кесте арқылы қалай тексеруге болады?

51. Пікірлерді формальды тілге аударуды мысалмен түсіндіріңіз.
52. Пікірлер логикасы қандай салаларда қолданылады?
53. Компьютерлік ғылымда пікірлер логикасы қалай қолданылады? (мысалы, логикалық схемалар, шарттар)
54. Математикада пікірлер логикасының рөлі қандай? (теоремаларды дәлелдеу, анықтамалар)
55. Күнделікті өмірде пікірлер логикасы қалай пайдаланылады? (шешім қабылдау, дәлелдеу)
56. Пікірлер логикасының философиядағы маңызы қандай?
57. Пікірлер логикасының негізгі элементтерін тізіп беріңіз.
58. Пікірлер логикасының математикалық логикадағы орны қандай?
59. Пікірлер логикасының даму тарихынан қысқаша мәлімет беріңіз.
60. Пікірлер логикасын оқытудың практикалық маңызы қандай?



ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

1. Дискреттік математика және математикалық логика негіздері : оқулық / Ф.Р. Гусманова, Қ.С. Дальбекова, С.Б. Беркімбаева. - Алматы : ЭСПИ, 2023. - 363, [1] б. ISBN 978-601-330- 339-0 LIBRARY.ENU
2. Байжуманов А.А. Дискреттік математика және математикалық логика : оқулық / А.А. Байжуманов, О.М. Ибрагимов. - Алматы : TechSmith, 2023. - 342, [1] б. : сур., кесте. - Библиогр.: б. 340. - ISBN 978- 601-342-643-3
3. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика. Теория и практикум: Учебник для вузов Издательство "Лань", 2025
4. Гашков С.Б. Дискретная математика : учебник для вузов / С. Б. Гашков. — 3- е изд., испр. и доп. — Санкт Петербург : Лань, 2025. — 520 с. — ISBN 978-5-507- 49866-6. — Текст : электронный // Лань : электроннобиблиотечная система.
5. Тишин В.В. Дискретная математика в примерах и задачах. — СПб.: БХВ Петербург, 2008. — 352 с.

Назар аударғаныңызға рақмет!

