Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті

Дәрістік сабақ 13

Графтардың берілу түрлері

ДӘРІСТІК САБАҚ ЖОСПАРЫ:

1. Кіріспе
2. Графтардың берілу түрлері

1. Кіріспе

Графтарды зерттеуде олардың метрикалық сипаттамалары мен берілу түрлері маңызды рөл атқарады.

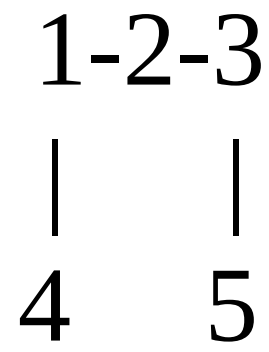
Бұл сипаттамалар графтарды талдауға, салыстыруға және практикалық есептерді шешуге мүмкіндік береді.

2. Графтардың берілу түрлері

1. Көршілестік тізімі

Анықтама: Әр төбеге оның көршілес төбелерінің тізімін жазу.

Мысал 12:



графы берілген. Графтың көршілестік тізімін құрыңыз.

Шешімі:

Көршілестік тізімі:

1: {2,4}
2: {1,3}
3: {2,5}
4: {1}
5: {3}

Талдау:

- Әр төбеге оған қосылған төбелердің тізімі берілген.
- Бұл әдіс ірікетелі графтар үшін тиімді, бірақ екі төбенің байланысын тексеру үшін барлық көршілерді қарау керек.

Артықшылықтары:

- Ірікетелі графтар үшін тиімді;
- Көршілерге тез қол жеткізу.

Кемшіліктері:

- Екі төбенің байланысын тексеру баяу.

2. Ірікетелі граф (Weighted Graph)

Ірікетелі граф - бұл әрбір қырға белгілі бір сандық мән (салмақ, баға, қашықтық) берілген граф.

Ол нақты өмірдегі көптеген жүйелерді модельдеуге мүмкіндік беретін қуатты құрал.

Оның негізгі ерекшелігі - әр байланыстың сандық сипаттамаға ие болуында.

Математикалық түрде:

$G=(V,E,w)$

мұндағы:

V - төбелер жиыны

E - қырлар жиыны

w: $E \rightarrow R$ - салмақтар функциясы

Негізгі түсініктер:

- *Салмақ* - қырлардың сандық сипаттамасы
- *Ең қысқа жол* - салмақтар қосындысы минималды болатын жол
- *Минималды ағаш* - барлық төбелерді минималды құнымен байланыстыратын ағаш

Негізгі сипаттамалары

Салмақтардың мағынасы:

Қашықтық (км, метр)

Уақыт (минут, сағат)

Баға (теңге, доллар)

Өткізгіштік (пропускная способность)

Ықтималдық

Мысал 13: Жол желісі:

Қалалар: Астана, Алматы, Шымкент

Қашықтықтар:

-Астана-Алматы: 1200 км

- Алматы-Шымкент: 700 км

- Астана-Шымкент: 1500 км

Граф түрінде:



Графтық модель:

Астана —1200— Алматы —700— Шымкент

_____/

1500

Талдау:

- Бұл мысалда граф бағытсыз және ірікетелі.
- Қашықтықтар графтың салмақтары ретінде берілген.

Мысал 14: Компьютер желісі:

Компьютерлер: A, B, C, D

Байланыс жылдамдығы:

-A-B: 100 Мбит/с

-B-C: 50 Мбит/с

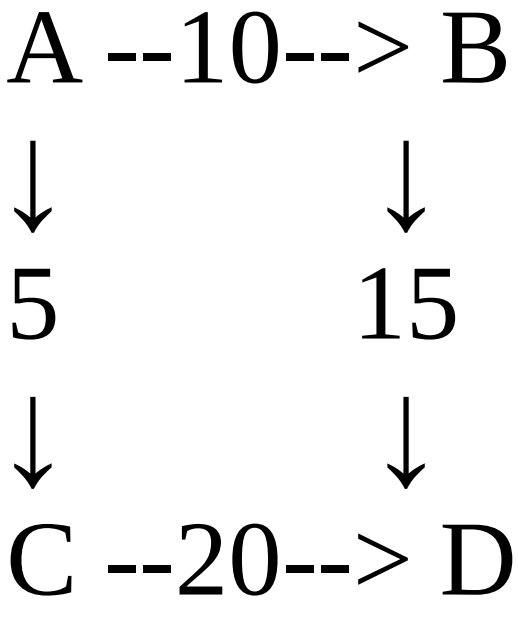
-C-D: 100 Мбит/с

-A-D: 200 Мбит/с

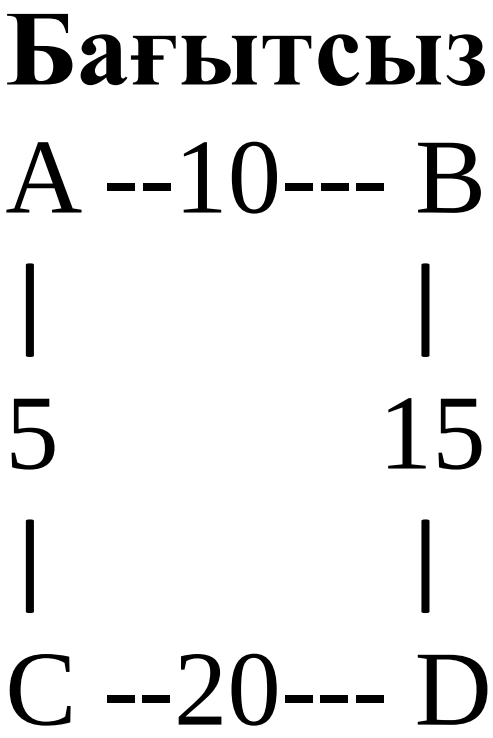
Ірікетелі граф түрлері

Мысал 15:

Бағытты ірікетелі граф:



Бағытсыз ірікетелі граф:



Матрицалық өрнектеулер

Ірікетелі көршілес матрицасы:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 5 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 15 \\ 5 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 15 & 20 & 0 \end{bmatrix}$$

Ірікетелі инциденттік матрица:

Қырлар: e_1=(A,B,10), e_2=(A,C,5), e_3=(B,D,15), e_4=(C,D,20)

$$B = \begin{bmatrix} 10 & 5 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 15 & 20 \end{bmatrix}$$

Ірікетелі графтың қасиеттері

Метрикалық сипаттамалар:

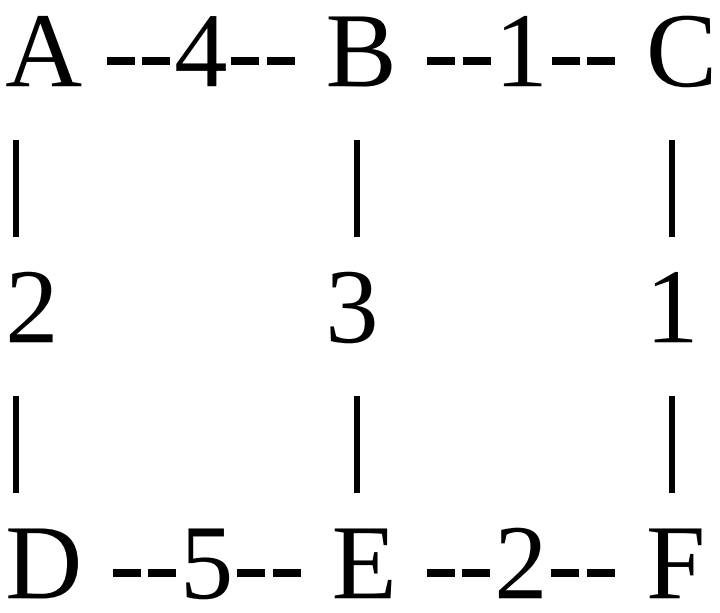
Қашықтық: қырлар салмақтарының қосындысы

Диаметр: ең үлкен қысқа жол ұзындығы

Радиус: минималды максималды қашықтық

Мысал 16:

Граф:



A-дан F -қа дейінгі қысқа жол:

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F = 4 + 1 + 1 = 6$

Талдау:

Dijkstra алгоритмі арқылы ең қысқа жолды табуға болады.

Басқа жолдар:

$A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F = 2 + 5 + 2 = 9$

$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow F = 4 + 3 + 2 = 9$

Ең қысқа жол: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F = 6$

Дейкстра алгоритмі графиктегі кез келген екі төбенің арасындағы ең қысқа жолды табуға мүмкіндік береді.

Оның ең аз таралатын ағаштан айырмашылығы, екі төбенің арасындағы ең қысқа қашықтық графиктегі барлық төбелерді қамтымауы мүмкін.

Практикалық қолданылуы

1. Навигация жүйелері:

- GPS навигаторлар
- Жол желілерінде ең қысқа маршрут

2. Компьютер желілері:

- Деректердің ең тиімді тасымалдану жолы
- Трафикті оңтайландыру

3. Логистика:

- Жүк тасымалдау маршруттары
- Қорларды басқару

4. Экономика:

- Инвестициялық жобаларды бағалау
- Қаржылық ағындарды талдау

Арнайы жағдайлар

1. Теріс салмақтар:

Кейбір есептерде салмақтар теріс болуы мүмкін (мысалы, кіріс-шығыс талдауында).

2. Нөлдік салмақтар:

Егер байланыс бар, бірақ оның "құны" жоқ болса.

3. Көршілес матрицасы

Анықтама: $n \times n$ өлшемді матрица, онда:

$$A = [a_{ij}] = \begin{cases} 1, \text{ егер } (i, j) \in E \\ 0, \text{ егер } (i, j) \notin E \end{cases}$$

Мысал 17: K_3 толық графының төбелері 1,2,3 болса, көршілес матрицасы:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Есептеу мысалы:

A^2 матрицасының элементтері 2 ұзындықтағы жолдар санын көрсетеді:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Математикалық қасиеті:

A^k матрицасының элементтері k ұзындықтағы жолдар санын көрсетеді.

4. Инциденттік матрица (Incidence Matrix)

Анықтама. Инциденттік матрица - бұл графтың төбелері мен қырлары арасындағы байланысты көрсететін матрица.

Математикалық түрде:

$$B=[b_{ij}]_{n\times m}$$

мұндағы:

- n - төбелер саны
- m - қырлар саны
- b_{ij} - i-ші төбе мен j-ші қыр арасындағы байланыс

Бағытсыз граф үшін инциденттік матрица

Бағытсыз граф үшін инциденттік матрица - бұл $n \times m$ өлшемді матрица (n - төбелер саны, m - жиектер саны), онда әрбір элемент:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{егер } v_i \text{ төбесі } e_j \text{ қырына инцидентті} \\ 0, & \text{әйтпесе} \end{cases}$$

Матрицаны құру алгоритмі:

Төбелерді реттеу: Төбелерді белгілі бір ретпен нөмірлеу (1, 2, 3, ..., n)

Қырларды реттеу: Қырларды белгілі бір ретпен нөмірлеу (e_1, e_2, …, e_n)

Элементтерді орнату:

Егер $e_j=(v_p, v_q)$ болса:

- $b_{pj}=1$
- $b_{qj}=1$
- Басқа барлық элементтер нөлге тең

Ерекшеліктер:

- Әр **бағанда** дәл екі 1 болады
- Әр **жолдағы** 1-лер саны сол төбенің дәрежесіне тең
- Барлық жолдардың қосындысы төбелердің дәрежелерін береді

Мысал 18:

Қарапайым бағытсыз граф:

- Төбелер: 1, 2, 3
- Қырлар:

  e_1: 1 - 2

  e_2: 2 - 3

  e_3: 3 - 1

Инциденттік матрицасын құрыңыз.

Инциденттік матрицасын құру:

Төбе/Қыр	**e_1**	**e_2**	**e_3**
1	1	0	1
2	1	1	0
3	0	1	1

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Мысал 19:

Толық граф K_4:

- Төбелер: 1, 2, 3, 4
- Барлық мүмкін қырлар бар
- Қырлар:

  e_1: 1-2, e_2: 1-3, e_3: 1-4

  e_4: 2-3, e_5: 2-4, e_6: 3-4

Инциденттік матрицасын құрыңыз.

Инциденттік матрицасын құру:

Төбе/ Қыр	**e_1**	**e_2**	**e_3**	**e_4**	**e_5**	**e_6**
1	1	1	1	0	0	0
2	1	0	0	1	1	0
3	0	1	0	1	0	1
4	0	0	1	0	1	1

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Мысал 20:

Ағаш:

- Төбелер: 1, 2, 3, 4
- Барлық мүмкін қырлар бар
- Қырлар:

  e_1: 1-2, e_2: 1-3, e_3: 3-4

Инциденттік матрицасын құрыңыз.

Инциденттік матрицасын құру:

Төбе/ Қыр	**e_1**	**e_2**	**e_3**
1	1	1	0
2	1	0	0
3	0	1	1
4	0	0	1

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Мысал 21:

Граф

- төбелері: 1, 2, 3, 4
- қырлары: $e_1=(1,2)$, $e_2=(2,3)$, $e_3=(3,4)$, $e_4=(4,1)$.

Инциденттік матрицасы:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Түсіндіру:

1-ші баған (e_1): 1 және 2 төбелерінде 1 бар

2-ші баған (e_2): 2 және 3 төбелерінде 1 бар

3-ші баған (e_3): 3 және 4 төбелерінде 1 бар

4-ші баған (e_4): 4 және 1 төбелерінде 1 бар

Математикалық қасиеттері:

Әр бағанның қосындысы: $\sum_{i=1}^{n} b_{ij} = 2$ (әр жиек 2 төбені байланыстырады)

Әр жолдың қосындысы: $\sum_{i=1}^{n} b_{ij} = \deg(v_i)$.

Ранг: $\mathrm{rank}(B)=n-c$, мұндағы c - байланыстылық компоненттерінің саны.

Қолсалу леммасы: $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} b_{ij} = 2m$.

Графикалық түсіндіру:

- **Жол:** Әрбір жол белгілі бір төбені сипаттайды
- **Баған:** Әрбір баған белгілі бір жиекті сипаттайды
- **1:** Төбе мен жиек арасында байланыс бар

Ерекше жағдайлар

Ілмектер (loop) болғанда:

Егер $e_j=(v_p,v_p)$ болса (илмек):

Кейбір анықтамалар бойынша: $b_{pj}=2$

Басқа анықтамалар бойынша: $b_{pj}=1$ (бір рет ғана)

Бағытты граф үшін инциденттік матрица

Бағытты граф үшін инциденттік матрица - бұл $n \times m$ өлшемді матрица (n - төбелер саны, m - қырлар саны), онда әрбір элемент:

$$b_{ij} = \begin{cases} -1, & \text{егер } v_i \text{ төбесі } e_j \text{ қырының басы} \\ 1, & \text{егер } v_i \text{ төбесі } e_j \text{ қырының соңы} \\ 0, & \text{әйтпесе} \end{cases}$$

Матрицаны құру алгоритмі:

Төбелерді реттеу: Төбелерді белгілі бір ретпен нөмірлеу (1, 2, 3, ..., n)

Қырларды реттеу: Қырларды белгілі бір ретпен нөмірлеу (e_1, e_2, …, e_n)

Элементтерді орнату:

Егер $e_j=(v_p \rightarrow v_q)$ болса:

- $b_{pj}=-1$ (бастапқы төбе)
- $b_{qj}=1$ (соңғы төбе)
- Басқа барлық элементтер нөлге тең

Ерекшеліктер:

- Әр **бағанда** дәл бір −1−1 және бір 11 болады
- Әр **жолдағы** −1−1 саны - сол төбеден шығатын қырлар саны
- Әр **жолдағы** 11 саны - сол төбеге кіретін қырлар саны

Мысал 22:

Қарапайым бағытты граф:

- Төбелер: 1, 2, 3
- Қырлар:

  e_1: $1 \rightarrow 2$

  e_2: $2 \rightarrow 3$

  e_3: $3 \rightarrow 1$

Инциденттік матрицасын құрыңыз.

Инциденттік матрицасын құру:

Төбе/Қыр	**e_1**	**e_2**	**e_3**
1	-1	0	1
2	1	-1	0
3	0	1	-1

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Мысал 23:

Күрделірек бағытты граф

- Төбелер: A, B, C, D
- Қырлар:

  e_1: A → B

  e_2: B → C

  e_3: C → D

  e_4: D → A

  e_5: A → C

Инциденттік матрицасын құрыңыз.

Инциденттік матрицасын құру:

Төбелерді реттеу: A=1, B=2, C=3, D=4

Қырларды реттеу: e_1, e_2, e_3, e_4, e_5

Төбе/ Қыр	**e_1**	**e_2**	**e_3**	**e_4**	**e_5**
A(1)	-1	0	0	1	-1
B(2)	1	-1	0	0	0
C(3)	0	1	-1	0	1
D(4)	0	0	1	-1	0

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ерекше жағдайлар

1. Ілмектер (loop) болғанда:

Егер $e_j=(v_p \rightarrow v_p)$ болса (илмек):

- $b_{pj}=0$ (әдетте, кейбір анықтамаларда 2 деп алынады)

2. Параллель қырлар болғанда:

Егер $e_j=(v_p \rightarrow v_q)$ және $e_k=(v_p \rightarrow v_q)$ болса:

- Екі қыр да матрицада бөлек баған ретінде көрсетіледі

Математикалық қасиеттері:

Барлық бағандардың қосындысы: $\sum_{i=1}^{n} b_{ij} = 0.$

Ранг: rank(B)=$n-c$, мұндағы c - қатты байланысқан компоненттер саны

Ядро: Матрицаның ядросы циклдар кеңістігін сипаттайды

Графикалық түсіндіру:

Жол: Әрбір жол белгілі бір төбені сипаттайды

Баған: Әрбір баған белгілі бір қырды сипаттайды

-1: Төбеден қыр шығады

1: Төбеге қыр кіреді

Мысал 24:

Бағытты граф:

- Төбелер: 1, 2, 3, 4
- Қырлары: $e_1=(1\to2)$, $e_2=(2\to3)$, $e_3=(3\to4)$, $e_4=(4\to1)$.

Инциденттік матрицасы:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Түсіндіру:

1-ші баған (e_1): 1→2, 1-де -1, 2-де 1

2-ші баған (e_2): 2→3, 2-де -1, 3-де 1

3-ші баған (e_3): 3→4, 3-де -1, 4-де 1

4-ші баған (e_4): 4→1, 4-де -1, 1-де 1

5. Ірікетелі граф үшін инцидентік матрица

1. Бағытсыз ірікетелі граф:

Мысал 25:

Граф:

Төбелер: 1, 2, 3

Қырлар: $e_1=(1,2,5)$, $e_2=(2,3,3)$, $e_3=(1,3,7)$

Инциденттік матрица: $B = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 7 \\ 5 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

2. Бағытты ірікетелі граф:

Мысал 25:

Граф:

Төбелер: 1, 2, 3

Қырлар:

- $e_1=(1\rightarrow 2,5)$,
- $e_2=(2\rightarrow 3,3)$,
- $e_3=(3\rightarrow 1,7)$.

Инциденттік матрица: $B = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 7 \\ 5 & -3 & 0 \\ 0 & 3 & -7 \end{bmatrix}$

Инцидентік матрицаның қасиеттері

Бағытсыз граф үшін:

- Әр бағанда дәл 2 бірлік бар
- Әр жолдағы бірліктер саны төбенің дәрежесіне тең
- Матрицаның рангісі: rank(B)=$n-c$, мұндағы c - компоненттер саны

Бағытты граф үшін:

- Әр бағанда бір -1 және бір 1 бар
- Қатарлардың қосындысы нөлге тең
- Матрицаның рангісі: rank(B)=$n-c$

Инциденттік матрица мен көршілес матрицасының салыстыруы

Сипаттама	Инциденттік матрица	Көршілес матрицасы
Өлшемі	n × m	n × n
Элементтер	-1, 0, 1 (бағытты)	0, 1
Ақпарат	Төбе-қыр байланысы	Төбе-төбе байланысы
Қолданылуы	Желілер талдауы	Жолдарды табу

Практикалық мысалдар

Мысал 26: **Электр тізбегі.**

Тізбек:

Төбелер: A, B, C, D

Кернеу көздері: E_1=(A,B,12V), E_2=(C,D,9V)

Инциденттік матрицасы: $B = \begin{bmatrix} -12 & 0 \\ 12 & 0 \\ 0 & -9 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$

Мысал 27: **Көлік желісі.**

Қалалар: Астана, Алматы, Шымкент

Жолдар:

- Астана→Алматы (1200 км)
- Алматы→Шымкент (700 км)
- Шымкент→Астана (1500 км)

Инциденттік матрицасы: $B = \begin{bmatrix} -1200 & 0 & 1500 \\ 1200 & -700 & 0 \\ 0 & 700 & -1500 \end{bmatrix}$

Мысал 28:

Граф: 1-2-3

Қырлары: $e_1=(1,2)$, $e_2=(2,3)$.

Инциденттік матрицасы: $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

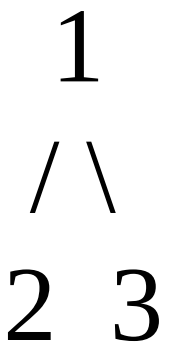
6. Қырлар тізімі

Анықтама: Барлық қырларды жай тізімдеу.

Бағытсыз граф: {(1,2),(2,3),(3,1)}

Бағытты граф: {(1,2),(2,3),(3,1)} - бұл циклды білдіреді

Мысал 29:



графы берілген. Қырларының тізімі: {(1,2), (1,3)}

Артықшылықтары:

- Қарапайым түрде ұсынылады;
- Аз қырлы графтар үшін тиімді.

7. Дәрежелер тізбегі

Анықтама: Төбелердің дәрежелерін кему ретімен жазу.

Дәрежелер тізбегі графты сипаттауда жеткіліксіз, себебі әртүрлі графтар бірдей дәрежелер тізбегіне ие болуы мүмкін.

Мысал 30:

Екі әртүрлі графтың дәрежелер тізбегі бірдей болуы мүмкін.

Мысал 31:

1 (дәреже=2)

/ \

2 3 (дәреже=1)

графы берілген.

Дәрежелер тізбегі: (2,1,1)

Теорема (Қолсалу леммасы):

$$\sum_{i=1}^{n} \deg(v_i) = 2|E|$$

Дәлелдеу: Әр қыры екі төбенің дәрежесіне 1 қосады.

Қолданылуы

Орталықты табу: Радиусқа тең эксцентриситеті бар төбелер графтың орталығын құрайды.

Желілерді жобалау:

- Коммуникациялық желілерде орталық төбелерді орналастыру;
- Ең аз кідіріспен желіні басқару.

Көлік жүйелері:

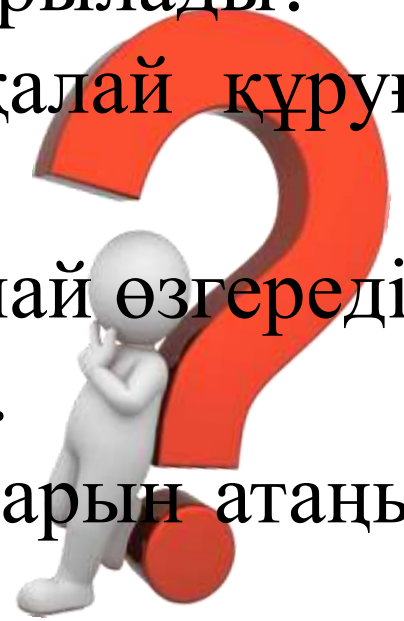
- Автобекеттерді оңтайлы орналастыру;
- Ең аз қашықтықпен барлық нүктелерге жету.

ҚАЙТАЛАУ СҰРАҚТАРЫ

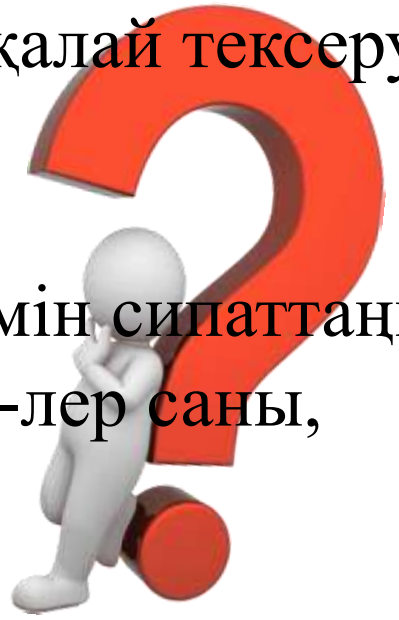
1. Графтардың берілу түрлері не үшін қажет?
2. Графты қандай түрлерде ұсынуға болады? Олардың айырмашылықтарын атаңыз.
3. Көршілестік тізімі дегеніміз не?
4. Көршілестік тізімін құру алгоритмін сипаттаңыз.
5. Көршілестік тізімінің артықшылықтары мен кемшіліктерін атаңыз
6. Мысал арқылы көршілестік тізімін құрыңыз (мысалы: 1-2-3-4-5 графы).
7. Ірікетелі графты анықтаңыз.
8. Ірікетелі графтың математикалық моделін көрсетіңіз.
9. Ірікетелі графтағы салмақтардың мағынасын мысалдармен түсіндіріңіз (қашықтық, уақыт, баға, өткізгіштік).



10. Бағытты және бағытсыз ірікетелі графтарды салыстырыңыз.
11. Ірікетелі граф үшін көршілес матрицасы қалай құрылады?
12. Ірікетелі граф үшін инциденттік матрицаны қалай құруға болады?
13. Ірікетелі графтың метрикалық сипаттамалары қалай өзгереді?
14. Dijkstra алгоритмінің негізгі идеясын түсіндіріңіз.
15. Ірікетелі графтың практикалық қолданылу салаларын атаңыз (навигация, желілер, логистика, экономика).
16. Теріс салмақтар қандай жағдайда пайда болады?
17. Нөлдік салмақтың мағынасы қандай?
18. Көршілес матрицасын анықтаңыз.
19. Қарапайым граф үшін көршілес матрицасының қасиеттерін атаңыз.



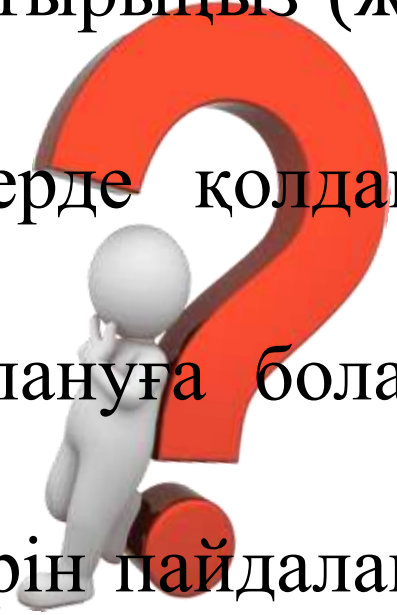
20. K_3 толық графының көршілес матрицасын жазыңыз.
21. Көршілес матрицасының дәрежелерінің (A^2, A^3) мағынасын түсіндіріңіз.
22. Көршілес матрицасы арқылы графтың байланыстылығын қалай тексеруге болады?
23. Инциденттік матрицаны анықтаңыз.
24. Бағытсыз граф үшін инциденттік матрицаны құру алгоритмін сипаттаңыз.
25. Инциденттік матрицаның қасиеттерін атаңыз (бағандағы 1-лер саны, жолдың қосындысы, рангі).
26. Бағытты граф үшін инциденттік матрица қалай құрылады?
27. Бағытты граф үшін инциденттік матрицаның элементтерінің мағынасын түсіндіріңіз (–1 және 1).
28. Ілмектері бар граф үшін инциденттік матрица қалай өзгереді?
29. Инциденттік матрицаның рангісі мен графтың байланыстылық компоненттері саны арасындағы байланысты анықтаңыз.
30. Мысал арқылы инциденттік матрицаны құрыңыз (мысалы: 1-2-3-4 тізбегі).



31. Ірікетелі граф үшін инциденттік матрицаны қалай құруға болады?
32. Ірікетелі граф үшін инциденттік матрицаның элементтері қандай мәндерді қабылдай алады?
33. Бағытты ірікетелі граф үшін инциденттік матрицаны құруды мысалмен түсіндіріңіз.
34. Қырлар тізімі дегеніміз не?
35. Қырлар тізімін пайдаланудың артықшылықтары мен кемшіліктерін атаңыз.
36. Бағытты және бағытсыз графтар үшін қырлар тізімін салыстырыңыз.
37. Мысал арқылы қырлар тізімін жазыңыз (мысалы: үшбұрышты граф).
38. Дәрежелер тізбегін анықтаңыз.
39. Дәрежелер тізбегі графты бірегей сипаттай ала ма? Неліктен?
40. Қолсалу леммасын тұжырымдап, оны дәлелдеңіз.



41. Дәрежелер тізбегінің практикалық маңызы қандай?
42. Графтардың берілу түрлерін қандай жағдайларда қолдану тиімді?
43. Көршілестік тізімі мен көршілес матрицасын салыстырыңыз (жады тиімділігі, операциялардың жылдамдығы).
44. Ірікетелі графтарды қандай практикалық есептерде қолдануға болады?
45. Инциденттік матрицаны қандай салаларда пайдалануға болады? (мысалы, электр тізбегі, көлік желісі).
46. Графтың орталығын табу үшін қандай берілу түрлерін пайдалануға болады?
47. Графтардың әртүрлі берілу түрлерінің маңыздылығы неде?
48. Қандай жағдайда қай берілу түрін таңдау қажет?
49. Графтың берілу түрлері мен оның метрикалық сипаттамалары арасындағы байланысты түсіндіріңіз.
50. Графтарды ұсыну тәсілдерінің даму бағыттары қандай?



ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

1. Дискреттік математика және математикалық логика негіздері : оқулық / Ф.Р. Гусманова, Қ.С. Дальбекова, С.Б. Беркімбаева. - Алматы : ЭСПИ, 2023. - 363, [1] б. ISBN 978-601-330- 339-0 LIBRARY.ENU
2. Байжуманов А.А. Дискреттік математика және математикалық логика : оқулық / А.А. Байжуманов, О.М. Ибрагимов. - Алматы : TechSmith, 2023. - 342, [1] б. : сур., кесте. - Библиогр.: б. 340. - ISBN 978- 601-342-643-3
3. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика. Теория и практикум: Учебник для вузов Издательство "Лань", 2025
4. Гашков С.Б. Дискретная математика : учебник для вузов / С. Б. Гашков. — 3- е изд., испр. и доп. — Санкт Петербург : Лань, 2025. — 520 с. — ISBN 978-5-507- 49866-6. — Текст : электронный // Лань : электроннобиблиотечная система.
5. Тишин В.В. Дискретная математика в примерах и задачах. — СПб.: БХВ Петербург, 2008. — 352 с.

Назар аударғаныңызға рақмет!

