Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті

Дәрістік сабақ 10

Графтар теориясының негізгі ұғымдары. Графтар түрлері. Графтарға қолданылатын амалдар

ДӘРІСТІК САБАҚ ЖОСПАРЫ:

1. Кіріспе.
2. Негізгі ұғымдар.
3. Графтар түрлері.
4. Графтарға қолданылатын амалдар.
5. Мысалдар.

1. Кіріспе

Графтар теориясы - бұл объектілер арасындағы қатынастарды зерттейтін математиканың бір саласы. Графтар теориясы компьютерлік ғылым, желілер теориясы, логистика және әлеуметтік зерттеулер сияқты көптеген салаларда қолданылады.

2. Негізгі ұғымдар

1. Граф анықтамасы

Граф - бұл екі жиыннан тұратын математикалық объект:

- Төбелер (төбелер) жиыны - V (vertices)
- Қырлар жиыны - E (edges)

Белгіленуі: G = (V, E)

Мысал 1: Графта төбе мен қырын көрсету.

V = {A, B, C, D} (Төбелер)

E = {(A,B), (A,C), (B,C), (C,D)} (қырлар)

Граф:



A, B, C, D - Төбелер (нүктелер);

Сызықтар - қырлар (байланыстар), әрбір қыры екі төбені байланыстырады.

2. Негізгі элементтері

Шың (төбе) - графтың негізгі элементі;

Қыры - екі төбені байланыстыратын сызық;

Иық - бұл бағытталған графтағы бағытталған қыры. Ол екі төбені бағытты түрде байланыстырады.

Белгіленуі: (u, v) - u төбеден v төбесіна бағытталған иық.

Иықтың қасиеттері

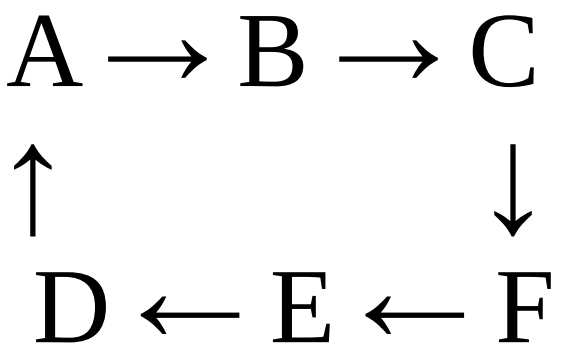
Бағыттылығы бар - бастапқы және соңғы нүктелері бар;

Асимметриялық - $(u,v) \neq (v,u)$;

Көрсеткішмен белгіленеді - бағытты көрсету үшін.

Мысал 2: Графта иықты көрсету.

1. Қарапайым бағытталған граф



Иықтар тізімі:

(A, B) - A-дан B-ға

(B, C) - B-дан C-ға

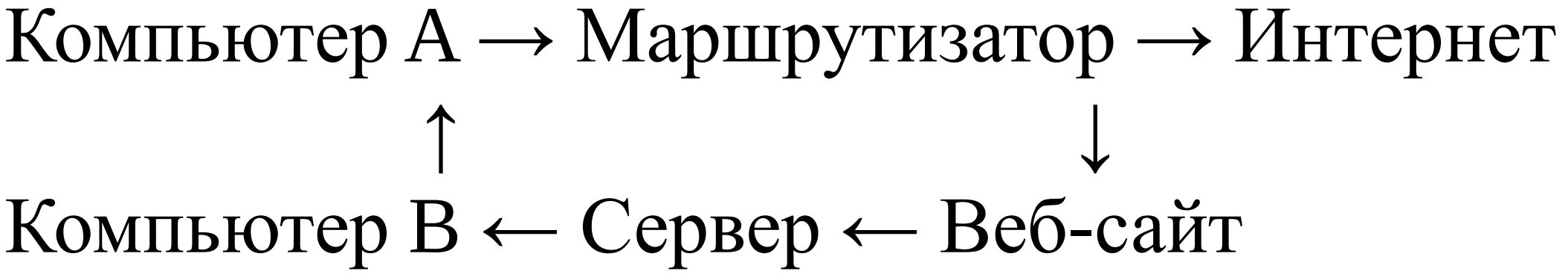
(C, F) - C-дан F-ға

(F, E) - F-дан E-ге

(E, D) - E-ден D-ге

(D, A) - D-ден A-ға

2. Бір бағытты желі мысалы



Иықтар тізімі:

- (Компьютер А, Маршрутизатор)
- (Маршрутизатор, Интернет)
- (Веб-сайт, Сервер)
- (Сервер, Компьютер В)

3. Тапсырмалар ағыны мысалы

Тапсырмалар кезегі:

Тапсырма 1 → Өңдеу → Тексеру → Дайын

↑ ↓

Тапсырма 2 ← Қайта іздеу ← Қате

Иық пен қырының айырмашылығы:

1) Бағытталмаған қыры (Қыры):

A — B

Сипаттама: Екі бағытта да жүруге болады.

2) Бағытталған қыры (Иық)

A → B

Сипаттама: Тек А-дан В-ға бағытта жүруге болады.

Иықтың практикалық қолданылу мысалдары

1. Жолдар желісі

Астана → Караганды

↑ ↓

Кокшетау ← Павлодар

Түсіндірме:

- Астанадан Карагандыға бара аласыз
- Карагандыдан Павлодарға бара аласыз
- Павлодардан Кокшетауға бара аласыз
- Кокшетаудан Астанаға бара аласыз

2. Өндіріс процесі

Шикізат → Өңдеу → Жиналғы → Сапа → Дайын өнім

↑ ↓

Қайта өңдеу ← Ақаулы ← Тест

2. Қаржы ағыны

Клиент → Төлем → Банк → Есеп → Компания

↑ ↓

Растау ← Чек ← Транзакция ← Есептеу

Иықтардың түрлері

1. Қарапайым иық

$A \rightarrow B$.

Бір бағыттағы қарапайым байланыс.

2. Екі бағытты иықтар

A → B

A ← B

Екі бағыттағы байланыс (екі бөлек иық ретінде).

3. Илмек (Loop)

$A \rightarrow A$

Бір төбеден өзіне бағытталған иық.

3. Граф параметрлері:

- дәреже;
- тәртіп;
- өлшем.

Дәреже (Degree) - төбеге тікелей байланысқан (іргелес) Төбелер саны.

Мысал 3:

Граф:



Дәрежелерді есептеу:

- deg(A) = 2 (B және C)
- deg(B) = 3 (A, C, D)
- deg(C) = 3 (A, B, E)
- deg(D) = 1 (B)
- deg(E) = 1 (C)

Тәрmin (Order) **-** графтағы Төбелер саны (|V|)

Мысал 4:

Граф:

1---2

| |

4---3

Order (G)=4 (4 төбе бар)

***Өлшем* (Size)** - графтағы қырлар саны (|E|)

Мысал 5:

Граф:

A---B

| \ |

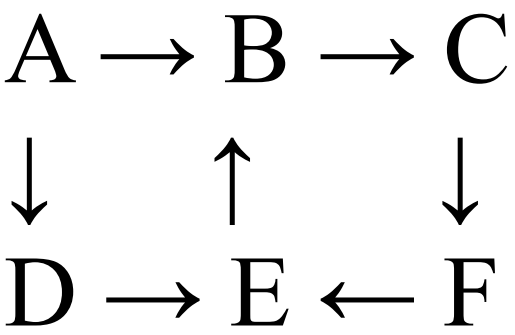
D---C

Size (G) = 5 (AB, AC, AD, BC, CD қырлар)

Иықтармен жұмыс мысалдары

1. Дәреже есептеу

Граф:



Шығу дәрежесі (out-degree):

out(A) = 2 (B, D)

out(B) = 1 (C)

out(C) = 1 (F)

out(D) = 1 (E)

out(E) = 1 (B)

out(F) = 1 (E)

Кіру дәрежесі (in-degree):

in(A) = 0

in(B) = 1 (A)

in(C) = 1 (B)

in(D) = 1 (A)

in(E) = 2 (D, F)

in(F) = 1 (C)

2. Жол табу

Граф:

Үй → Дүкен → Мектеп

↓ ↓

Парк ← Кино

А-дан В-ға жолдар:

Үй → Дүкен → Мектеп

Үй → Парк ← Кино (жол жоқ)

Үй → Дүкен → Кино → Парк

Иықтарды қолданатын алгоритмдер

1. Ең қысқа жол табу

Бастапқы нүкте → ... → Мақсатты нүкте

2. Топологиялық сұрыптау

Курс 1 → Курс 2 → Курс 3

3. Ағындар талдауы

Көз → Тарту → Өңдеу → Шығару

Иық - бұл бағытталған графтардың негізгі құрылымдық элементі.

Ол:

- *бағыттылықты* білдіреді;
- *асимметриялық* қатынастарды сипаттайды;
- *ағындарды* модельдейді;
- *тізбектілікті* көрсетеді.

Графтар теориясының негізгі элементтері мен параметрлерін түсіну үшін:

- *Төбелер* - нүктелер ретінде елестету
- *Қырлар* - байланыстар ретінде елестету
- *Дәреже* - әр нүктеге қанша байланыс бар
- *Тәртіп* - барлық нүктелер саны
- *Өлшем* - барлық байланыстар саны

3. Графтар түрлері

3.1. Қарапайым граф

- *Илектері жоқ* (төбе өзімен байланыспайды)
- *Параллель қырлар жоқ* (екі төбе арасында ең көбі бір қыры)
- *Қарапайым құрылымды* - ешбір арнайы қасиеттері жоқ

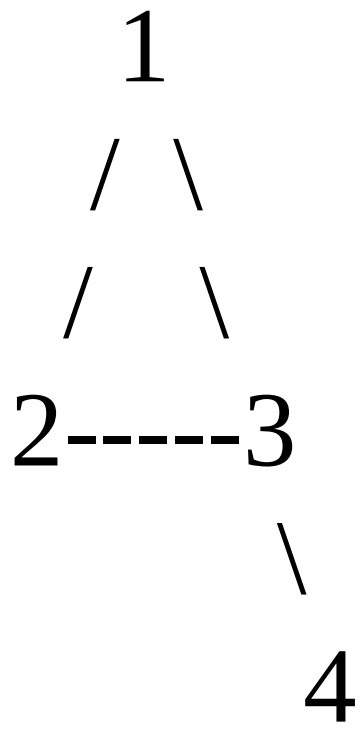
Мысал 6.

Берілген деректер:

Төбелер: {1, 2, 3, 4}

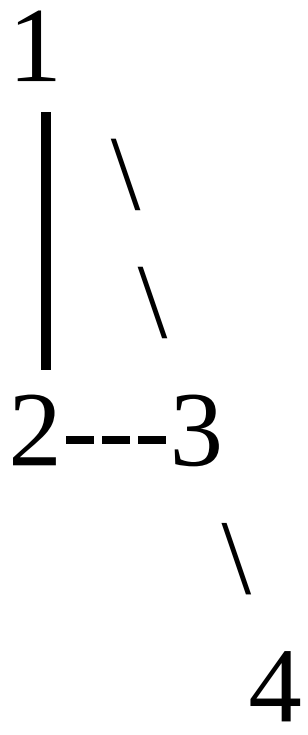
Қырлар: {(1,2), (1,3), (2,3), (3,4)}

Граф сызбасы:

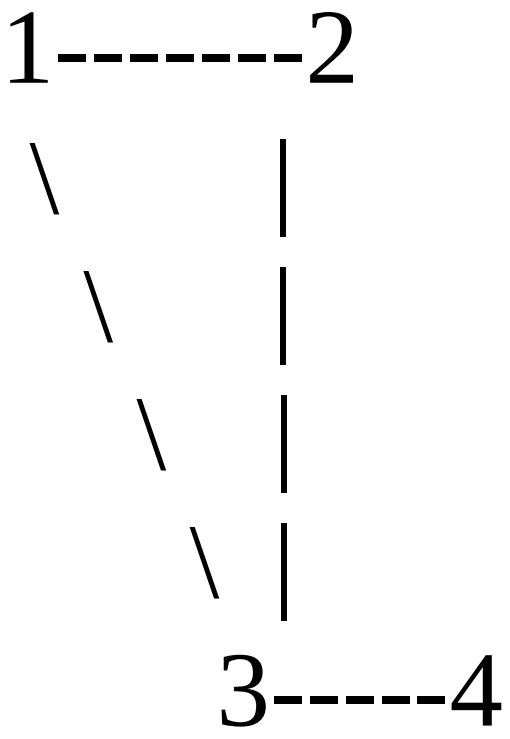


Графтың баламалы сызбалары.

Нұсқа 1:



Нұсқа 2:



Талдау

1. Қарапайым граф екендігін тексеру:

Илмектер жоқ:

1-1, 2-2, 3-3, 4-4 жоқ

Ешбір төбе өзімен байланыспайды

Параллель қырлар жоқ:

1-2: тек бір қыры

1-3: тек бір қыры

2-3: тек бір қыры

3-4: тек бір қыры

Ешбір төбе жұбы арасында екі қыры жоқ

2. Граф параметрлері:

Тәртіп (төбелер саны):

|V| = 4 (1, 2, 3, 4)

Өлшем (қырлар саны):

|E| = 4

Дәрежелер (әр төбенің іргелес төбелер саны):

deg(1) = 2 (2 және 3)

deg(2) = 2 (1 және 3)

deg(3) = 3 (1, 2 және 4)

deg(4) = 1 (3)

3. Графтың құрылымы:

Байланысқандық:

- Граф байланысқан (барлық төбелерден бір-біріне жетуге болады)
- Жолдар:
  - $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$
  - $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$
  - $2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$

Циклдар:

- 1-2-3-1 циклы бар
- Басқа циклдар жоқ

4. Графтың ішкі бөліктері:

Іргелестік:

1-нің көршілері: {2, 3}

2-нің көршілері: {1, 3}

3-тің көршілері: {1, 2, 4}

4-тің көршілері: {3}

Ішкі графтар:

{1,2,3} - үшбұрыш (толық граф K_3)

{3,4} - жол графы P_2

Қарапайым граф емес мысалдар (салыстыру үшін)

Мысал 7: Илмегі бар граф

Төбелер: {A, B}

Қырлар: {(A,B), (A,A)}, мұндағы A-A - илмек

Мысал 8: Параллель қыры бар граф

Төбелер: {X, Y}

Қырлар: {(X,Y), (X,Y)}, мұндағы екі қыры бірдей

Қарапайым графтың практикалық мысалдары

1. Әлеуметтік желі:

Адамдар: {Айгүл, Бауыржан, Қанат, Дина}

Достық байланыстары:

- Айгүл-Бауыржан
- Айгүл-Қанат
- Бауыржан-Қанат
- Қанат-Дина

2. Компьютерлік желі:

Компьютерлер: {Сервер, Ноутбук, Принтер, Телефон}

Байланыстар:

-Сервер-Ноутбук

-Сервер-Принтер

- Ноутбук-Принтер

- Принтер-Телефон

3. Көшелер желісі:

Қиылысар: {A, B, C, D}

Көшелер:

-A-B көшесі

- A-C көшесі

- B-C көшесі

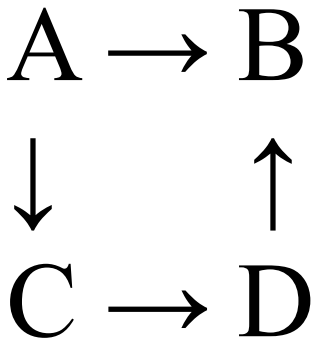
- C-Д көшесі

3.2. Бағытталған граф (Диграф)

- Қырлардың бағыты бар
- (u,v) және (v,u) әртүрлі қырлар

Мысал 9: Бір жаққа қарай жолдар желісі

Мысал 10:



Түсіндірме:

A → B: A-дан B-ға бағыт

A → C: A-дан C-ға бағыт

C → D: C-дан D-ға бағыт

D → B: D-дан B-ға бағыт

Мысал 11:

Төбелер: {1, 2, 3, 4}

Иықтар: {(1,2), (2,3), (3,4), (4,1), (2,4)}

3.3 Бағытталмаған граф

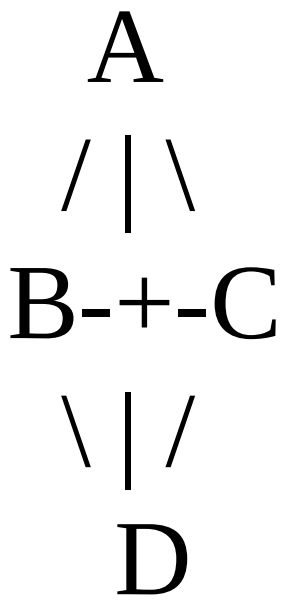
- Қырлардың бағыты жоқ
- (u,v) және (v,u) бірдей қыры

Мысал 12: Екі жаққа қарай жолдар желісі

3.4. Толық граф

- Әрбір төбе барлық басқа төбелермен байланысқан
- n төбесі бар толық графта n(n-1)/2 қыры бар

Мысал 13: 4 төбесі бар толық граф K_4



Қырлар саны: 4×(4-1)/2 = 6.

3.5. Жинақы граф

Жинақы граф - графтың кез келген екі төбесі арасында жол бар болса, яғни барлық төбелер бір-біріне жол арқылы жетуге болатын граф.

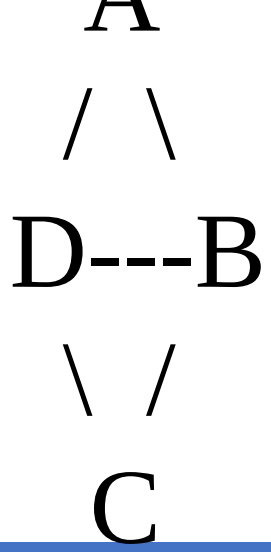
Мысал 14: Қарапайым жинақы графты көрсету.

Берілген деректер:

төбелер: {A, B, C, D}

Қырлар: {(A,B), (B,C), (C,D), (D,A)}

Граф сызбасы:



Жолдарды тексеру:

Шың жұбы	Жол	Сипаттама
A → B	A-B	Тікелей жол
A → C	A-B-C	2 қыры арқылы
A → D	A-D	Тікелей жол
B → C	B-C	Тікелей жол
B → D	B-C-D	2 қыры арқылы
C → D	C-D	Тікелей жол

Барлық төбе жұптары арасында жол бар → **ЖИНАҚЫ ГРАФ**

Мысал 15: Жинақы графтың ерекше түрі -толық граф.

Берілген деректер:

төбелер: {X, Y, Z}

Қырлар: {(X,Y), (X,Z), (Y,Z)}

Граф сызбасы:



Әрбір төбе жұбы арасында тікелей жол бар → **ЖИНАҚЫ ГРАФ**

Мысал 16: Жинақы ЕМЕС граф (салыстыру үшін)

Берілген деректер:

Төбелер: {A, B, C, D, E}

Қырлар: {(A,B), (B,C), (D,E)}

Граф сызбасы: A---B---C D---E

Жолдарды тексеру:

A, B, C бір-біріне жетуге болады

D, E бір-біріне жетуге болады

Бірақ A/B/C топтағы төбелерден D/E топтағы төбелерге жол ЖОҚ

Барлық Төбелер бір-біріне жетуге болмайды → **ЖИНАҚЫ ЕМЕС**

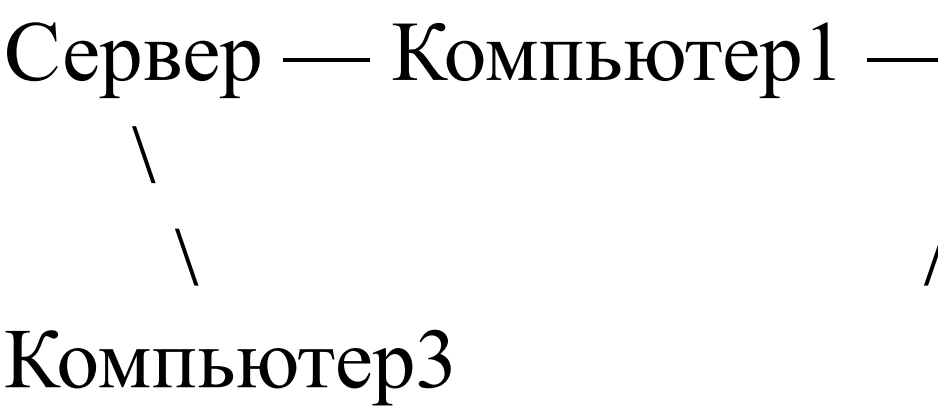
Мысал 17: Практикалық мысалдар

1. Қалалар желісі (жинақы):



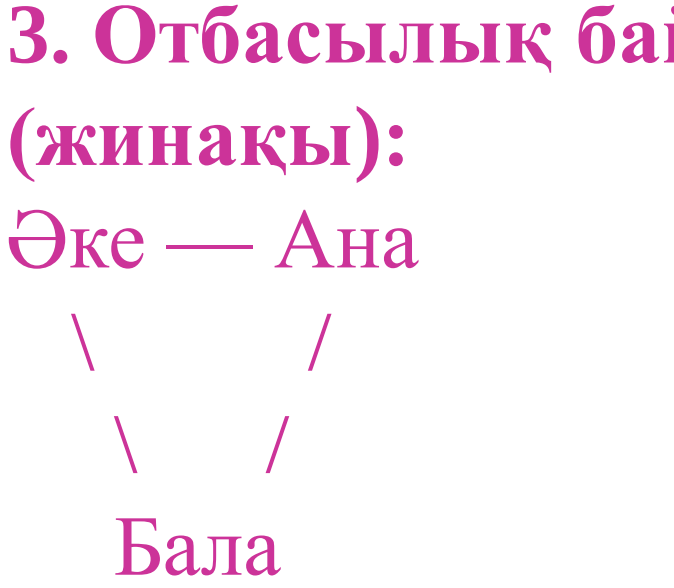
Барлық қалалар арасында жол бар

2. Компьютерлік желі (жинақы):



Барлық компьютерлер бір-бірімен байланыса алады

3. Отбасылық байланыс (жинақы):



Барлық отбасы мүшелері бір-бірімен байланыста

Жинақы графтың қасиеттері

Артықшылықтары:

- Барлық нүктелерге жетуге болады
- Ақпараттың толық таралуы
- Тиімді байланыс желісі

Кемшіліктері:

- Қырлар көп болуы мүмкін
- Құрылымы күрделі болуы мүмкін

Тексеру алгоритмі

Графтың жинақы екенін тексеру үшін:

- Кез келген бір төбені таңдау
- Осы төбеден барлық басқа төбелерге жол бар екенін тексеру
- Егер барлық төбелерге жол бар болса → жинақы граф

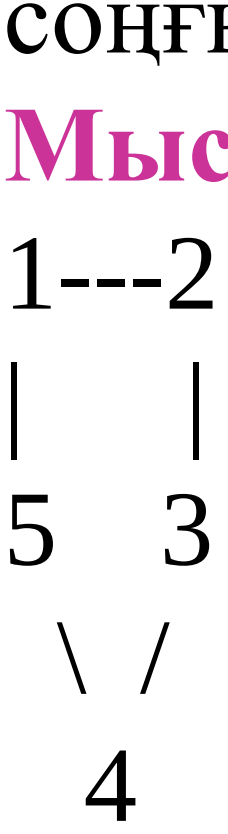
Қорытынды

Жинақы граф - бұл коммуникация, көлік желілері, компьютерлік желілер сияқты көптеген практикалық жүйелерді модельдеуде маңызды түсінік. Ондағы барлық элементтер бір-бірімен байланыста болады, бұл жүйенің тиімді жұмыс істеуін қамтамасыз етеді.

3.6. Циклдік граф

- Төбелер тізбегі тұйықталған (Төбелер тізбегі, соңғы төбе бірінші төбеге қайта байланысады)

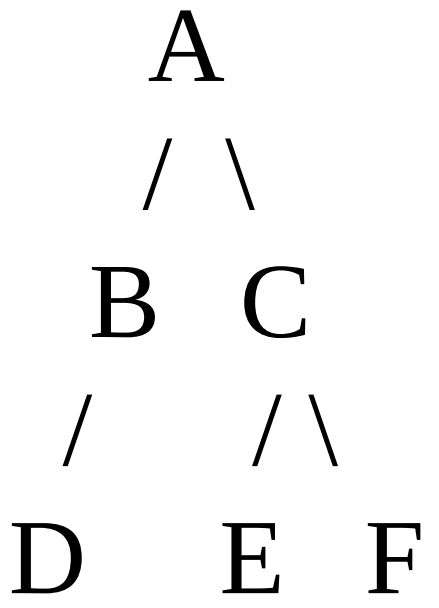
Мысал 18: C_5 (5 төбесі бар цикл)



3.7. Ағаш

- Циклдары жоқ жинақы граф
- Кез келген екі төбе арасында дәл бір жол бар

Мысал 19:



Ерекшеліктері:

- Кез келген екі төбе арасында дәл бір жол бар;
- n төбесі бар ағашта n-1 қыры бар.

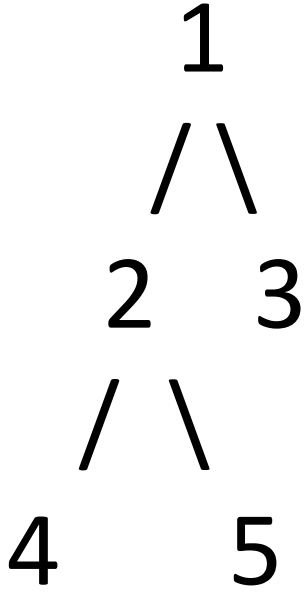
Мысал 20: Ағаш (жинақы графтың ерекше түрі)

Берілген деректер:

Төбелер: {1, 2, 3, 4, 5}

Қырлар: {(1,2), (1,3), (2,4), (2,5)}

Граф сызбасы:



Жолдарды тексеру:

1 → 2: 1-2

1 → 3: 1-3

1 → 4: 1-2-4

1 → 5: 1-2-5

2 → 3: 2-1-3

2 → 4: 2-4

2 → 5: 2-5

3 → 4: 3-1-2-4

3 → 5: 3-1-2-5

4 → 5: 4-2-5

Барлық төбе жұптары арасында жол бар → **ЖИНАҚЫ ГРАФ**

3.8. Екібөлімді граф

Екібөлімді граф - бұл төбелерін екі бөлек жиынға бөлуге болатын граф, соның ішінде:

- Бір жиынның ішіндегі төбелер арасында қырлар жоқ
- Қырлар тек екі түрлі жиынның төбелері арасында ғана болады

Мысал 21: Қарапайым екібөлімді граф

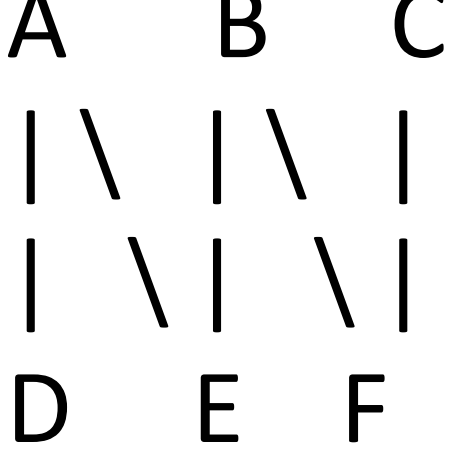
Берілген деректер:

Бірінші жиын: {A, B, C} (ерлер)

Екінші жиын: {D, E, F} (әйелдер)

Қырлар: {(A,D), (A,E), (B,E), (B,F), (C,F)}

Граф сызбасы:



Талдау:

- *Бірінші жиын ішіндегі байланыстар:*
  ЖОҚ (A-B, A-C, B-C жоқ)
- *Екінші жиын ішіндегі байланыстар:*
  ЖОҚ (D-E, D-F, E-F жоқ)
- *Қырлар тек жиындар арасында:*
  A-D, A-E, B-E, B-F, C-F

Мысал 22: Студенттер мен пәндер графы

Берілген деректер:

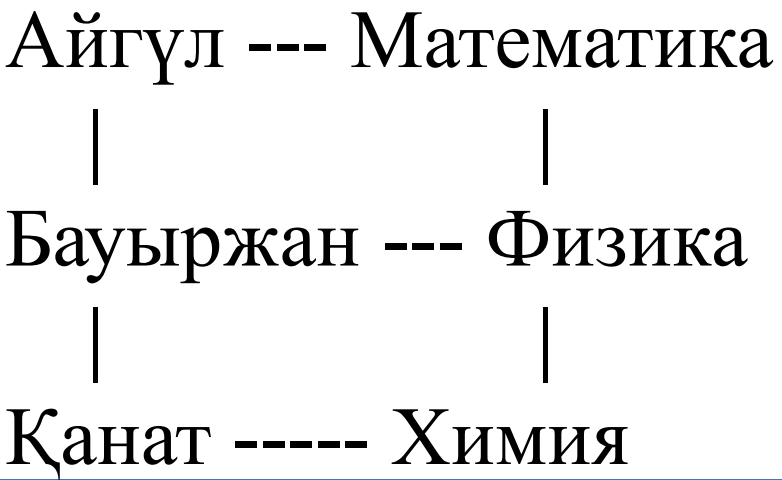
Студенттер: {Айгүл, Бауыржан, Қанат}

Пәндер: {Математика, Физика, Химия}

Қырлар:

- Айгүл: Математика, Физика
- Бауыржан: Физика, Химия
- Қанат: Математика, Химия

Граф сызбасы:



Талдау:

Студенттер арасында байланыс: ЖОҚ

Пәндер арасында байланыс: ЖОҚ

Байланыстар тек студент-пән арасында

Мысал 23: Жұмыс берушілер мен бос орындар

Берілген деректер:

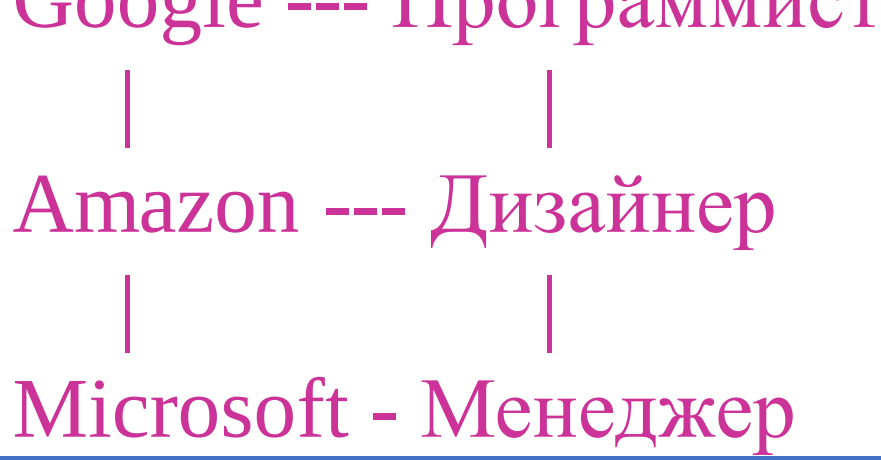
Компаниялар: {Google, Amazon, Microsoft}

Бос орындар: {Программист, Дизайнер, Менеджер}

Қырлар:

- Google: Программист, Менеджер
- Amazon: Программист, Дизайнер
- Microsoft: Дизайнер, Менеджер

Граф сызбасы:



Мысал 24: Екібөлімді емес граф (салыстыру үшін)

Берілген деректер:

- **Төбелер:** {A, B, C, D}
- **Қырлар:** {(A,B), (B,C), (C,D), (A,C)}

Талдау:

- A-B-C үшбұрышы бар (A, B, C бір жиында болуы мүмкін емес)
- Екі жиынға бөлуге болмайды → **ЕКІБӨЛІМДІ ЕМЕС**

Екібөлімді графтың ерекшеліктері

Белгілері:

- Циклдардың ұзындығы әрқашан жұп (2, 4, 6, ...)
- Екі түрлі түске бояуға болады
- Жиындар арасындағы қатынастарды жақсы модельдейді

Шектеулері:

- Жиын ішіндегі байланыстарды модельдей алмайды
- Кейбір күрделі қатынастарды сипаттай алмайды

Практикалық қолданылуы

1. Несібе желілері:

- Жұмыс берушілер ↔ Жұмыс іздеушілер

2. Сайтқа тіркелу жүйесі:

- Пайдаланушылар ↔ Группалар/Бөлімдер

3. Тапсырыс жүйесі:

- Тапсырыс берушілер ↔ Өнімдер/Қызметтер

4. Білім беру жүйесі:

- Студенттер ↔ Курстар/Пәндер

Тексеру әдісі

Графтың екібөлімді екенін тексеру үшін:

- Төбелерді екі түрлі түске бояуға тырысу
- Егер көрші төбелер әртүрлі түсте болса → екібөлімді
- Егер бір түсті екі көрші төбе болса → екібөлімді емес

Қорытынды

Екібөлімді граф - бұл екі түрлі объектілер класы арасындағы қатынастарды модельдеуге арналған күшті құрал. Ол әлеуметтік желілерден бастап бизнес процестеріне дейін көптеген практикалық есептерді шешуде қолданылады. Екібөлімді графтарды тану және олармен жұмыс істеу дағдысы графтар теориясын меңгеруде маңызды қадам болып табылады.

4. Графтарға қолданылатын амалдар

Графтар амалдары - бұл графтарды түрлендіру және олардан жаңа графтар алу үшін қолданылатын математикалық операциялар

1. Біріктіру амалы (Union)

Анықтама: Екі графтың барлық төбелері мен қырларын біріктіру

Белгіленуі: G ∪ H

Мысал 25:

G графы:

Төбелер: {1, 2}

Қырлар: {(1,2)}

H графы:

Төбелер: {2, 3}

Қырлар: {(2,3)}

Біріктіру нәтижесі G ∪ H:

Төбелер: {1, 2, 3}

Қырлар: {(1,2), (2,3)}

Сызбасы: 1---2---3

Талдау:

Төбелер: {1,2} ∪ {2,3} = {1,2,3}

Қырлар: {(1,2)} ∪ {(2,3)} = {(1,2), (2,3)}

2. Қиылысу амалы (Intersection)

Анықтама:

Екі графтың ортақ төбелері мен қырларын алу

Белгіленуі: $G \cap H$

Мысал 26:

G графы:

Төбелер: {1, 2, 3}

Қырлар: {(1,2), (2,3)}

H графы:

Төбелер: {2, 3, 4}

Қырлар: {(2,3), (3,4)}

Қиылысу нәтижесі G ∩ H:

Төбелер: {2, 3}

Қырлар: {(2,3)}

Сызбасы: 2---3

Талдау:

Төбелер: {1,2,3} ∩ {2,3,4} = {2,3}

Қырлар: {(1,2), (2,3)} ∩ {(2,3), (3,4)} = {(2,3)}

3. Толықтауыш амалы (Complement)

Графтың толықтауышы - бастапқы графта жоқ барлық мүмкін қырларды қосу

Белгіленуі: G' немесе Ĝ

Мысал 27:

Бастапқы G графы:

Төбелер : {1, 2, 3}

Қырлар: {(1,2), (2,3)}

Сызбасы: 1---2---3

3. Толықтауыш G' графы:

Төбелер: {1, 2, 3} (бірдей)

Қырлар: {(1,3)} // бастапқыда жоқ қалған қыры

Сызбасы:



Талдау:

- Толық графтағы барлық мүмкін Қырлар: {(1,2), (1,3), (2,3)}
- Бастапқы қырлар: {(1,2), (2,3)}
- Толықтауыш қырлар: {(1,3)}

4. Ішкі граф

Бастапқы графтың төбелерінің ішінара жиыны мен оларды байланыстыратын қырлар.

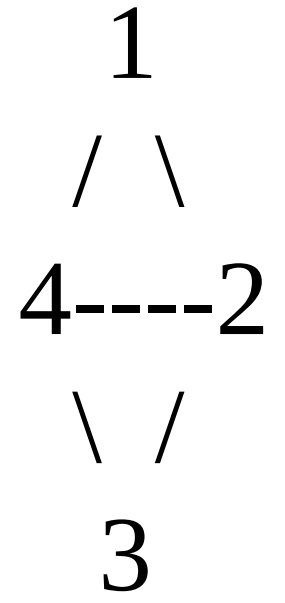
Мысал 28:

Бастапқы G графы:

Төбелер: {1, 2, 3, 4}

Қырлар: {(1,2), (2,3), (3,4), (4,1), (1,3)}

Сызбасы:



Ішкі граф H (төбелер: {1, 2, 3}):

Төбелер: {1, 2, 3}

Қырлар: {(1,2), (2,3), (1,3)}

Сызбасы:



5. Іргелес граф (Induced Subgraph)

Анықтама:

Берілген төбелер жиыны және оларды байланыстыратын барлық қырлар

Мысал 29:

Бастапқы G графы:

Төбелер: {A, B, C, D}

Қырлар: {(A,B), (A,C), (B,C), (C,D)}

Іргелес граф (төбелер: {A, B, C}):

Төбелер: {A, B, C}

Қырлар: {(A,B), (A,C), (B,C)} // барлық мүмкін қырлар}

6. Граф қосу (Graph Join)

Анықтама:

Екі графтың әрбір төбелерін бір-бірімен байланыстыру

Белгіленуі: G + H

Мысал 30:

G графы:

Төбелер: {1, 2}

H графы:

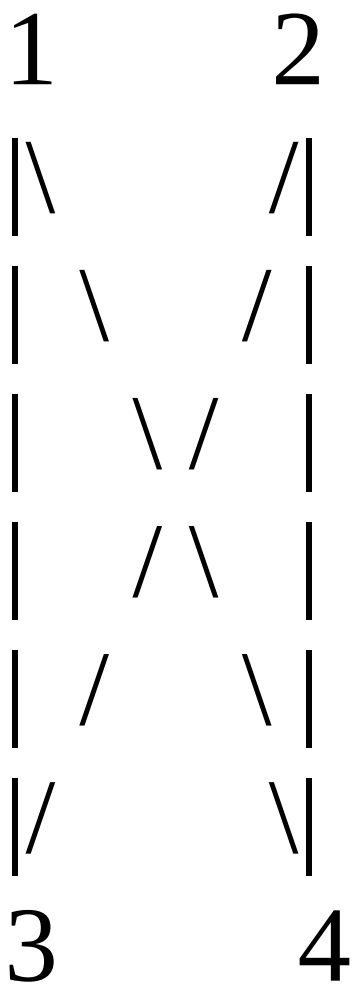
Төбелер: {3, 4}

Қосу нәтижесі G + H:

Төбелер: {1, 2, 3, 4}

Қырлар: {(1,3), (1,4), (2,3), (2,4)}

Сызбасы:



7. Граф көбейту (Graph Product)

Анықтама:

Екі графтың декарттық көбейтіндісі

Мысал 31:

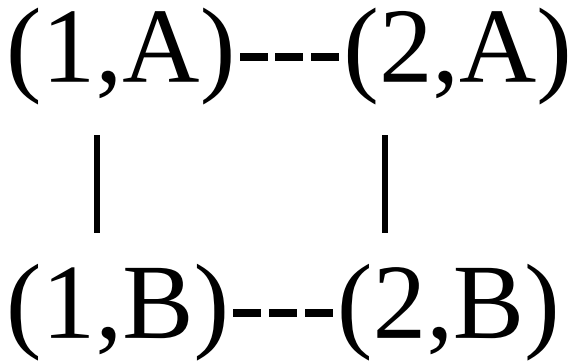
G графы:

1---2

H графы:

A---B

Көбейту нәтижесі G × H:



Практикалық мысалдар

Мысал 32: Желілерді біріктіру

Бірінші желі:

Үй --- Дүкен

Екінші желі:

Дүкен --- Мектеп

Біріктіру нәтижесі:

Үй --- Дүкен --- Мектеп

Мысал 33: Ортақ бөлікті табу

Бірінші достық желісі:

Айгүл --- Бауыржан --- Қанат

Екінші достық желісі:

Бауыржан --- Қанат --- Дина

Қиылысу нәтижесі:

Бауыржан --- Қанат

Мысал 34: Толықтауыш желі

Бастапқы байланыс:

Астана --- Караганды

|

Алматы

Толықтауыш желі:

Астана --- Алматы

Караганды --- Алматы

Амалдардың қасиеттері

Коммутативтілік:

- $G \cup H = H \cup G$
- $G \cap H = H \cap G$

Ассоциативтілік:

- $(G \cup H) \cup K = G \cup (H \cup K)$
- $(G \cap H) \cap K = G \cap (H \cap K)$

Дистрибутивтілік:

- $G \cup (H \cap K) = (G \cup H) \cap (G \cup K)$
- $G \cap (H \cup K) = (G \cap H) \cup (G \cap K)$

Қорытынды

Графтар амалдары:

Біріктіру - желілерді кеңейту үшін

Қиылысу - ортақ бөліктерді табу үшін

Толықтауыш - жетіспейтін байланыстарды анықтау үшін

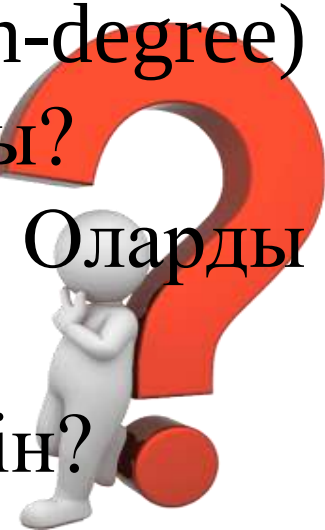
Ішкі граф - белгілі бір бөлікті зерттеу үшін

Қосу - толық байланыс құру үшін

Бұл амалдар графтар теориясын практикалық есептерді шешуде тиімді қолдануға мүмкіндік береді.

ҚАЙТАЛАУ СҰРАҚТАРЫ

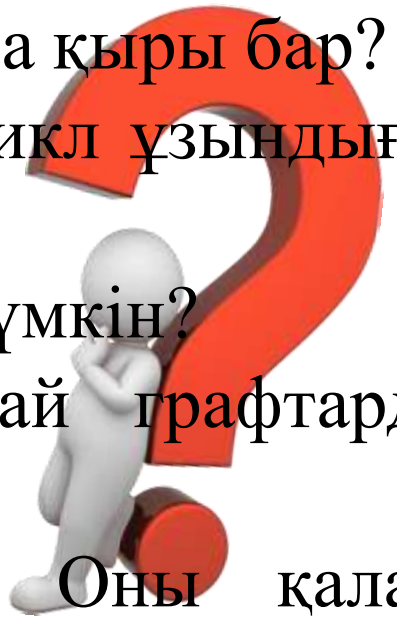
1. Граф дегеніміз не? Оның негізгі компоненттерін атаңыз.
2. Графты қалай белгілейміз? G=(V,E)$G=(V,E)$ деген нені білдіреді?
3. Төбе (vertex) дегеніміз не? Мысал келтіріңіз.
4. Қыры (edge) дегеніміз не? Оны қалай белгілейміз?
5. Иық (arc) дегеніміз не? Иық пен қырың арасындағы айырмашылықты анықтаңыз.
6. Төбенің дәрежесі (degree) дегеніміз не? Оны қалай есептейміз?
7. Төбенің шығу дәрежесі (out-degree) мен кіру дәрежесі (in-degree) дегеніміз не? Қай графтар үшін бұл ұғымдар қолданылады?
8. Графтың тәртібі (order) мен өлшемі (size) дегеніміз не? Оларды қалай есептейміз?
9. Егер графта nn төбе болса, онда қанша қыры болуы мүмкін?



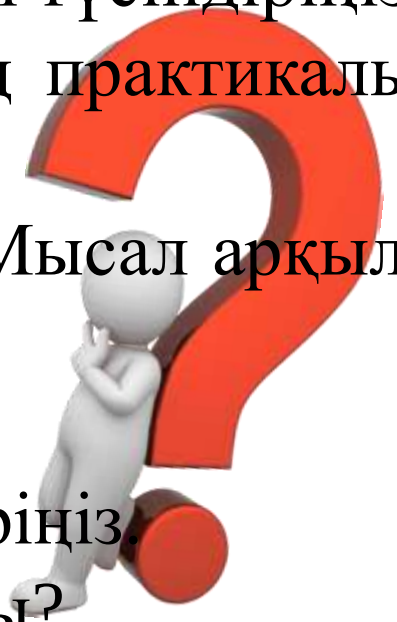
10. Қарапайым граф (simple graph) дегеніміз не? Оның негізгі ерекшеліктерін атаңыз.
11. Бағытталған граф (digraph) дегеніміз не? Оны қай салаларда қолданамыз?
12. Бағытталмаған граф дегеніміз не? Бағытталған және бағытталмаған графтар арасындағы айырмашылықты атаңыз.
13. Толық граф (complete graph) дегеніміз не? Kn*Kn* деген нені білдіреді? K_n графында қанша қыры бар?
14. Жинақы граф (connected graph) дегеніміз не? Оның практикалық маңызы қандай?
15. Циклдік граф (cycle graph) дегеніміз не? Cn*Cn* деген нені білдіреді?
16. Ағаш (tree) дегеніміз не? Ағаштың негізгі қасиеттерін атаңыз.
17. Екібөлімді граф (bipartite graph) дегеніміз не? Оны қалай анықтаймыз?
18. Толық екібөлімді граф (complete bipartite graph) дегеніміз не? $K_{m,n}$ деген нені білдіреді?



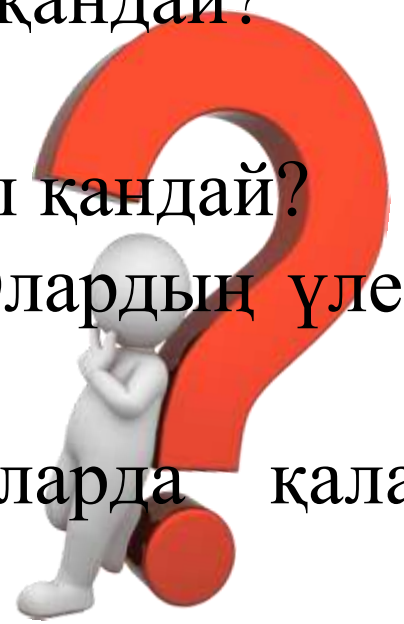
19. Графтың жинақылығын қалай тексеруге болады?
20. Графтың екібөлімді екенін қалай анықтаймыз?
21. Ағаштың негізгі қасиеттері қандай? *n* төбелі ағашта қанша қыры бар?
22. Циклдың ұзындығы дегеніміз не? Циклдік графтарда цикл ұзындығы қандай болады?
23. Илмек (loop) дегеніміз не? Қай графтарда илмек болуы мүмкін?
24. Параллель қырлар (parallel edges) дегеніміз не? Қай графтарда параллель қырлар болуы мүмкін?
25. Графтарды біріктіру (union) амалы дегеніміз не? Оны қалай орындаймыз?
26. Графтарды қиылыстыру (intersection) амалы дегеніміз не? Мысал келтіріңіз.
27. Графтың толықтауышы (complement) дегеніміз не? Оны қалай табамыз?



28. Ішкі граф (subgraph) дегеніміз не? Оның түрлерін атаңыз.
29. Іргелес ішкі граф (induced subgraph) дегеніміз не? Оны қалай аламыз?
30. Графтарды қосу (join) амалы дегеніміз не? Мысал арқылы түсіндіріңіз.
31. Графтарды көбейту (product) амалы дегеніміз не? Оның практикалық маңызы қандай?
32. Графтар амалдарының коммутативтілік қасиеті бар ма? Мысал арқылы түсіндіріңіз.
33. Графтар амалдарының ассоциативтілік қасиеті қандай?
34. Графтар амалдарының дистрибутивтілік қасиетін түсіндіріңіз.
35. Әлеуметтік желіні граф түрінде қалай модельдеуге болады?
36. Компьютерлік желіні граф ретінде қалай көрсетуге болады?
37. Көшелер желісін граф арқылы қалай сипаттауға болады?
38. Оқу жүйесіндегі студенттер мен пәндер арасындағы байланысты қалай граф түрінде көрсетуге болады?
39. Жұмыс іздеу жүйесіндегі жұмыс берушілер мен бос орындар арасындағы қатынасты қалай граф арқылы модельдеуге болады?



40. Графтың дәрежелерін есептеу не үшін қажет?
41. Графтың жинақылығын тексеру не үшін маңызды?
42. Екібөлімді графтарды танудың практикалық маңызы қандай?
43. Ағаштарды қолданудың артықшылықтары қандай?
44. Графтар амалдарын қолданудың практикалық маңызы қандай?
45. Графтар теориясының негізін салушылар кімдер? Олардың үлесі неде?
46. Графтар теориясы қазіргі заманғы технологияларда қалай қолданылады?
47. Графтарды компьютерде қалай ұсынуға болады? (Көршілестік матрицасы, инциденттік матрицасы)
48. Графтардың изоморфтығы (isomorphism) дегеніміз не? Неліктен бұл ұғым маңызды?
49. Графтардың планарлылығы (planarity) дегеніміз не? Оның практикалық маңызы қандай?



ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

1. Дискреттік математика және математикалық логика негіздері : оқулық / Ф.Р. Гусманова, Қ.С. Дальбекова, С.Б. Беркімбаева. - Алматы : ЭСПИ, 2023. - 363, [1] б. ISBN 978-601-330- 339-0 LIBRARY.ENU
2. Байжуманов А.А. Дискреттік математика және математикалық логика : оқулық / А.А. Байжуманов, О.М. Ибрагимов. - Алматы : TechSmith, 2023. - 342, [1] б. : сур., кесте. - Библиогр.: б. 340. - ISBN 978- 601-342-643-3
3. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика. Теория и практикум: Учебник для вузов Издательство "Лань", 2025
4. Гашков С.Б. Дискретная математика : учебник для вузов / С. Б. Гашков. — 3- е изд., испр. и доп. — Санкт Петербург : Лань, 2025. — 520 с. — ISBN 978-5-507- 49866-6. — Текст : электронный // Лань : электроннобиблиотечная система.
5. Тишин В.В. Дискретная математика в примерах и задачах. — СПб.: БХВ Петербург, 2008. — 352 с.

Назар аударғаныңызға рақмет!

