ТӘЖІРИБЕЛІК САБАҚ №6

САНДАР ЖИЫНЫ ЖӘНЕ АРАЛЫҚТАР. ФУНКЦИЯ ЖӘНЕ ОНЫҢ БЕРІЛУ ТӘСІЛДЕРІ. ФУНКЦИЯНЫҢ ҚОЛДАНБАЛАРЫ.

Тапсырма №1

«Математикалық талдауға кіріспе. Функция, оның берілу тәсілдері», «Сандық тізбек және функцияның шектері. Функцияның үзіліссіздігі және үзіліс нүктелері», «Бір айнымалы функцияны диференциалдау және интегралдау» тақырыптарының теориялық сұрақтарына жауап іздеу, білімді шыңдау.

1. Барлық жинақты тізбек....
A) шектелген
B) шексіз аз
C) шексіз үлкен
D) өспелі
E) кемімелі

2. Егер $\forall x_1, x_2 \in D,\ x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ болса, онда функция ….
A) өседі
B) кемиді
C) шектелген
D) шектелмеген
E) кемімейді

3. Егер $\forall x_1, x_2 \in D,\ x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ болса, онда функция ….
A) өседі
B) кемиді
C) шектелген
D) шектелмеген
E) кемімейді

4. $f(x)$ функциясы a нүктесінің қандайда бір аймағында анықталған болсын. Егер кез келген $\varepsilon > 0$ үшін

$0 < |x-a| < \delta$ теңсіздігін қанағаттандыратын кез келген x үшін $|f(x)-A| < \varepsilon$ теңсіздігін қанағаттандыратын $\delta > 0$ табылса, онда ....

A) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$

B) $\lim\limits_{x \to A} f(x) = a$

C) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$

D) $\lim\limits_{x \to A} f(x) = 0$

E) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = a$

5. Егер $y = f(x)$ функциясы x_0 нүктесінде дифференциалданатын болса, онда ол осы нүктеде ….

A) үзіліссіз

B) өспелі

C) кемімелі

D) үзілісті

E) нөлге тең

6. $f(x)$ функциясы x_0 нүктесінде екі рет дифференциалданатын және $f'(x_0) = 0$ болсын. Онда $f(x)$ функциясының x_0 нүктесінде локальді максимумы болады, егер ....

A) $f''(x_0) < 0$

B) $f''(x_0) > 0$

C) $f''(x_0) = 0$

D) $f''(x_0) \le 1$

E) $f''(x_0) \ge 1$

7. $y_1 = f(x)$ және $y_2 = g(x)$ функциялары $x \to a$ эквивалентті болады, егер ....

A) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 0$

B) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \lim\limits_{x \to a} g(x)$

C) $\lim\limits_{x \to a} \big(f(x) + g(x)\big) = 0$

D) $\lim\limits_{x \to a} \big(f(x) - g(x)\big) = 0$

E) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=1$

8. Бірінші тамаша шекті көрсетіңіз.

A) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$

B) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=0$

C) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x}{x}=-1$

D) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{ctgx}{x}=1$

E) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x}{x}=0$

9. Екінші тамаша шекті көрсетіңіз.

A) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=e$

B) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=1$

C) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=-1$

D) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=-e$

E) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}=e$

10. Егер $y=f(x)$ функциясы қандай да бір x_0 нүктесінде үзілісті болса, онда x_0 нүктесі ... деп аталады.

A) функцияның үзіліс нүктесі
B) экстремум нүктесі
C) минимум нүктесі
D) максимум нүктесі
E) жинақтылық нүктесі

11. $y = f(x)$ функциясының x нүктесіндегі туындысы $f'(x)$ деп белгіленіп, қай формуламен көрсетіледі?

A) $\lim\limits_{\Delta x \to 1} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

B) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta x}{f(x+\Delta x) - f(x)}$

C) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) + f(x)}{\Delta x}$

D) $\lim\limits_{\Delta x \to \infty} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

E) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

12. Егер $y = f(x)$ функциясының $y = kx + b$ көлбеу асимптотасы болса, онда k келесі формуламен есептеледі:

A) $k = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ немесе $k = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

B) $k = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{x}$

C) $k = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{f(x)}{x^2}$

D) $k = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{f(x)}{x^3}$

E) $k = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x}{f(x)}$

13. $f(x)$ функциясы үшін интегралдық қосындының дұрыс жазылуын көрсетіңіз.

A) $\sum\limits_{i=0}^{n-1} M_i \Delta x_i$

B) $\sum\limits_{i=0}^{n-1} m_i \Delta x_i$

C) $\sum\limits_{i=0}^{n-1} M_i \Delta x_i + \sum\limits_{i=0}^{n-1} m_i \Delta x_i$

D) $\sum\limits_{i=0}^{n-1} f(x_i) \Delta x_i$

E) $\sum\limits_{i=0}^{n-1} f(\xi_i) + \Delta x_i$

14. $y = f(x)$ теңдеуімен берілген қисықтың $a \le x \le b$ аралығындағы доғасының ұзындығын есептеу формуласын көрсетіңіз.

A) $\int_a^b \sqrt{1 + f^2(x)}dx$

B) $\int_a^b \sqrt{1 + f'(x)}dx$

C) $\int_a^b \sqrt{1 + f'^2(x)}dx$

D) $\int_a^b \sqrt{1 - f'^2(x)}dx$

E) $\int_a^b (1 + f'^2(x))dx$

15. $y = f(x)$ қисығы, OX өсімен және $x = a, x = b$ түзулерімен шектелген фигураны OX өсінен айналдырғанда пайда болған фигураның көлемі неге тең?

A) $\int_a^b y^2(x)dx$

B) $\pi\int_a^b y'^2(x)dx$

C) $\int_a^b \sqrt{1 + y^2(x)}dx$

D) $2\pi\int_a^b xy(x)dx$

E) $\pi\int_a^b y^2(x)dx$

16. Анықталмаған интегралдарда бөліктеп интегралдау формуласының дұрыс жазылуын көрсетіңіз.

A) $\int_a^b udv = uv\Big|_a^b - \int_a^b vdu$

B) $\int uvdx = uv - \int vdx$

C) $\int udv = uv - \int vdu$

D) $\int uvdx = uv - \int vdu$

E) $\int udv = uv + \int vdu$

17. Анықталған интегралдарда бөліктеп интегралдау формуласының дұрыс жазылуын көрсетіңіз.

A) $\int_a^b udv = auv\Big|_a^b - \int_a^b vdu$

B) $\int uvdx = uv - \int vdx$

C) $\int udv = uv - \int vdu$

D) $\int_a^b udv = uv\Big|_a^b - \int_a^b vdu$

E) $\int_a^b udv = uv\Big|_a^b + \int_a^b vdu$

18. Функцияның берілу тәсілдерінің дұрыс емесін көрсетіңіз.

A) аналитикалық тәсіл
B) кестелік тәсіл
C) графиктік тәсіл
D) сөзбен берілуі
E) диаграммалық тәсіл

19. $\rho = \rho(\varphi)$ теңдеуімен берілген қисықтың $\alpha \le \varphi \le \beta$ аралығына сәйкес доғасының ұзындығын есептеңіз.

A) $\int_\alpha^\beta \sqrt{\rho^2(\varphi) - \rho'^2(\varphi)}d\varphi$

B) $\int_\alpha^\beta \sqrt{1 + \rho'^2(\varphi)}d\varphi$

C) $\int_\alpha^\beta \sqrt{\rho^2(\varphi) + \rho'^2(\varphi)}d\varphi$

D) $\int_\alpha^\beta \sqrt{\rho^2(\varphi) + 1}d\varphi$

E) $\int_\alpha^\beta \sqrt{\varphi^2(\rho) + \rho'^2(\varphi)}d\varphi$

20. Егер $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = A, \lim\limits_{n\to\infty} y_n = B$ болса, онда ….

A) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n - y_n) = A + B$

B) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n \cdot y_n) = \dfrac{A}{B}$

C) $\lim\limits_{n\to\infty}(C \cdot x_n) = C + A,\quad C$ -тұрақты

D) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n - y_n) = A + B$

E) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x_n}{y_n} = \dfrac{A}{B},\ B \neq 0$

21. Егер $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$ теңдігі орындалса, онда $f(x)$ функциясы x_0 нүктесінде ... функция деп аталады.

A) үзілісті
B) үзіліссіз
C) өспелі
D) кемімелі
E) өспейтін

22. Анықталмаған интеграл үшін төмендегі теңдіктердің қайсысы дұрыс емес?

A) $d\int f(x)dx = f(x)dx$

B) $\int dF(x) = F(x) + c$

C) $\int[f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

D) $\int[Af(x)]dx = A\int f(x)dx$

E) $\int[f(x) \cdot g(x)]dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$

23. Егер $y = f(x)$ функциясының $[a,b]$ кесіндісіндегі алғашқы функциясы $F(x)$ болса, онда Ньютон-Лейбниц формуласының дұрыс жазылуын көрсетіңіз.

A) $\int\limits_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$

B) $\int\limits_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$

C) $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

D) $\int_a^b f(x)dx = b - a$

E) $\int_a^b f(x)dx = F(bx) - F(ax)$

24. Интегралдаудың негізгі әдістерінің бірі -
A) айнымалыны ауыстыруды енгізу әдісі
B) Остроградский әдісі
C) Эйлер ауыстырулары
D) бөлшек-сызықтық иррационалдықты интегралдау әдісі
E) дифференциалдық биномды интегралдау

25. Анықталмаған интегралда айнымалыны ауыстыру әдісінің формуласын көрсетіңіз.
A) $\int f(x)dx = \left|x = \varphi(t),\ dx = \varphi'(t)dt\right| = \int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$

B) $\int f(x)dx = \left|x = \varphi(t),\ dx = dt\right| = \int f(\varphi(t))dt$

C) $\int f(x)dx = \left|x = t, dx = tdt\right| = \int f(t)dt$

D) $\int udv = uv - \int vdu$

E) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, \forall c \in (a,b)$

26. Егер $\forall x_1, x_2 \in D,\ x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$ болса, онда функция ... деп аталады.
A) кемімейтін
B) кемиді
C) шектелген
D) шектелмеген
E) өспейтін

27. Егер $\forall x_1, x_2 \in D,\ x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$ болса, онда функция ... деп аталады.
A) кемімейтін
B) кемиді
C) шектелген

D) шектелмеген
E) өседі

28. Бірінші тамаша шектің салдарын көрсетіңіз.

A) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$

B) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=0$

C) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x}{x}=-1$

D) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}=1$

E) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x}{x}=0$

29. Екінші тамаша шектің салдарын көрсетіңіз.

A) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}=e$

B) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\dfrac{x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}=e$

C) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=-1$

D) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=-e$

E) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$

30. a санын $\{x_n\}$ тізбегінің шегі деп атаймыз, егер кез келген $\varepsilon>0$ үшін $n_0(\varepsilon)>0$ натурал саны (яғни нөмірі) табылып $n>n_0(\varepsilon)$ теңсіздігін қанағаттандыратын барлық n үшін келесі теңсіздік орындалса:

A) $|x_n-a|<\varepsilon$

B) $|x_n|>\varepsilon$

C) $|x_n-x|>\varepsilon$

D) $|x_n-x|\le\varepsilon$

E) $|x_n - x| \geq a$

31. $y = f(x)$ функциясының x_0 нүктесінде туындысы бар болсын. $y = f(x)$ функциясының x_0 нүктесіне жүргізілген жанама теңдеуін көрсетіңіз.

A) $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

B) $y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$

C) $y - y_0 = \frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$

D) $y - y_0 = f(x_0)(x - x_0)$

E) $y - y_0 = -\frac{1}{f(x_0)} \cdot (x - x_0)$

32. Егер $y = f(x)$ функциясының $y = kx + b$ көлбеу асимптотасы болса, онда b келесі теңдікпен анықталады:

A) $b = \lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x)}{x}$

B) $b = \lim\limits_{x \to \pm\infty} [f(x) - kx]$

C) $b = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^2}$

D) $b = \lim\limits_{x \to \pm\infty} [f(x) - k]$

E) $b = \lim\limits_{x \to \pm\infty} [f(x) - x]$

33. Егер кез келген $x \in (a,b)$ үшін $F'(x) = f(x)$ теңдігі орындалса, онда $F(x)$ функциясы $f(x)$ функциясының (a,b) интервалындағы ... деп аталады.

A) туындысы
B) кері функциясы
C) алғашқы функциясы
D) дифференциалы
E) интегралдау айнымалысы

34. Егер анықталған интегралда $a = b$ болса, онда ….

A) $\int_a^a f(x)dx = 2a$

B) $\int_a^a f(x)dx = \frac{a}{2}$

C) $\int_a^a f(x)dx = 1$

D) $\int_a^a f(x)dx = 0$

E) $\int_a^a f(x)dx = -1$

35. Егер $a < c < b$ теңсіздігі орындалса, онда анықталған интегралда:

A) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b f(x)dx$

B) $\int_a^b f(x)dx = \frac{\int_a^c f(x)dx}{\int_c^b f(x)dx}$

C) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx \cdot \int_c^b f(x)dx$

D) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_c^b f(x)dx$

E) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

36. Егер $y = f(x)$ функциясы қандай да бір x нүктесінде ... болса, онда функция осы нүктеде үзіліссіз болады.

A) туындысы нөлге тең болса
B) дифференциалданса
C) туындысы жоқ болса
D) өспелі функция болса
E) үзілісті функция болса

37. Екі функцияның бөліндісінің $\left(\frac{u}{v}\right)'$ туындысын табу формуласын көрсетіңіз

A) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' - v'}{v^2}$

B) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'}{v'}$

C) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

D) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v + v'u}{v}$

E) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v + v'u}{v^2}$

38. $y = f(x)$ функциясының дифференциалын табу формуласын көрсетіңіз.

A) $dy = f'(x)$
B) $dy = f(x)dx$
C) $dy = C$
D) $dy = 2f(x)dx$
E) $dy = f'(x)dx$

39. Егер (a,b) интервалында $f'(x) > 0$ болса, онда осы аралықта $y = f(x)$ ... функция.

A) кемімелі
B) өспелі
C) кемімейтін
D) өспейтін
E) тұрақты

40. Егер (a,b) интервалында $f'(x) < 0$ болса, онда осы аралықта $y = f(x)$ ... функция.

A) кемімелі
B) өспелі
C) кемімейтін
D) өспейтін

E) тұрақты

41. Егер (a,b) интервалында $f''(x)>0$ болса, онда $f(x)$ функциясының графигінің осы аралыққа сәйкес доғасы ... болады.
A) дөңес
B) ойыс
C) өспелі
D) кемімелі
E) таңбасын өзгертеді

42. Егер $f(x)$ функциясының $f''(x)$ екінші ретті туындысы x_0 нүктесі арқылы өткенде ..., онда x_0 нүктесін иілу нүктесі деп атайды.
A) таңбасын өзгертсе
B) таңбасын міндетті түрде «-»-тен «+»-ке өзгертсе
C) таңбасын міндетті түрде « + » -тен « - »-ке өзгертсе
D) таңбасын өзгертпесе
E) таңбасы тұрақты болса

43. Егер (a,b) интервалында $f''(x)<0$ болса, онда $f(x)$ функциясының графигінің осы аралыққа сәйкес доғасы ... болады.
A) дөңес
B) ойыс
C) өспелі
D) кемімелі
E) таңбасын өзгертеді

44. Егер қисық $x=x(t),\ y=y(t),\ 0\le t\le T$ параметрлік теңдеуімен берілсе, онда $\int_0^T \sqrt{x'^2(t)+y'^2(t)}dt$ интегралымен нені табуға болады?
A) айналу денесінің ауданын
B) қисықтың доғасының ұзындығын
C) айналу денесінің көлемін
D) айналу бетінің ауданын
E) қисық сызықты трапецияның ауданын

45. $y=f(x)$ функциясының графигіне x_0 нүктесінде жүргізілген нормальдің теңдеуін көрсетіңіз.

A) $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

B) $y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$

C) $y - y_0 = \frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$

D) $y - y_0 = -\frac{1}{f(x_0)} \cdot (x - x_0)$

E) $y - y_0 = f(x_0)(x - x_0)$

46. Туындының механикалық мағынасын көрсету керек. $f(x)$ функциясының x нүктесіндегі $f'(x)$ туындысы $f(x)$ функциясының өзгеруінің x нүктесіндегі ... береді.

A) жылдамдығын
B) үдеуін
C) уақытын
D) арақашықтығын
E) күшін

47. Туындының геометриялық мағынасын көрсету керек. $y = f(x)$ функциясының x_0 нүктесіндегі туындысы $f(x)$ функциясының графигіне x_0 нүктесінде жүргізілген ... береді.

A) жанаманың ұзындығын
B) жанаманың бұрыштық коэффициентін
C) жанаманың абцисса өсімшесінің нүктесін
D) жанаманың ордината өсімшесінің нүктесін
E) жанама теңдеуін

48. Егер $y = f(x)$ функциясының $x = \varphi(y)$ кері функциясы $y_0 = f(x_0)$ нүктесінде дифференциалданатын және $\varphi'(y_0) \neq 0$ болса, онда кері функцияның туындысын табуда келесі теңдік орынды:

A) $f'(x_0) = \frac{1}{\varphi'(y_0)}$

B) $f'(x_0) = \frac{1}{1 - \varphi'(y_0)}$

C) $f'(x_0)=\dfrac{1}{1+\varphi'(y_0)}$

D) $f'(x_0)=\dfrac{1}{\varphi'(y_0)-1}$

E) $f'(x_0)=\dfrac{1}{\varphi'(y_0)+1}$

49. x айнымалысынан тәуелді y функциясы $\begin{cases}x=\varphi(t)\\ y=\psi(t)\end{cases}$, $t_0\le t\le t_1$ параметрлік түрінде берілсін және $\varphi(t)$, $\psi(t)$ функциялары дифференциалданатын функциялар және $\varphi'(t)\neq 0$ болса, онда параметрлік түрде берілген функцияның туындысын табуда келесі теңдік орынды:

A) $y'_x=\dfrac{y'_t}{x'_t}=\dfrac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}$

B) $y'_x=\dfrac{x'_t}{y'_t}=\dfrac{\varphi'(t)}{\psi'(t)}$

C) $y'_x=\dfrac{y'_t}{2x'_t}=\dfrac{\psi'(t)}{2\varphi'(t)}$

D) $y'_x=\dfrac{2x'_t}{y'_t}=\dfrac{2\varphi'(t)}{\psi'(t)}$

E) $y'_x=\dfrac{2y'_t}{x'_t}=\dfrac{2\psi'(t)}{\varphi'(t)}$

50. Егер $y=f(u)$ және $u=\varphi(x)$ функциялары дифференциалданатын функциялар болса, онда $y=F(x)=f(\varphi(x))$ күрделі функциясы да дифференциалданатын функция болып, күрделі функцияның туындысын табуда келесі теңдік орынды:

A) $F'(x)=f'(u)u'(x)$ немесе $y'_x=y'_u u'_x$

B) $F'(x)=f'(u)-u'(x)$ немесе $y'_x=y'_u-u'_x$

C) $F'(x)=f'(u)+u'(x)$ немесе $y'_x=y'_u+u'_x$

D) $F'(x)=\dfrac{f'(u)}{u'(x)}$ немесе $y'_x=\dfrac{y'_u}{u'_x}$

Е) $F'(x) = \dfrac{u'(x)}{f'(u)}$ немесе $y'_x = \dfrac{u'_x}{y'_u}$