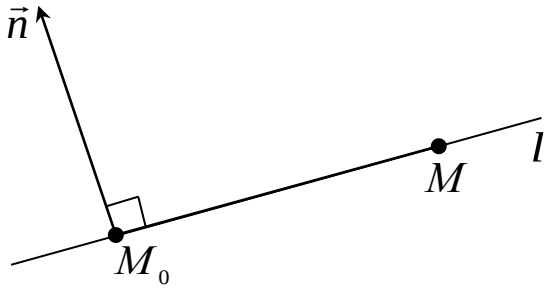
ТӘЖІРИБЕЛІК САБАҚ №4

ОХУ ЖАЗЫҚТЫҒЫНДАҒЫ СЫЗЫҚТЫҢ ТЕҢДЕУІ. ЖАЗЫҚТЫҚТАҒЫ ТҮЗУДІҢ ТЕҢДЕУЛЕРІ. ТҮЗУЛЕРДІҢ ҚИЫЛЫСУ НҮКТЕСІН ТАБУ. БЕРІЛГЕН НҮКТЕДЕН БЕРІЛГЕН ТҮЗУГЕ ДЕЙІНГІ ҚАШЫҚТЫҚ. ТҮЗУЛЕР АРАСЫНДАҒЫ БҰРЫШ. ТҮЗУЛЕРДІҢ ПАРАЛЛЕЛЬДІК ЖӘНЕ ПЕРПЕНДИКУЛЯРЛЫҚ ШАРТТАРЫ. ЕКІНШІ РЕТТІ ҚИСЫҚТАР.

Мысал 1: $M(5;0)$ нүктесі арқылы $\vec{n}(1;\ 0)$ векторына перпендикуляр өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

Шешімі:

a)



l қарастырылып отырған түзу болсын да, $M(x;y)$ - түзудің $M_o(x_o;y_o)$ нүктесінен өзгеше кез келген нүктесі болсын. Онда

$$M(x;y)\in l \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M}(x-x_0;y-y_0)\perp \vec{n}(A;B)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M}(x-x_0;y-y_0)\cdot\vec{n}(A;B)=0\Leftrightarrow$$

$$A(x-x_o)+B(y-y_o)=0. \qquad (1)$$

(1) теңдеуі - $M_o(x_o;y_o)$ *нүктесі арқылы* $\vec{n}(A;B)$ *векторына перпендикуляр өтетін түзудің теңдеуі*. $\vec{n}$ векторы *түзудің нормальдық векторы* деп аталады.

b) есептің шарты бойынша $x_o=5,\ y_o=0$ және $A=1,\ B=0$ болғандықтан (10.1) теңдеуінен түзудің

$$1(x-5)+0(y-0)=0\Rightarrow x-5=0$$

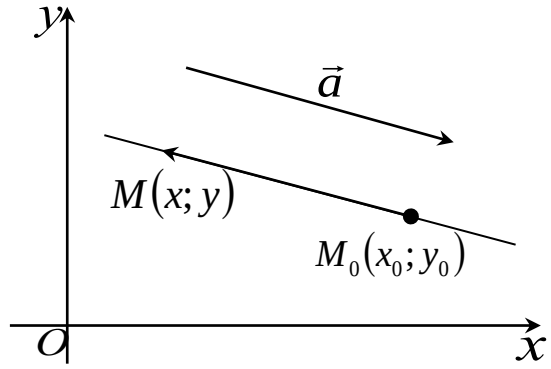
түріндегі теңдеуін аламыз.

c) Жауабы: $x-5=0.$

Мысал 2: $M(7;2)$ нүктесінен $\bar{a}=\{1;5\}$ векторына параллель өтетін түзу теңдеуін жазыңыз.

Шешімі:

a)



$M_o(x_o;y_o)\neq M(x;y)$ және

$$M(x;y)\in l \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M} \,//\, \vec{a} \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M}(x-x_0;y-y_0)=\lambda\vec{a}(a_x;a_y)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M}(x-x_0;\ y-y_0)=(\lambda\vec{a})(\lambda a_x;\lambda a_y)\Leftrightarrow$$

$x-x_0=\lambda a_x$ және $y-y_0=\lambda a_y \Leftrightarrow$:

$$\frac{x-x_0}{a_x}=\frac{y-y_0}{a_y},\ \text{егер}\ a_x\neq 0, a_y\neq 0\ \text{болса;} \qquad (2)$$

(2) теңдеуі - $M_o(x_o;y_o)$ *нүктесі арқылы* $\vec{a}(a_x;a_y)$ *векторына параллель өтетін түзудің теңдеуі*. $\vec{a}$ векторы түзудің *бағыттаушы векторы* деп аталады.

b) есептің шарты бойынша $x_0=7, y_0=2$ және $a_x=1, a_y=5$ болғандықтан (2) теңдеуінен түзудің

$$\frac{x-7}{1}=\frac{y-2}{5}\Rightarrow 5(x-7)=y-2\Rightarrow 5x-y-33=0$$

түріндегі теңдеуін аламыз.

c) Жауабы: $5x-y-33=0$.

Мысал 3: $M(7;2)$ нүктесінен $\vec{a}=\{0;-2\}$ векторына параллель өтетін түзу теңдеуін жазыңыз.

Шешімі:

a) (2) теңдеуінде

егер $a_x=0$ болса, онда $x=x_0$;

егер $a_y=0$ болса, онда $y=y_0$.

b) есептің шарты бойынша $x_0 = 7,\ y_0 = 2,\ a_x = 0,\ a_y = -2$ болғандықтан, есеп $a_x = 0$ жағдайына жатады да, түзудің теңдеуі $x = x_0$, яғни

$x = 7$

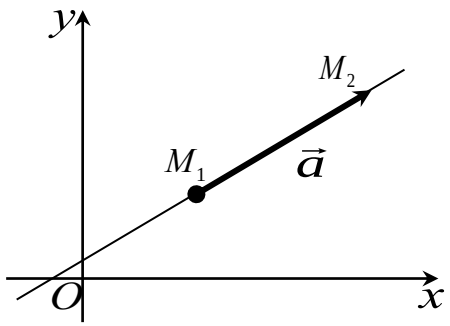
түрінде жазылады.

c) Жауабы: $x = 7$.

Мысал 4: $M_1(1; 2)$ және $M_2(-1; 0)$ нүктелері арқылы өтетін түзудің теңдеуін құрыңыз.

Шешімі:

a)



Бұл арада 2) жағдайындағы $M_0(x_0; y_0)$ нүктесі ретінде $M_1(x_1; y_1)$ нүктесін, ал $\vec{a}$ векторы ретінде $\overrightarrow{M_1M_2}(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$ векторын алсақ (2) теңдеуінен түзудің келесі теңдеулерін аламыз:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1},\ \text{егер}\ x_2 \neq x_1\ \text{және}\ y_2 \neq y_1; \qquad (3)$$

b) $M_1(x_1; y_1)$ және $M_2(x_2; y_2)$ нүктелері арқылы өтетін түзудің (3) теңдеуіне $x_1 = 1,\ y_1 = 2,\ x_2 = -1,\ y_2 = 0$ мәндерін қою арқылы

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{y - 2}{0 - 2} = \frac{x - 1}{-1 - 1} \Rightarrow y - 2 = x - 1 \Rightarrow x - y + 1 = 0$$

теңдеуін аламыз.

c) Жауабы: $x - y + 1 = 0$.

Мысал 5: $M_1(2; -1)$ және $M_2(5; -1)$ нүктелері арқылы өтетін түзудің теңдеуін құрыңыз.

Шешімі:

a) (3) теңдеуінде

егер $x_1 = x_2$ болса, онда $x = x_1$;

егер $y_1 = y_2$ болса, онда $y = y_1$.

b) есептің шарты бойынша $x_1 = 2, y_1 = -1, x_2 = 5, y_2 = -1$ болғандықтан, есеп $y_1 = y_2$ жағдайына жатады да, түзудің теңдеуі $y = y_1$, яғни

$y = -1$

түрінде жазылады.

c) Жауабы: $y = -1$.

Мысал 6: $3x - 4y - 29 = 0$ және $3x + 2y - 5 = 0$ түзулерінің қиылысу нүктесін табыңыз.

Шешімі:

a) Егер $M_0(x_0; y_0)$ нүктесі l_1, l_2 түзулерінің қиылысу нүктесі болса, онда ол l_1 түзуіне де және l_2 түзуіне де тиісті болады да, сызықтың теңдеуінің анықтамасы бойынша екі теңдеудің де шешімі, яғни осы екі теңдеуден тұратын

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases} \qquad (4)$$

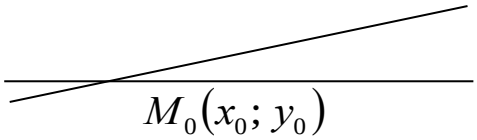
жүйесінің шешімі болады.

Сонымен түзулердің қиылысу нүктесін табу дегеніміз осы түзулердің теңдеуінен құрылған жүйенің шешімін табу деген сөз болады.

Демек, түзулердің теңдеулерінен тұратын (4) жүйесін құрамыз, яғни $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ және $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ теңдеулерімен сәйкесінше берілген l_1 және l_2 түзулерінің қиылысу нүктесін анықтау есебін қарастырамыз.

Үш жағдай болуы мүмкін:

1. (4) *жүйесінің жалғыз шешімі* $(x_0; y_0)$ *бар* $\Rightarrow M_0(x_0; y_0)$ - l_1, l_2 түзулерінің жалғыз қиылысу нүктесі;



$l_1: \quad A_1x + B_1y + C_1 = 0$

$l_2: \quad A_2x + B_2y + C_2 = 0$

2. (4) *жүйесінің шексіз көп шешімі бар* $\Rightarrow l_1, l_2$ түзулері беттесіп жатыр;

$l_1: \quad A_1x + B_1y + C_1 = 0$

$l_2: \quad A_2x + B_2y + C_2 = 0$

3. (4) *жүйесінің шешімі жоқ* $\Rightarrow l_1 \,//\, l_2$;

$$_____ \quad l_1: \quad A_1x+B_1y+C_1=0$$

$$_____ \quad l_2: \quad A_2x+B_2y+C_2=0$$

b) Есеп шартындағы түзулердің теңдеулерінен тұратын (4) жүйесін құрамыз:

$$\begin{cases} 3x-4y-29=0 \\ 3x+2y-5=0. \end{cases}$$

Жүйені шешіп алып $\begin{cases} x=\dfrac{13}{3} \\ y=-4 \end{cases}$, түзулердің қиылысу нүктесін жазамыз: $M\left(\frac{13}{3};-4\right)$.

c) Жауабы: $M\left(\frac{13}{3};-4\right)$.

Мысал 7: $5x+2y-8=0$ түзуінің OY өсімен қилысқандағы ординатасын табыңыз.

Шешімі:

a) Түзудің $Ax+By+C=0$ жалпы теңдеуінің дербес жағдайларының бірі:
$x=0$, $y=0$ - сәйкесінше OY, OX өстерінің теңдеулері.

b) түзулердің теңдеулерінен тұратын (4) жүйесін құрамыз:

$$\begin{cases} 5x+2y-8=0 \\ x=0. \end{cases}$$

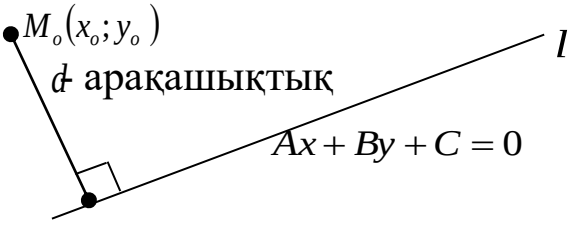
Жүйені шешіп алып $\begin{cases} x=0 \\ y=4 \end{cases}$, түзулердің қиылысу нүктесін жазамыз: $M(0;4)$.

c) Жауабы: $y=4$.

Мысал 8: $M_0(6;-1)$ нүктесінен $3x-4y+3=0$ түзуіне дейінгі d арақашықтығын табыңыз.

Шешімі:

a)



$M_o(x_o;y_o)$ нүктесінен $Ax+By+C=0$ теңдеуімен берілген түзуге дейінгі қашықтық

$$d=\frac{|Ax_o+By_o+C|}{\sqrt{A^2+B^2}} \qquad (5)$$

санына тең болады.

b) (5) формуласы бойынша $M_0(6;-1)$ нүктесінен $3x-4y+3=0$ түзуіне дейінгі арақашықтық

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{|3\cdot 6-4\cdot(-1)+3|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{|25|}{\sqrt{25}}=5.$$

c) Жауабы: $d=5.$