

Бақылау-сынақ материалдары

1. Семестрлік тапсырмалар

Студенттердің әрқайсысы жеке семестрлік тапсырма орындауға міндетті және ол тапсырманың нұсқасының нөмірі студенттердің сабаққа қатысуын есепке алатын журналдағы реттік нөмірі мен бірдей болуы керек. Семестрлік тапсырмалар әдетте жеке дәптерге орындалады.

Берілген тапсырмалардағы нөмірлер ретін сақтай отырып шешімдері жазылуы тиіс.

Есепті шығармас бұрын оның берілуіндегі барлық шарттарды жазып көрсету керек. Егер бірнеше есептің тұжырымдамалары бірдей болса, онда олардың барлығына бір-ақ рет берілген шарттарды не сұрақты көрсетуге болады.

Есептердің шешімдерін барлық амалдар мен олардың орындалу этаптарын сақтай отырып толық түсіндіріп жазып шығу талап етіледі. Тексерілген тапсырмаларды алғаннан кейін, оның қателері болса оны қайтадан шығарып өткізіу керек.

Негізгі әдебиет

Рябушко А. П., Бархатов В. В., Державец В. В., Юреть И. Е. Индивидуальные задания по высшей математике: Минск: «Вышэйшая школа», 2002. - Т. 1-3.

№1.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_{-1}^2 dx \int_{x^2}^{x+2} f(x, y) dy$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз. $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$

$$V: x^2 + y^2 = 16, z = -1, z = 0, x \geq 0$$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (2x + y) dx - (2y - x) dy$

$$L: x^2 = y \quad A(1,1) \quad B(2,4)$$

4. Біртекті дененің ОХ осіне қатыстысты инерция моментін есептеңіз:

$$2x - 3y = 0, x = 0, y = 2, \gamma = 1.$$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.

$$z = 0, z = x^2, x + y = 2, y = 0$$

№2.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_0^{\frac{3}{4}} dx \int_{x^2}^x f(x, y) dy$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз. $\iiint_V z dx dy dz \quad V: z = 2 - x^2 - y^2, z = 0$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз:

$$\int_L (2xy^2 - 1) dx - (3xy^2 + 5) dy \quad L: \frac{1}{2}x = y \quad A(2,1) \quad B(4,2)$$

4. Біртекті дененің ауырлық ортасын табыңыз: $y = 2x - x^2, y = 0, \gamma = 1$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз Сызбамен көрсетіңіз.

$$z = 3, z = x^2, y = 1, y = 0, x \geq 0$$

№3.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_0^1 dx \int_0^{x^2+1} f(x, y) dy$

2. Сфералық координаталарға көшіңі: $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz \quad V: x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L \frac{y}{x} dy - 6x dx$ $L: \ln x = y$ $A(1,0)$ $B(e,1)$

4. Біртекті дененің ауырлық ортасын табыңыз: $y = \frac{3}{2}x$, $y = 0$, $x = 1$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.

$$V: z \geq 0, z^2 = 2y, y = 3, x = 0, x = 1$$

№4.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_0^{\frac{1}{2}} dx \int_{x^2}^x f(x, y) dy$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз. $\iiint_V x dx dy dz$ $V: 4 - z = x^2 + y^2, z = 0$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L \sin x dy + \cos y dx$

$$L: 2x = y \quad A(\pi, 2\pi) \quad B(\frac{\pi}{2}, \pi)$$

4. Дененің массасын табыңыз: $y = \sin x$, $y = 0$, $\gamma = x$ $x = 0$ $x = \pi$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз

$$z = x^2, z + y = 1, y \geq 0, x \geq 0$$

№5.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_0^3 dy \int_0^{\sqrt{16-y^2}} f(x, y) dx$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз. $\iiint_V y dx dy dz$ $V: 9 = x^2 + y^2, z = 0$ $z = 4$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L \sin x dy + \sin y dx$

$$L: \frac{1}{2}x = y \quad A(0,0) \quad B(2\pi, \pi)$$

4. Біртекті дененің ОХ осіне қатысты инерция моментін есептеңіз:

$$x + 2y = 0, y = 1, \gamma = 3, x = 0$$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.

$$2y = x^2, z + y = 1, z = 0$$

№6.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{9-y^2}}^3 f(x, y) dy$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз. $\iiint_V 2x^2 + 2y^2 dx dy dz$

$$V: z^2 = x^2 + y^2, z = 2, z = 0$$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (x^2 + y) dx + (y^2 + x) dy$ $L: \frac{1}{3}y = x$ $A(1,3)$ $B(2,6)$

4. Дененің массасын табыңыз: егер $2x - y = 4$, $y = 0$, $\gamma = \frac{x}{2}$, $x = 0$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз

$$z = 4 - x^2, y = 0, z = 0, y = 2.$$

№7.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_2^4 dy \int_0^{\frac{1}{y}} f(x, y) dx$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз. $\iiint_V (x^2 + y^2) z dx dy dz$

$$V : 25 = x^2 + y^2, z = 4, z = 0$$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (2x - 3y) dx + x dy$ $L : \frac{1}{5}x = y$ $A(0,0)$ $B(5,1)$

4. Біртекті, жазық дененің массасын табыңыз : $y = x^2$, $y^2 = x$, $\gamma = 1$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.

$$V : y^2 = 4 - x, z + y = 2, z = 0, x \geq 0.$$

№8.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_1^3 dx \int_0^{\frac{1}{x}} f(x, y) dy$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз. $\iiint_V (3x^2 + 3y^2) dx dy dz$

$$V : 9 = x^2 + y^2, z = -2, z = 0$$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (x^2 - y) dx + (y^2 - x) dy$ $L : \frac{4}{3}x = y$ $A(0,0)$ $B(3,4)$

4. Біртекті дененің ауырлық центрінің координатасын табыңыз:

$$x + y = 1, \gamma = 2, x = 0, y = 0$$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.

$$V : x^2 = y, z = 1 - 2y, z = 0,$$

№9.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_{-3}^{-1} dy \int_{\frac{2}{y}}^0 f(x, y) dx$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз. $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$ $V : z = 4 - x^2 - y^2, z = 0$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L 2y dx + (3x - y) dy$ $L : \sqrt{x} = y$ $A(1,1)$ $B(4,2)$

4. Біртекті дененің ауырлық центрінің координатасын табыңыз:

$$x - y = 2, \gamma = 3, x = 0, y = 0$$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.

$$V : 2\sqrt{x} = y, z = 2 - x, z = 0, y \geq 0$$

№10.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_1^4 dx \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз. $\iiint_V z dx dy dz$ $V : z^2 = x^2 + y^2, z = 5$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L \frac{y^2 + 4}{y} dx - (x - 2y^2) dy$

4. Біртекті дененің ОХ осіне қатысты статистикалық моментін табыңыз:

$$xy = 4, y = 2, x = 0, y = 5$$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.

$$V: \frac{1}{4}x^2 = y, 2 - z = x, z = 0, y = 1$$

№11.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x, y) dx$
2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз: $\iiint_V (z+1) dx dy dz$ $V: z = x^2 + y^2, z = 2$
3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (x+y)^2 dx - (x-y)^2 dy$

$$L: 1 - x = y \quad A(1,0) \quad B(0,1)$$

4. Қабырғалары a, b біртекті тік төртбұрыштың инерция моментін b қабырғасына қатыстысты есептеңіз, $\gamma = 2$.
5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.
 $V: z = x^2, z + 2y = 1, x \geq 0, y \geq 0$

№12.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_1^2 dy \int_0^{y^2} f(x, y) dx$
2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз. $\iiint_V x dx dy dz$ $V: 2z^2 = x^2 + y^2, z = 1$
3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (3x^2y + 1) dx + (x^3 + 2) dy$ $L: 2\sqrt{x} = y \quad A(0,0) \quad B(1,2)$
4. Біртекті шаршының инерция моментін a қабырғасына қатыстысты есептеңіз, $\gamma = 1$
5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.
 $V: y^2 = 2 - x, 2 = x + z, z = 0, y \geq 0, x \geq 0$

№13.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_0^{\frac{1}{2}} dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$
2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз. $\iiint_V y dx dy dz$ $V: z + 3 = x^2 + y^2, z = 0$
3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (y^2 + x) dx + \frac{2x}{y} dy$ $L: e^x = y \quad A(0,1) \quad B(1,e)$
4. Жазық дененің массасын есептеңіз: $xy = 4, y = 2, x = 0, y = 5, \gamma = x$
5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз
 $V: \sqrt{y} = z, x = 0, z = 0, x + y = 3$

№14.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_0^1 dx \int_0^{x^2+1} f(x, y) dy$
2. Сфералық координаталарға көшіңіз:
 $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz \quad V: x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0$
3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L \frac{y}{x} dx + 2x dy$ $L: \ln x = y \quad A(1,0) \quad B(e,1)$
4. Біртекті дененің ауырлық центрінің координатасын табыңыз: $y = \frac{3}{2}x, y = 0, x = 1$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.

$$V : z \geq 0, z^2 = 2y, y = 3, x = 0, x = 1$$

№15.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_{-1}^1 dx \int_{x^2-1}^{x+2} f(x, y) dy$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз: $\iiint_V x dx dy dz$ $V : z = x^2 + y^2, z = 3$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз:

$$\int_L (y + 3x) dx + (2y^2 - x) dy \quad L : x^2 = y \quad A(1,1) B(2,4)$$

4. Біртекті радиусы R шеңбердің инерция моментін шеңбердің центріне қатысты табыңыз : $\gamma = 3$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.

$$V : 3z + 2x + 3y - 12 = 0, z = 0, y = 0, x = 0$$

№16.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x, y) dx$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз: $\iiint_V (z + 1) dx dy dz$ $V : 4z = 3x^2 + 3y^2, z = 1$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (x - y)^2 dx + (x + y)^2 dy$

$$L : 1 - x = y \quad A(1,0) B(0,1)$$

4. Біртекті тіктөртбұрыштың инерция моментін a қабырғасына қатысты есептеңіз, егер оның қабырғалары a , b , $\gamma = 2$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.

$$V : z = x^2, z + 2y = 1, x \geq 0, y \geq 0$$

№17.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_1^2 dx \int_0^{\sqrt{9-x^2}} f(x, y) dy$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз: $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$ $V : x^2 + y^2 = -z + 2, z = 0$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L y dx - (x^2 + y) dy$

$$L : 2x - x^2 = y \quad A(0,0) B(1,1)$$

4. Біртекті, жазық дененің ОУ өсіне қатысты статистикалық моментін табыңыз: $y = 0, y = x, x = 2, \gamma = 1$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.

$$V : x^2 + 1 = y, z + y = 5, z = 0$$

№18.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{4-2x} f(x, y) dy$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз: $\iiint_V x dx dy dz$ $V : z = x^2 + y^2, z = 2$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (-y^2 + 2x) dx + \frac{3x-1}{y} dy$

$$L : e^x = y \quad A(0,1) B(1,e)$$

4. Біртекті жазық дененің массасын табыңыз: $y = 0, y = \cos x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$
5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.
 $V : x = 2y^2, z + 2y + x = 4, z = 0, y \geq 0$

№19.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_{-3}^{-1} dy \int_{\frac{2}{y}}^0 f(x, y) dx$
2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз. $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$ $V : z = 4 - x^2 - y^2, z = 0$
3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L 4x dy + (3x - y) dx$ $L : \sqrt{x} = y$ $A(1,1) B(4,2)$
4. Біртекті дененің ауырлық центрінің координатасын табыңыз:
 $x - y = 2, \gamma = 3, x = 0, y = 0$
5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.
 $V : 2\sqrt{x} = y, z = 2 - x, z = 0, y \geq 0$

№20.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_1^5 dx \int_{6/x}^{7-x} f(x, y) dy$
2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз:
 $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$ $V : x^2 + y^2 = 1, z = 0, z = -3$
3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L y dx + 2x dy$ $L : 4x + y^2 = 4$ $A(1,0) B(0,2)$
4. Қабырғасының ұзындығы a болатын шаршының массасын табыңыз, егер тығыздығы $\gamma = x + y$ $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a$
5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.
 $V : z = \frac{1}{4} y^2, x + y = 9, x = 0, z = 0$

№21.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_{-1}^1 dx \int_{x^2-1}^{2x+2} f(x, y) dy$
2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз: $\iiint_V x dx dy dz$ $V : z^2 = x^2 + y^2, z = 3$
3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (y + 8x) dx - (2y^2 + x) dy$
 $L : x^2 = y$ $A(1,1) B(2,4)$
4. Біртекті радиусы R шеңбердің инерция моментін шеңбердің центріне қатысты табыңыз : $\gamma = 1$
5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.
 $V : \frac{1}{2} y^2 = z, 2x + 3y - 12 = 0, z = 0, y = 0, x = 0$

№22.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_{-1}^0 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f(x, y) dy$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз: $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$ $V : x^2 + y^2 = z, z = 1$
3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (2y+1)dx + \frac{2y}{\cos x} dy$ $L : \sin x = y$ $A(-\frac{\pi}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{2}), B(0,0)$
4. Біртекті дененің ауырлық центрін табыңыз: $y = -x, y = x, y = 1$
5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз
 $V : z^2 = 1 - y, y + x = 1, z \geq 0, y = 0, x = 0.$

№23.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_0^2 dy \int_{-\sqrt{25-y^2}}^0 f(x, y) dx$
2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз: $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$ $V : x^2 + y^2 = 3z, z = 4$
3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (-y)dx + \frac{x}{\sin x} dy$

$$L : \cos x = y \quad A(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}), B(\frac{\pi}{2}, 0)$$

4. Біртекті, жазық дененің ОУ өсіне қатысты статистикалық моментін табыңыз:
 $y = 2x, x = 0, y = 1, \gamma = 2$
1. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.
 $V : \frac{y^2}{8} = z, 3y + 2x = 12, z = 0, y = 0, x = 0$

№25.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_1^2 dy \int_1^{\sqrt{16-y^2}} f(x, y) dx$
2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз: $\iiint_V z dx dy dz$ $V : x^2 + y^2 = z - 1, z = 5$
3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L \frac{y}{\ln x} dx - x^2 dy$ $L : \ln x = y$ $A(e, 1) B(e^2, 2)$
4. Біртекті радиусы a шеңбердің инерция моментінің төрттен бірін, шеңбердің диаметріне қатысты табыңыз, $\gamma = 1$
5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.
 $V : 4 - y^2 = z, z = y^2 + 2, x = -1, x = 2.$

№26.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{25-x^2}} f(x, y) dy$
2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз: $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} \cdot z dx dy dz$ $V : 3x^2 + 3y^2 = z, z = 4$
3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L \frac{y+1}{x} dx + (x-1) dy$
 $L : \ln x = y \quad A(1,0) B(e,1)$
4. Біртекті тік бұрышты үшбұрыштың статистикалық моментін в катетіне қатысты есептеңіз егер катеттері $a, b, \gamma = 1$
5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз
 $V : z = 0, z = x^2, x + y = 2, y = 0.$

№27.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_0^2 dy \int_{\frac{y^2}{4}}^{3-y} f(x, y) dx$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз: $\iiint_V xz dx dy dz$ $V : 2x^2 + 2y^2 = z + 1, z = 0$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (x - y) dx + (2y - x) dy$ $L : x^2 = y$ $A(0,0)$ $B(2,4)$

4. Егер тығыздығы қабырғаларының ұзындығына тең болса, онда ұзындығы а болатын шаршының массасын табыңыз.

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.

$$V : x^2 = y, z + x + y = 4, y = 1, z = 0.$$

№28.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_0^{\frac{1}{2}} dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз:

$$\iiint_V (2x^2 + 2y^2) dx dy dz \quad V : x^2 + y^2 = z - 2, z = 6$$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (y^2 - 2x) dx + \frac{3x}{y} dy$

$$L : e^x = y \quad A(0,1) \quad B(1,e)$$

4. Біртекті радиусы a шеңбердің инерция моментін шеңбердің центріне қатысты табыңыз, $\gamma = 2$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.

$$V : \frac{x^2}{2} = y, y = 2 - z, z = 0$$

№29.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_0^1 dx \int_0^{x^2+1} f(x, y) dy$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз: $\iiint_V z dx dy dz$ $V : x^2 + y^2 = 2z, z = 1$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (x - y)^2 dx + (x + y)^2 dy$

$$L : 1 - x = y \quad A(1,0) \quad B(0,1)$$

4. Біртекті дененің ауырлық центрін табыңыз: $y = -x, x = 0, y = 3$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз.

$$V : y^2 = x, z + x = 1, z = 0$$

№30.

1. Интегралдау ретін өзгертіңіз. Сызбамен көрсетіңіз: $\int_0^1 dx \int_0^{4-x^2} f(x, y) dy$

2. Цилиндрлік координаталарға көшіңіз: $\iiint_V z^2 dx dy dz$ $V : x^2 + y^2 = 5, z = -1, z = 3$

3. Қисық сызықты интегралды есептеңіз: $\int_L (x^2 - y^2) dx + xy dy$

$$L : \frac{3}{4}x = y \quad A(0,0) \quad B(4,3)$$

4. Біртекті радиусы a шеңбердің инерция моментінің төрттен бірін, шеңбердің диаметріне қатысты табыңыз, $\gamma = 1$

5. Үш еселі интегралдың көмегімен дененің көлемін табыңыз. Сызбамен көрсетіңіз

$$V : z = y^2 + x^2 + 1, y = 0, x = 0, z = 0, x = 4, y = 4.$$

2. Жазбаша жұмыстардың нұсқалары

1-бақылау жұмысы

1 нұсқа

1. Бірінші және екінші ретті дербес туындыларын табыңыз:

a) $u = \frac{x^3}{y^2}$; b) $u = \sin^2(x + 3y) + e^{xy}$; c) $u = x \operatorname{arctg} \sqrt{yz}$; d) $u = x^z \ln^2 y$.

2. Күрделі функцияның дербес туындыларын табыңыз:

$$z = \sin \frac{u}{v}, \text{ мұндағы } u = xy^2, \quad v = 2x + y^3.$$

3. Айқын емес түрде берілген $xy^2z - \ln y = a$ функциясының дербес туындыларын табыңыз.

4. $z = x^2 + 2y^2$ бетіне $M(1; 2; 9)$ нүктесінде жүргізілген жанама жазықтық пен нормальдің теңдеуін жазыңыз.

2 нұсқа

1. Бірінші және екінші ретті дербес туындыларын табыңыз:

a) $u = \frac{y^3}{x^2}$; b) $u = \sin^2(4x + 3y^2) - e^{xy}$; c) $u = x \arcsin \sqrt{yz}$; d) $u = y^z \ln^2 x$.

2. Күрделі функцияның дербес туындыларын табыңыз:

$$z = uv^2 - u^3, \text{ мұндағы } u = e^{xy}, \quad v = xe^y.$$

3. Айқын емес түрде берілген $x^2yz - e^y = 0$ функциясының дербес туындыларын табыңыз

4. $z = 3x^2 + y^2$ бетіне $M(1; 2; 7)$ нүктесінде жүргізілген жанама жазықтық пен нормальдің теңдеуін жазыңыз.

3 нұсқа

1. Бірінші және екінші ретті дербес туындыларын табыңыз:

a) $u = \frac{x^4}{y^3}$; b) $u = \cos^2(x + 3y) + e^{xy}$; c) $u = x \cdot \operatorname{arccotg} \sqrt{yz}$; d) $u = y^x \ln^3 z$.

2. Күрделі функцияның дербес туындыларын табыңыз:

$$(2u + 3v)^2, \text{ мұндағы } u = \cos x, \quad v = \frac{1}{x^2}.$$

3. Айқын емес түрде берілген $xy^2z + \ln y - a = 0$ функциясының дербес туындыларын табыңыз.

4. $z = x^2 + y^2 - 4$ бетіне $M(2; 2; 4)$ нүктесінде жүргізілген жанама жазықтық пен нормальдің теңдеуін жазыңыз.

4 нұсқа

1. Бірінші және екінші ретті дербес туындыларын табыңыз:

a) $u = \frac{y^4}{x^3}$; b) $u = e^{xy} - \sin^2(3x - 4y^3)$; c) $u = z \cdot \arccos \sqrt{xy}$; d) $u = z^x \ln^3 y$.

2. Күрделі функцияның дербес туындыларын табыңыз:

$$z = \cos \frac{u}{v}, \text{ мұндағы } u = x^3 y, \quad v = 2x - y^3.$$

3. Айқын емес түрде берілген $x^2 yz + xe^y = 0$ функциясының дербес туындыларын табыңыз

4. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ бетіне $M(1,2,2)$ нүктесінде жүргізілген жанама жазықтық пен нормальдің теңдеуін жазыңыз.

5 нұсқа

1. Бірінші және екінші ретті дербес туындыларын табыңыз:

a) $u = \frac{y^5}{x^2}$; b) $u = \cos^2(3x^2 - 2y) - e^{xy}$; c) $u = z \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{xy}$; d) $u = x^y \ln^3 z$.

2. Күрделі функцияның дербес туындыларын табыңыз:

$$z = (2u - 5v)^2, \text{ мұндағы } u = \cos x, \quad v = \frac{1}{x^2}.$$

3. Айқын емес түрде берілген $x^2 + y^2 + z^2 = 2xyz$ функциясының дербес туындыларын табыңыз.

4. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ бетіне $M(1,2,2)$ нүктесінде жүргізілген жанама жазықтық пен нормальдің теңдеуін жазыңыз.

6 нұсқа

1. Бірінші және екінші ретті дербес туындыларын табыңыз:

a) $u = \frac{x^5}{y^2}$; b) $u = \sin^2(3x^2 + 2y) - e^{xy}$; c) $u = y \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{xz}$; d) $u = y \cdot 2^{\frac{x}{z}}$.

2. Күрделі функцияның дербес туындыларын табыңыз:

$$z = uv^2 - u^3, \text{ мұндағы } u = ye^x, \quad v = e^y.$$

3. Айқын емес түрде берілген $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$ функциясының дербес туындыларын табыңыз.

4. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ бетіне $M(1,2,2)$ нүктесінде жүргізілген жанама жазықтық пен нормальдің теңдеуін жазыңыз.

2-бақылау жұмысы

1 нұсқа

1. Қатарды жинақтылыққа Даламбер белгісі бойынша зерттендер.

1.1 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; 1.2 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n+2)!}$

2. Қатарды жинақтылыққа Коши белгісі бойынша зерттендер.

2.1 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{n^n}$; 2.2 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n-3} \right)^n$

3. Қатарды жинақтылыққа зерттеп, егер жинақты болса абсолютті немесе шартты жинақты екенін анықтаңдар.

3.1 $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{7}} + \dots$; 3.2 $\frac{\sin 1}{1} + \frac{\sin 2}{4} + \frac{\sin 3}{9} + \frac{\sin 4}{16} + \dots$

2 нұсқа

1. Қатарды жинақтылыққа Даламбер белгісі бойынша зерттендер.

$$1.1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{e^n} \quad 1.2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{(2n-1)!}$$

2. Қатарды жинақтылыққа Коши белгісі бойынша зерттеңдер.

$$2.1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n+1)^n}; \quad 2.2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{n+3} \right)^n$$

3. Қатарды жинақтылыққа зерттеп, егер жинақты болса абсолютті немесе шартты жинақты екенін анықтаңдар.

$$3.1 \quad 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{8}} + \dots; \quad 3.2 \quad \frac{\cos 1}{2} + \frac{\cos 2}{4} + \frac{\cos 3}{8} + \frac{\cos 4}{16} + \dots$$

3 нұсқа

1. Қатарды жинақтылыққа Даламбер белгісі бойынша зерттеңдер.

$$1.1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{(n+3)^3}; \quad 1.2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$$

2. Қатарды жинақтылыққа Коши белгісі бойынша зерттеңдер.

$$2.1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{10^n}; \quad 2.2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{n-3} \right)^n$$

3. Қатарды жинақтылыққа зерттеп, егер жинақты болса абсолютті немесе шартты жинақты екенін анықтаңдар.

$$3.1 \quad 1 - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} - \frac{1}{4\sqrt{4}} + \dots; \quad 3.2 \quad \frac{\sin \sqrt{1}}{1} + \frac{\sin \sqrt{2}}{2^2} + \frac{\sin \sqrt{3}}{3^3} + \dots$$

4 нұсқа

1. Қатарды жинақтылыққа Даламбер белгісі бойынша зерттеңдер.

$$1.1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^{n+2}} \quad 1.2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{(2n+2)!}$$

2. Қатарды жинақтылыққа Коши белгісі бойынша зерттеңдер.

$$2.1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^n}{3^n}; \quad 2.2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+5}{5n+3} \right)^n$$

3. Қатарды жинақтылыққа зерттеп, егер жинақты болса абсолютті немесе шартты жинақты екенін анықтаңдар.

$$3.1 \quad 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}} - \frac{1}{\sqrt[3]{4}} + \dots; \quad 3.2 \quad \frac{\cos \sqrt{1}}{3} + \frac{\cos \sqrt{2}}{9} + \frac{\cos \sqrt{3}}{27} + \frac{\cos \sqrt{4}}{81} + \dots$$

5 нұсқа

1. Қатарды жинақтылыққа Даламбер белгісі бойынша зерттеңдер.

$$1.1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)^2}{6^n} \quad 1.2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+3)!}$$

2. Қатарды жинақтылыққа Коши белгісі бойынша зерттеңдер.

$$2.1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n^n}; \quad 2.2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-7}{n+4} \right)^n$$

3. Қатарды жинақтылыққа зерттеп, егер жинақты болса абсолютті немесе шартты жинақты екенін анықтаңыз.

$$3.1 \quad 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{4}} + \frac{1}{\sqrt[3]{9}} - \frac{1}{\sqrt[3]{16}} + \dots; \quad 3.2 \quad \frac{\sin 1}{1} + \frac{\sin 3}{9} + \frac{\sin 5}{25} + \frac{\sin 7}{49} + \dots$$

6 нұсқа

1. Қатарды жинақтылыққа Даламбер белгісі бойынша зерттендер.

$$1.1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n-3)^3} \quad 1.2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^{n+1}}{(n+5)!}$$

2. Қатарды жинақтылыққа Коши белгісі бойынша зерттендер.

$$2.1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{6^n}; \quad 2.2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-9}{4n+3} \right)^n$$

3. Қатарды жинақтылыққа зерттеп, егер жинақты болса абсолютті немесе шартты жинақты екенін анықтаңдар.

$$3.1 \quad 1 - \frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{27}} - \frac{1}{\sqrt{64}} + \dots;$$

$$3.2 \quad \frac{\cos 2}{2} + \frac{\cos 4}{4} + \frac{\cos 8}{8} + \frac{\cos 16}{16} + \dots$$

3-бақылау жұмысы

1 нұсқа

1. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y''' - 13y'' + 12y' = 0$
2. Теңдеудің дербес шешімін табыңыз $y'' + y' = 0, x = 0, y = 2, y' = 2$
3. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y'' + 2y' + y = x^2$
4. Дербес шешімін жалпы түрде жазыңыз $y'' - 9y' + 14y = x^2 e^{7x} + \cos x$
5. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y'' + y = \frac{1}{\cos x}$

2 нұсқа

1. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y''' - 3y'' + 2y' = 0$
2. Теңдеудің дербес шешімін табыңыз $y'' + 2y' = 0, x = 0, y = 1, y' = 2$
3. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y'' + 4y' + 4y = 2x^2 + 1$
4. Дербес шешімін жалпы түрде жазыңыз $y'' + 6y' + 13y = x e^{-3x} \sin 2x$
5. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{x}$

3 нұсқа

1. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y''' - 6y'' + 5y' = 0$
2. Теңдеудің дербес шешімін табыңыз $y'' + 7y' - 8y = 0, y(0) = 4, y'(0) = 3$
3. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y'' + 12y = 2e^{2x}$
4. Дербес шешімін жалпы түрде жазыңыз $y'' - 2y' + 10y = x e^x \sin 3x$
5. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y'' + 6y' + 9y = \frac{e^{-3x}}{2x^2}$

4 нұсқа

1. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y''' - 5y'' + 6y' = 0$
2. Теңдеудің дербес шешімін табыңыз $y'' + 4y' = 0, x = 0, y = 5, y' = 6$
3. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y'' - 6y' + 9y = x^2 + 4x$
4. Дербес шешімін жалпы түрде жазыңыз $y'' - 7y' + 12y = (x+5)e^{3x} \cos 4x$
5. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y'' + y = \operatorname{tg} x$

5 нұсқа

1. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y''' - 7y'' + 12y' = 0$
2. Теңдеудің дербес шешімін табыңыз $y'' + 5y = 0, x = 0, y = 1, y' = \sqrt{5}$

3. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y'' + 6y' + 9y = 3x^2 - x$
4. Дербес шешімін жалпы түрде жазыңыз $y'' - 4y' + 5y = \frac{x}{2}e^{2x}\sin x$
5. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}$

6 нұсқа

1. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y''' - 3y'' - 10y' = 0$
2. Найдите частное решение уравнения $y'' + 2y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$
3. Теңдеудің дербес шешімін табыңыз $y'' + 4y' + 4y = 2x^2 + 1$
4. Дербес шешімін жалпы түрде жазыңыз $y'' + 6y' + 13y = xe^{-3x}\sin 2x$
5. Теңдеудің жалпы шешімін табыңыз $y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{x}$

Өзін-өзі бақылауға арналған тест тапсырмалары

1-2. $a_n = \frac{1 + (-1)^n}{n}$.

1. $a_2 =$ A) $-\frac{1}{2}$; B) 2; C) -2; D) 1; E) $\frac{1}{2}$.

2. $\sum_{n=1}^5 a_n =$ A) $\frac{3}{2}$; B) $\frac{2}{5}$; C) $\frac{7}{4}$; D) 2; E) $\frac{7}{2}$;

3-4. $a_n = \frac{cn + d}{2^n}$; $c, d - \text{const}$; $a_2 = \frac{5}{4}$; $a_3 = 1$.

3. $c =$ A) $\frac{1}{4}$; B) 3; C) -2; D) 4; E) $\frac{1}{2}$.

4. $d =$ A) $\frac{1}{2}$; B) $\frac{3}{2}$; C) -2; D) -3; E) -1.

5. $a_n = \frac{3^n}{n!}$. $\frac{a_{n+1}}{a_n} =$ A) $\frac{n}{n+1}$; B) $\frac{3n}{n+1}$; C) $\frac{3}{n+1}$; D) $\frac{3^n}{n+1}$; E) $\frac{3}{n}$

6. Қатр жинақталық радиусын тап. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot x^n}{6^n \cdot \sqrt[3]{n}}$

A) 5

B) 1

C) 6/5

D) 1/6

E) 5/6

7. Қай тұжырым дұрыс:

A) Қатар $\sum_{n=m}^{\infty} a_n$ жинақталуы үшін оның қалдығы $\sum_{n=N}^{\infty} a_n$ $N > m$ жинақталуы қажетті

және жеткілікті;

B) Егер қатар $\sum_{n=m}^{\infty} a_n$ жинақталса, онда кез келген $c \neq 0$ үшін қатар $\sum_{n=m}^{\infty} ca_n$ жинақты;

C) Егер мына қатар $\sum_{n=m}^{\infty} a_n$ жинақталса, онда оның жалпы мүшесі нөлге ұмтылады;

D) Егер қатар $\sum_{n=m}^{\infty} a_n$ жинақталса, онда оның қалдығы нөлге ұмтылады;

E) Барлық тұжырымдар дұрыс.

8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$ Дербес S_n қосындысын табыңыз .

A) $\frac{1}{4} - \frac{1}{n}$; B) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4(n-4)}$; C) $\frac{1}{4} - \frac{1}{n+4}$; D) $\frac{1}{4(n-4)}$; E) $\frac{1}{4} - \frac{3}{4n}$

9-11. Қатар $\sum_{n=1}^{\infty} (0,3)^n$ берілген. Табыңыздар:

9. u_3 : A) 0,09 ; B) 0,027 ; C) 0,3; D) 0,009; E) 0,91.

10. S_n : A) $\frac{5(1-0,5^n)}{5}$; B) $\frac{4(1-0,3^n)}{6}$; C) $\frac{5(1-0,5^n)}{5}$; D) $\frac{4(1-0,2^n)}{6}$; E) $\frac{3(1-0,3^n)}{7}$.

11. S : A) 0,3 ; B) 0,09 ; C) 0,33; D) 3/7; E) 1/3.

12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{5n+2}$ (1) , $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2+1}$ (2) , $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{8n-1} \right)^n$ (3) .

Қай қатар үшін жинақтылықтың қажетті шарты орындалады ?

A) (1) орындалады; (2) орындалады; (3) орындалмайды.

B) (1) орындалмайды. (2) орындалады; (3) орындалады;

C) (1) орындалады; (2) орындалады; (3) орындалады;

D) (1) орындалмайды. (2) орындалмайды. (3) орындалады; .

E) (1) орындалады; (2) орындалмайды. (3) орындалмайды.

13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(3n^2+1)}$ (1) , $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(5n^3+1)}$ (2) .

A) (1) абсолют жинақты, (2) жинақты;

B) (1) шартты жинақты, (2) жинақты;

C) (1) жинақсыз, (2) жинақсыз;

D) (1) абсолют жинақты, (2) жинақсыз;

E) (1) шартты жинақты, (2) жинақсыз.

14. $\sum_n a_n$ (1) және $\sum_n b_n$ (2) қатарлары берілген.

Егер барлық $n > m$ үшін $0 \leq a_n \leq b_n$ болса, онда:

A) Егер (2) жинақты болса, онда (1) қатар да жинақты болады, ал егер (1) жинақсыз болса, онда (2) қатар да жинақсыз болады;

B) Егер (2) қатар жинақсыз болса, онда (1) қатар да жинақсыз, ал егер (1) қатар жинақты болса, онда (2) қатар да жинақты болады;

C) (1) және (2) қатарлар бірдей жинақталады;

D) (1) және (2) қатарлар бірдей жинақсыз;

15. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^n$ (1), $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+5}{5n-2}$ (2) , $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^2-1}$ (3)

қатарларын жинақтылыққа зерттеңіз.

A) (1) жинақталмайды. (2) жинақталады (3) жинақталмайды.

B) (1) жинақталмайды; (2) жинақталады; (3) жинақталады.

C) (1) жинақталады.; (2) жинақталмайды; (3) жинақталмайды.

D) (1) жинақталады; (2) жинақталады; (3) жинақталады.

E) (1) жинақталмайды; (2) жинақталмайды; (3) жинақталады.

Дұрыс жауаптар

Сұрақтар нөмірі	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Жауап	D	A	B	E	C	B	E	C	B	E	D	B	D	A	C

