

# ПРОСТЫЕ ФОРМЫ КРИСТАЛЛОВ





*Семейство граней, взаимосвязанных всеми симметрическими операциями точечной группы (класса) симметрии называют простой формой кристалла.*

Грани, принадлежащие одной простой форме, равны не только внешне геометрически (увы, в основном, в идеальных, но не реальных условиях роста), но также по своим физическим и химическим свойствам

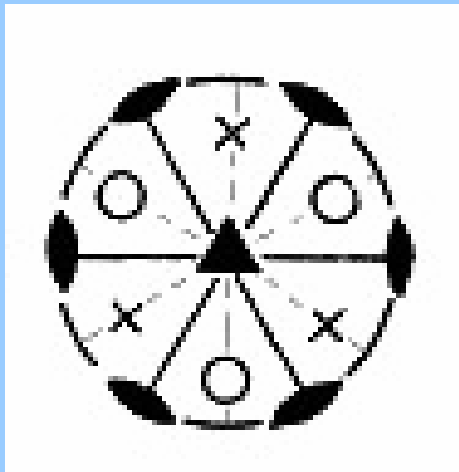
- *Грань частного положения* фиксирована какими-либо элементами симметрии – либо перпендикулярна единичному особому направлению, либо параллельна ему, либо равнонаклонна к *эквивалентным* особым направлениям; все остальные положения граней – *общие*, т. е. не зафиксированные относительно особых направлений в кристалле. Отсюда простые формы, образованные гранями первого типа, называют *частными*, второго – *общими*. И поскольку в любом классе симметрии частные простые формы могут иметь несколько названий, *а общая форма – только одна*, то *каждый класс* симметрии по предложению Е. С. Федорова *определяется названием присущей ему общей простой формы*.

## Грань частного положения:

Перпендикулярна единичному особому направлению

Параллельна единичному особому направлению

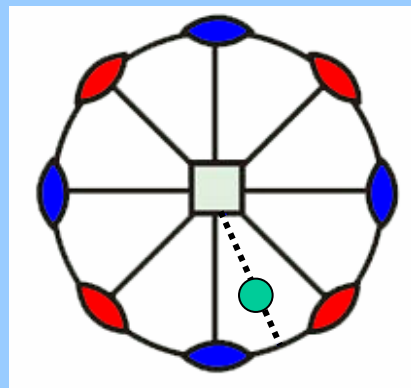
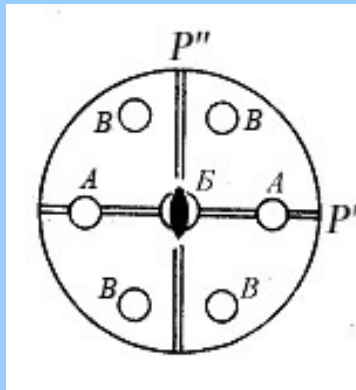
*Равнонаклонна к эквивалентным* особым направлениям



*Грань равнонаклонна к эквивалентным* осям 2-ого порядка, следовательно, она находится в частном положении

## Грань общего положения

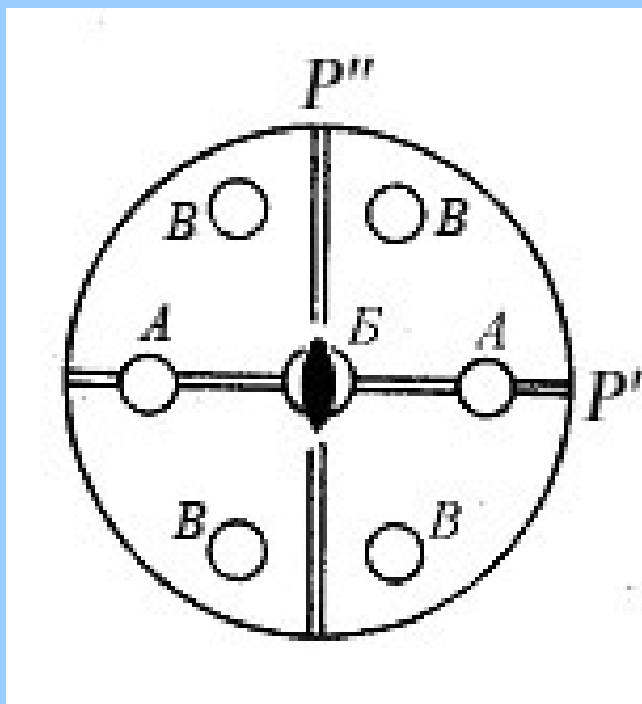
подвергается действию всех операций симметрии данной группы. Поэтому число граней общей формы в данной группе максимально и равно числу операций симметрии, составляющих эту группу, т. е. равно ее порядку. Число граней частной простой формы может быть либо равно, либо меньше числа граней общей формы, так как элементы симметрии, перпендикулярные к грани, ее не размножают.



*Грань равнонаклонна к неэквивалентным осям 2-ого порядка, следовательно, она находится в общем! положении*

Если известен класс симметрии кристалла и собственная симметрия грани данной простой формы, легко вычислить общее количество граней ( $n$ ) в этой простой форме:

$$n = \text{величина симметрии класса ( группы) :} \\ \text{величина собственной симметрии грани}$$



$A$  – собственная симметрия грани  $m'$ ,  
величина симметрии – 2,  
количество граней –  $4 : 2 = 2$

$B$  – собственная симметрия грани  $mm2$ ,  
величина симметрии – 4,  
количество граней –  $4 : 4 = 1$

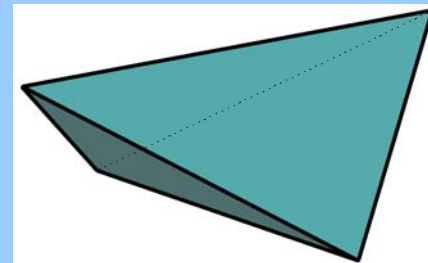
$V$  – собственная симметрия грани  $1$ ,  
величина симметрии – 1,  
количество граней –  $4 : 1 = 4$

## Понятия «открытая» и «закрытая» простая форма.

Если совокупность граней одной простой формы полностью замыкает заключенное между ними пространство, то *она считается закрытой* .

Если совокупность граней одной простой формы не замыкает заключенное между ними пространство, то *она считается открытой* .

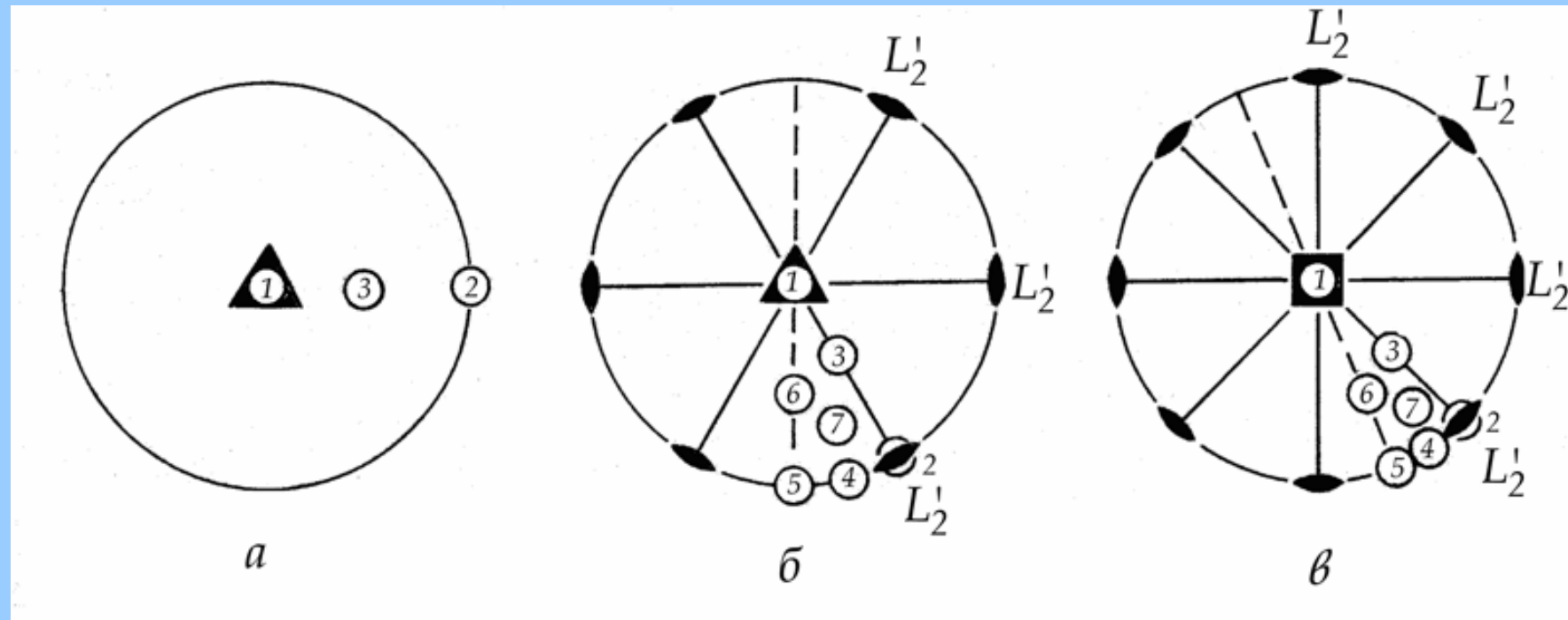
Минимальное число граней для замыкания пространства – **4**.



Открытые формы встречаются в кристаллах низшей и средней категорий, но **не возможны в кристаллах кубической сингонии**

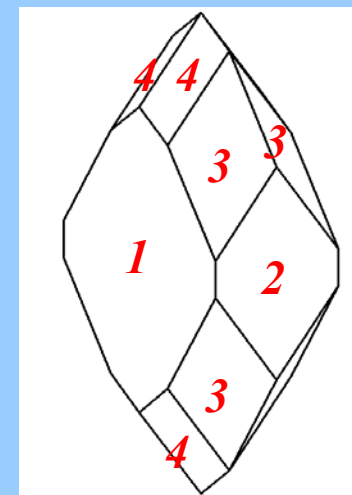


## Принципиально различные позиции граней



- a* – с единственным особым направлением (3 – общее положение)
- б* – с эквивалентными побочными направлениями (6 – частное, 7 – общего положения);
- в* – с неэквивалентными побочными направлениями (6 и 7 – общее положение).

В огранке кристалла могут участвовать грани либо одной простой формы (закрытой), либо нескольких, образуя *комбинационные многогранники*.



В одном классе может быть несколько принципиально разных частных положений и **только одно общее**

Поэтому общая простая форма служит характеристикой данного класса симметрии, *передавая ему свое название*.

Число простых форм кристаллов конечно и якобы «равно **47**» (**32**+**15**).

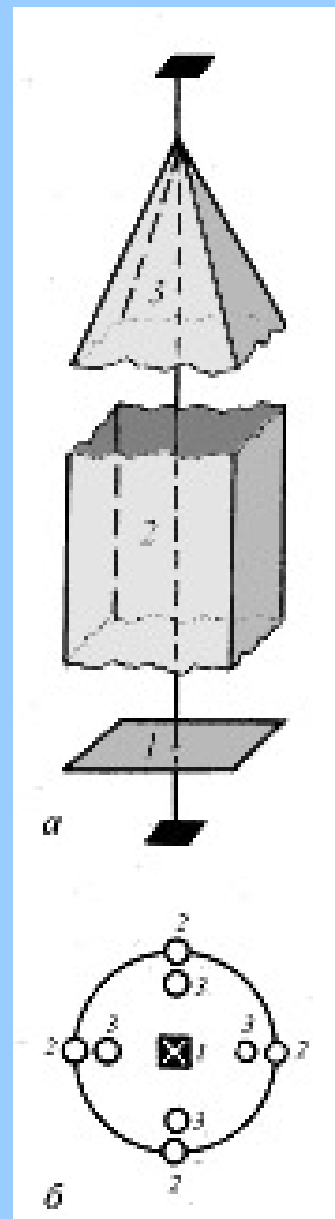
*В основу названий простых форм положены греческие слова*

|             |          |  |
|-------------|----------|--|
| μονο –      | МОНО     | ОДИН,  |
| δι –        | ДИ       | ДВА  |
| τρι –       | ТРИ      | ТРИ  |
| τετρα –     | ТЕТРА    | ЧЕТЫРЕ   |
| πεντα –     | ПЕНТА    | ПЯТЬ   |
| εξα –       | ГЕКСА    | ШЕСТЬ  |
| οκτα –      | ОКТА     | ВОСЕМЬ   |
| δεκα –      | ДЕКА     | ДЕСЯТЬ,  |
| δωδεκα –    | ДОДЕКА   | ДВЕНАДЦАТЬ,  |
| εδρα –      | ЭДРА     | ГРАНЬ,   |
| τραπεζιον   | ТРАПЕЦА  | 4-угольник с двумя неравными<br>и двумя равными сторонами, |
| πρισμα      | ПРИЗМА   | ПРИЗМА   |
| πυραμιζ     | ПИРАМИДА | ПИРАМИДА   |
| πινακοειδηζ | ПИНАКОИД | ИМЕЮЩИЙ ВИД ДОСКИ,   |
| σκαληνοζ    | СКАЛЕНА  | КОСОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК                                   |

## Простые формы кристаллов в классах $C_n = L_n$

Грань 1, перпендикулярная расположенной вертикально поворотной оси  $L_n$ , не размножается этой осью. Такая одногранная форма независимо от порядка оси называется **моноэдром** (от греч. *моно* (оvоμ) – один, *эдра* (αρδε) – грань) (устаревшее название простой формы - **педион**).

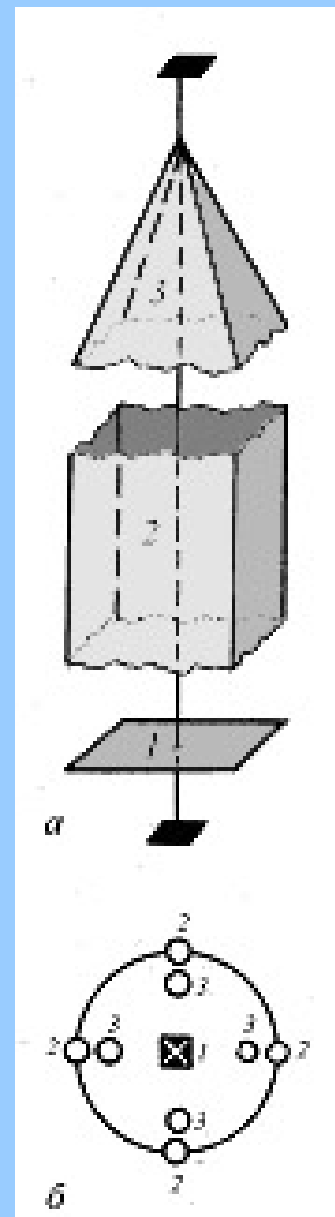
Грань 2, параллельная оси  $L_n$ , размножаясь этой осью, создает простую форму, грани которой пересекаются по параллельным ребрам, – ***n*-гональную призму** с правильным *n*-угольником в перпендикулярном этой оси сечении. ***n*-гональные** призмы в зависимости от порядка главной оси могут быть **гексагональными, тетрагональными, тригональными**.

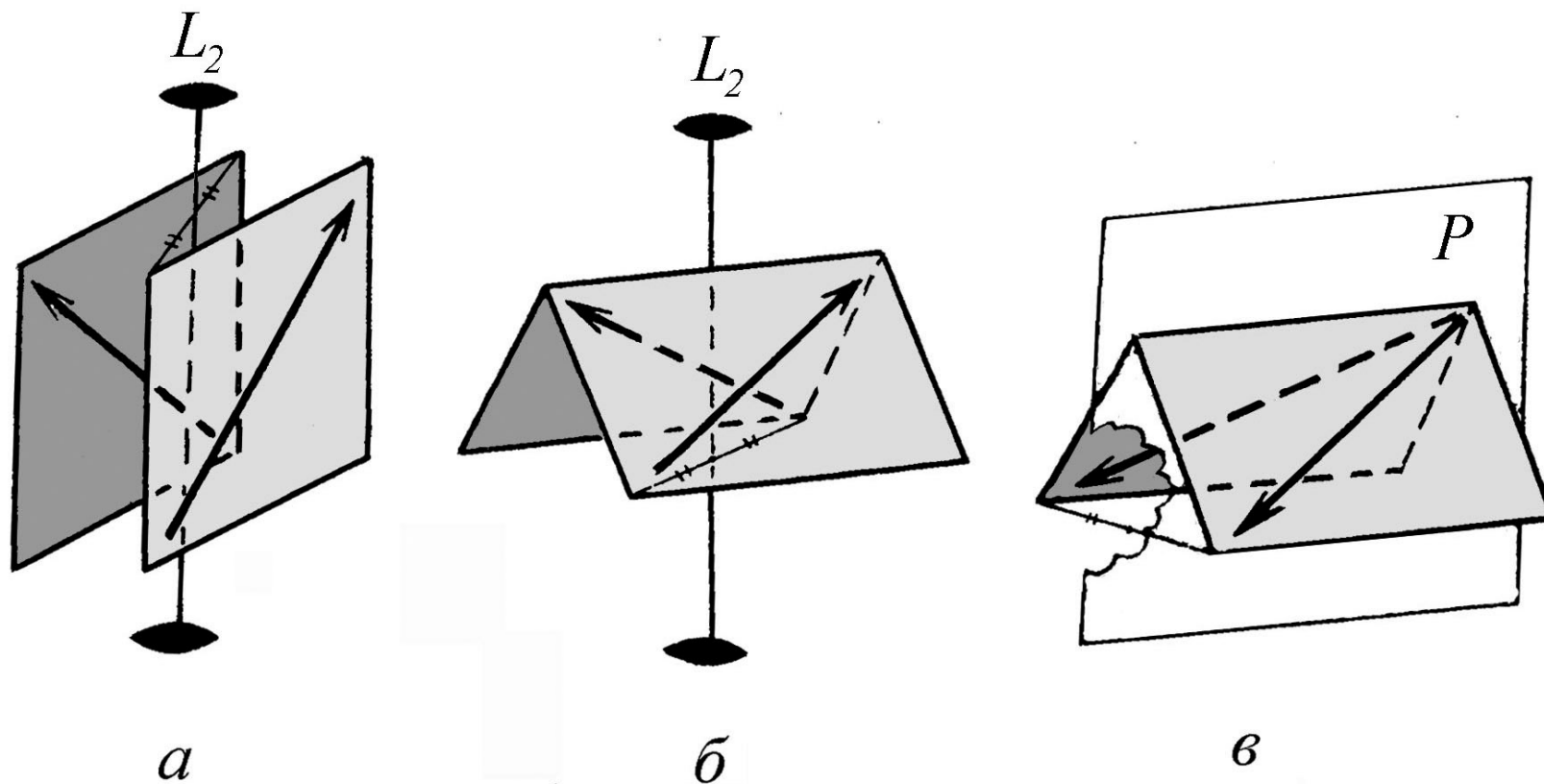


## Простые формы кристаллов в классах $C_n = L_n$

В случае вертикальной оси 2-го порядка (класс  $C_2$ ) получаем две параллельные грани – «вырожденную» двугранную **дигональную** призму, называемую **пинакоидом** (от греч. *пинакс* (ξανίπ) – дощечка).

Грань 3, расположенная под косым углом к оси  $L_n$ , размножаясь ею, образует форму – ***n*-гональную пирамиду**. Так же как и *n*-гональные призмы, *n*-гональные пирамиды различаются своими сечениями, перпендикулярными главной оси  $L_n$ : **гексагональная пирамида, тетрагональная, тригональная**. Если главная ось 2-го порядка, то **дигональная** пирамида вырождается в форму из двух наклонных пересекающихся граней, напоминающую косую «крышу» и называемую **осевым диэдром** (греч. *ди* (ιδ) – дважды) (устаревшее название простой формы - *сфеноид*)

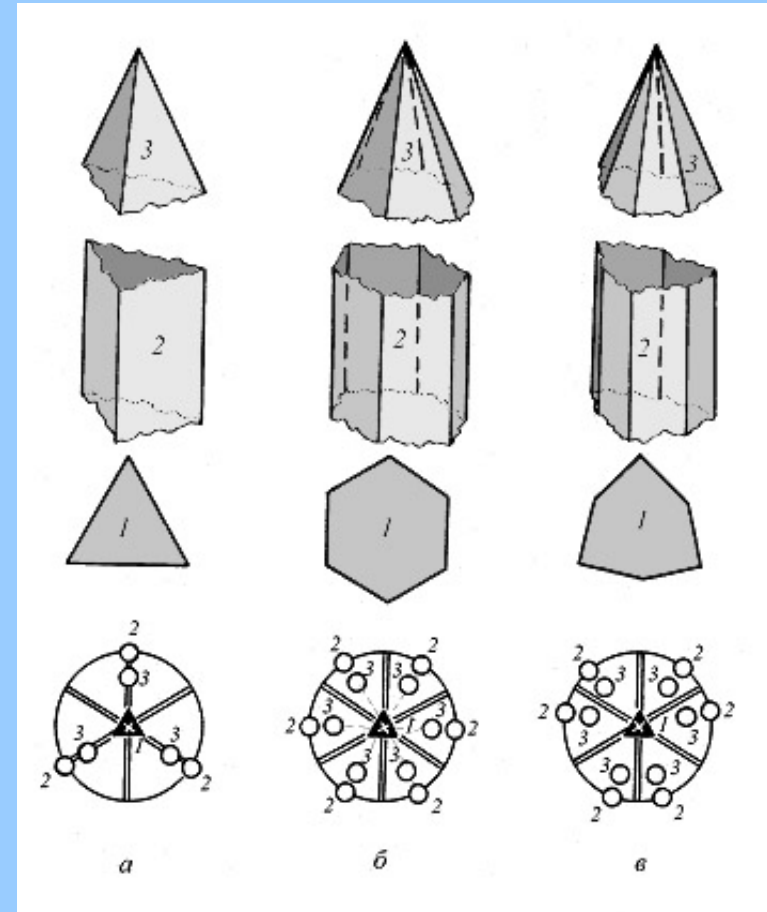




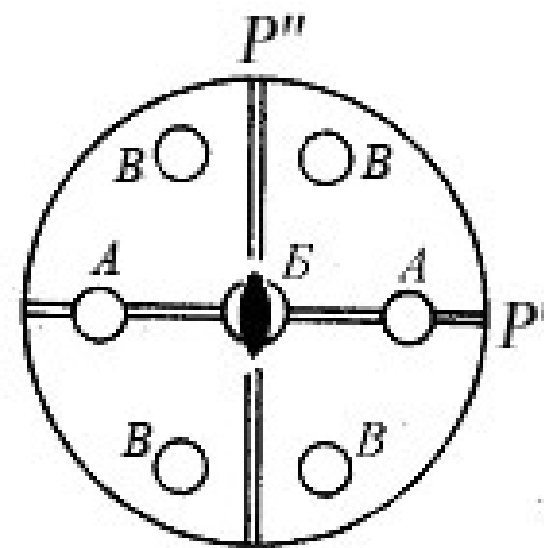
Пинакоид, осевой и плоскостной диэдр

# Простые формы кристаллов в классах $C_{nv} = L_n nP$

Помимо призм и пирамид с  $n$ -гональными сечениями в указанных классах есть простые формы, образованные гранями, расположенными под произвольными углами к эквивалентным плоскостям симметрии. В главных сечениях таких форм при равных сторонах углы равны через один – это так называемые **ди- $n$ -гональные** сечения. Отсюда и названия образованных такими гранями простых форм – **ди- $n$ -гональные призмы** (частные пр. ф.) и **ди- $n$ -гональные пирамиды** (общие пр. ф.).



В классе  $C_{2v}$  грани, параллельные одной из плоскостей и перпендикулярные другой, образуют **пинакоид** (вырожденную двухгранную призму), а расположенные наклонно к плоскостям симметрии образуют в перпендикулярном оси  $L_2$  сечении ромб. Отсюда частная простая форма, образованная гранями, параллельными оси  $L_2$ , называется **ромбической призмой**, а общая (В), образованная наклонными - **ромбической пирамидой**.



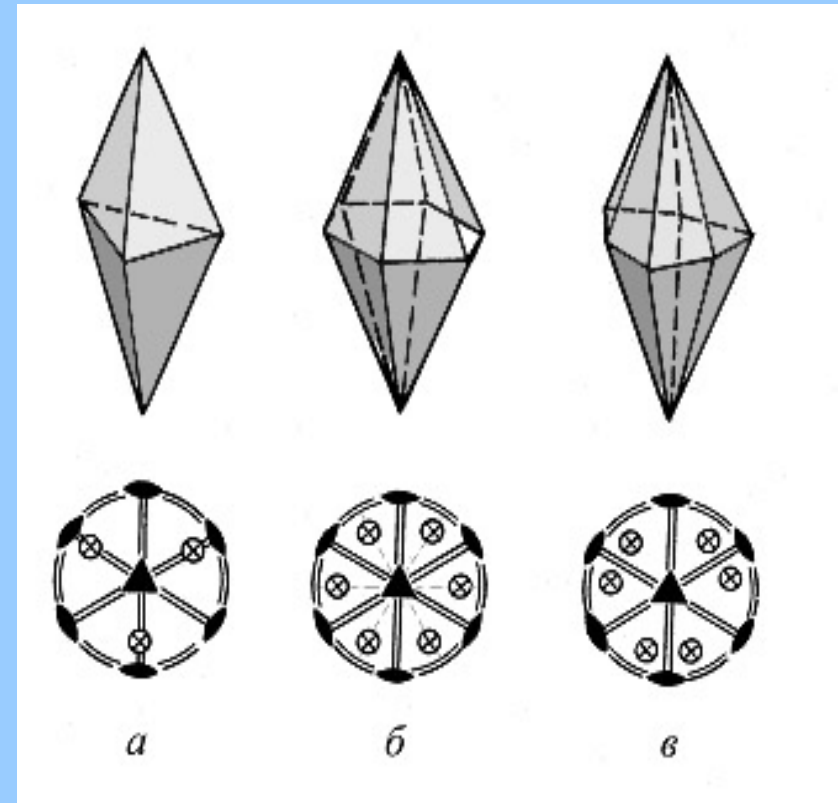
В классе  $C_s = P$  грани размножаются лишь отражением в единственной плоскости симметрии, и новой будет лишь общая простая форма, образованная двумя наклонными к плоскости гранями – «прямая крыша», – **диздр плоскостной** (устар. **до'ма**).



# Простые формы кристаллов в классах

$$C_{nh} = L_n P_h (C) \text{ и } D_{nh} = L_n n L_2 n P_v P_h (C)$$

Неизменными в классах  $C_{nh}$  и  $D_{nh}$  останутся лишь призматические формы —  ***$n$ -гональные и ди- $n$ -гональные призмы.*** Остальные простые формы получаются отражением выведенных ранее в классах  $C_n$  и  $C_{nv}$  простых форм в горизонтальной плоскости симметрии  $P_h$ , перпендикулярной главной оси:



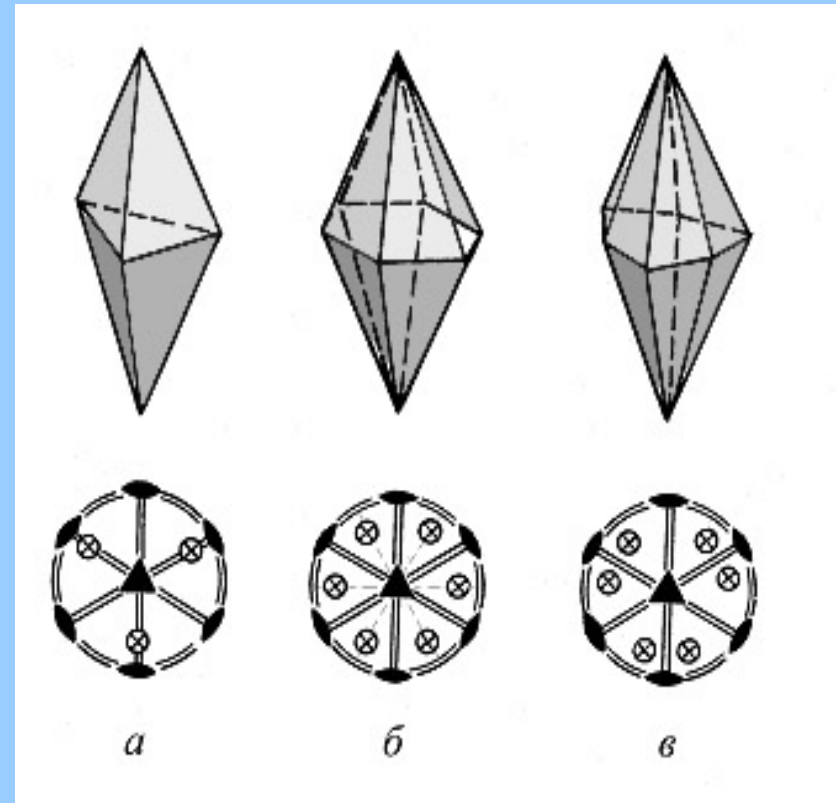
## Простые формы кристаллов в классах

$$C_{nh} = L_n P_h (C) \text{ и } D_{nh} = L_n n L_2 n P_v P_h (C)$$

Моноэдры при этом превратятся в *пинакоиды*;

пирамиды создадут новые, но уже закрытые простые формы – *n-гональные и ди-n-гональные бипирамиды*.

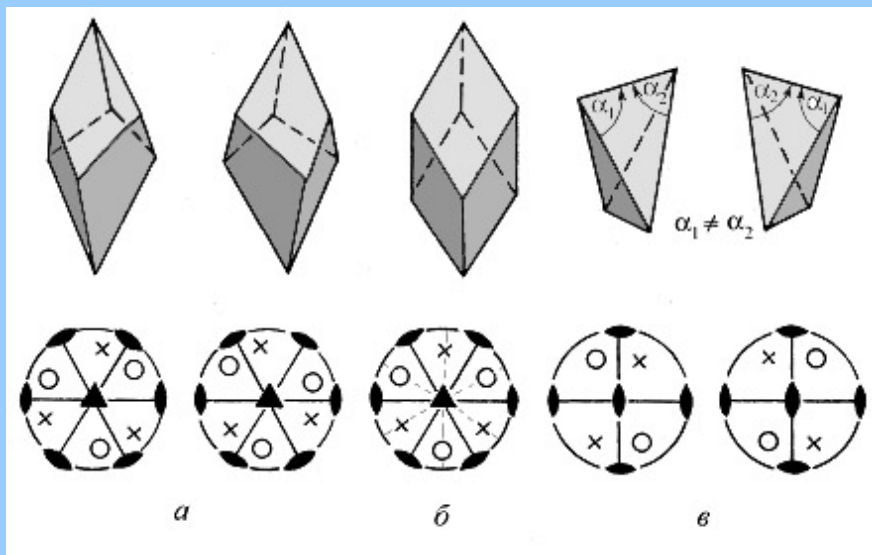
Диэдры из классов  $L_2$  и  $L_2 2P$  превратятся в простую форму из четырех попарно параллельных граней, т. е. призму с ромбическим сечением – *ромбическую призму* (лежащую на боку), геометрически подобную выведенной ранее в классе  $C_{2v}$



## Простые формы кристаллов в классах $D_n = L_n n L_2$

Без изменений из бипирамидальных классов  $C_{nh}$  и  $D_{nh}$  в группы  $D_n$  переходят такие формы, грани которых либо перпендикулярны, либо параллельны главной оси симметрии, – это **пинакоиды** и ***n*-гональные** или **ди-*n*-гональные призмы**. Наклонные грани дадут уже выведенные ранее формы – ***n*-гональные бипирамиды**.

Однако «удвоение» граней пирамид происходит в классах  $D_n$  не за счет отражения в горизонтальной плоскости симметрии, как в

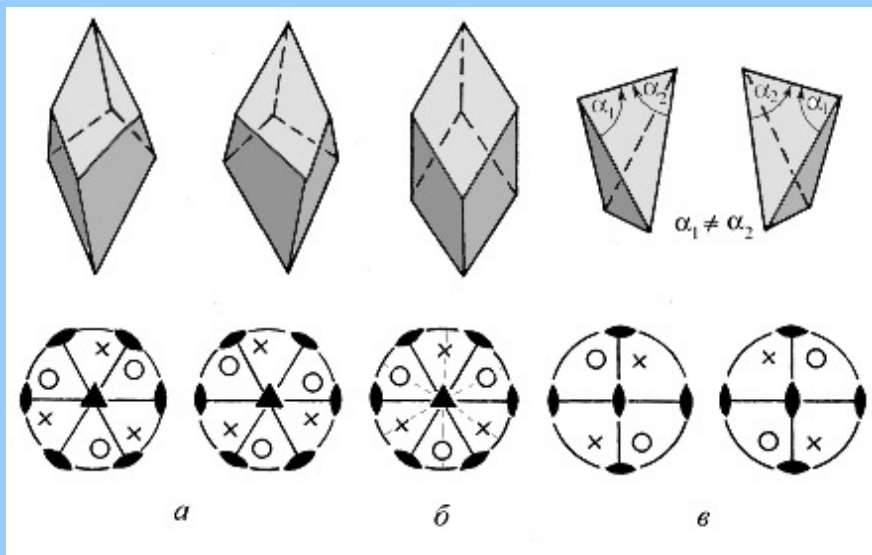


классах  $C_{nh}$  и  $D_{nh}$ , а за счет поворота вокруг горизонтальной оси  $L_2$ .

В классе  $D_2 = 3L_2$  подобная грань даст также уже выведенную в классах  $C_{2h}$  и  $D_{2h}$  простую форму – **ромбическую призму**.

## Простые формы кристаллов в классах $D_n = L_n n L_2$

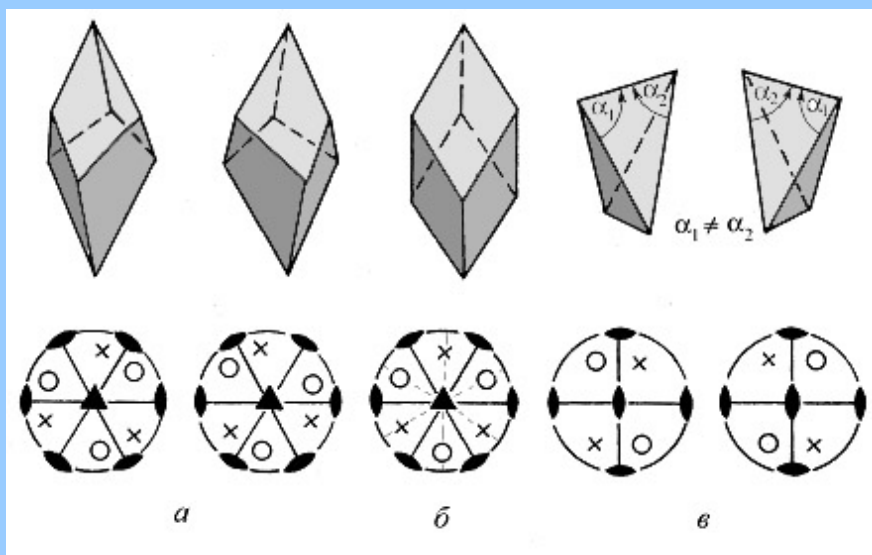
Новые простые формы в классах  $D_n$  дадут грани общего положения – это  ***$n$ -гональные трапецоэдры*** с гранями в форме неправильных четырехугольников (греч. ***трапеца*** (траπεζα) – столешница, неправильный четырехугольник).



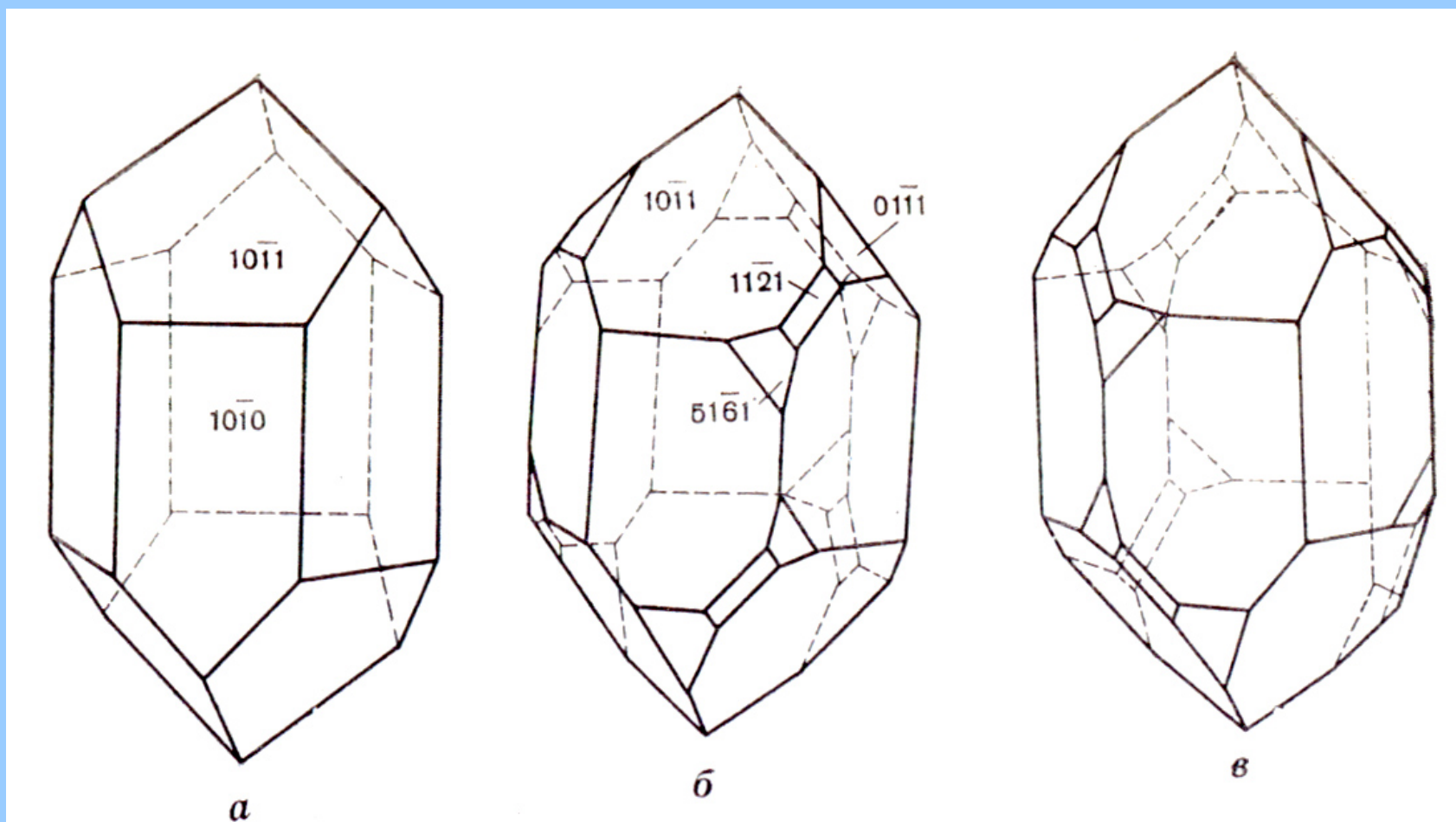
В соответствии с названиями общих простых форм классы  $D_n$  называют  ***$n$ -гонально-трапецоэдрическими***. Класс  $D_2$  называют ***ромбо-тетраэдрическим***.

## Простые формы кристаллов в классах $D_n = L_n n L_2$

Верхняя пирамида многогранника в классах  $D_n$  может быть повернута относительно нижней по часовой стрелке или в противоположном направлении, отсюда и трапецоэдры соответственно могут быть «правыми» и «левыми», т. е. **энантиоморфными**. Такие простые формы встречаются лишь в осевых классах, не содержащих операций симметрии  $\Pi$ -го рода.



## Правизна-левизна в минеральном мире



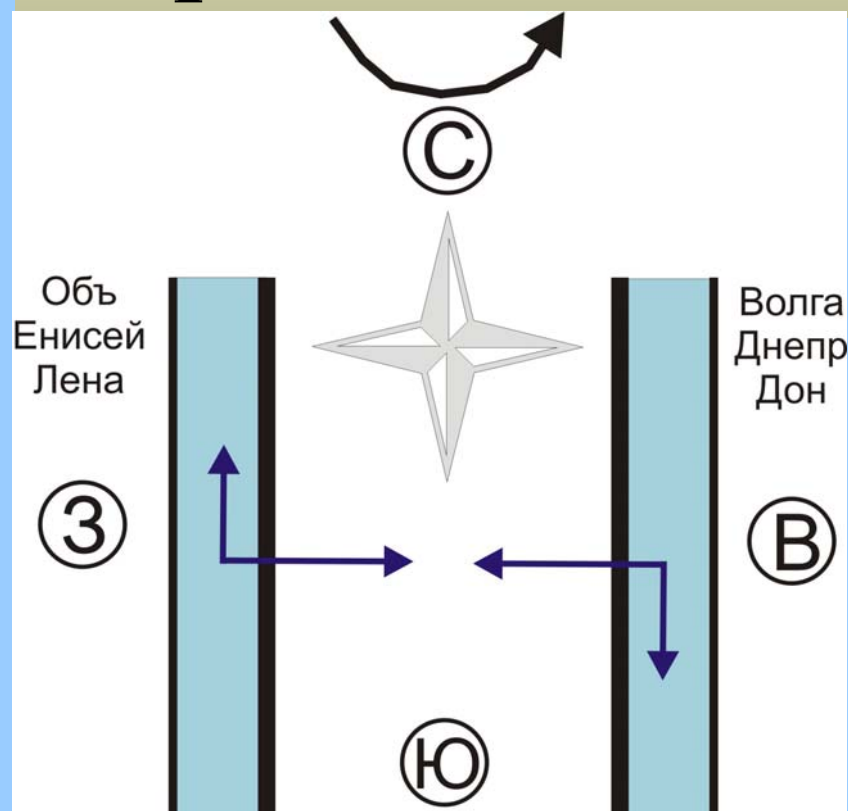
Обычная (а), правая (б) и левая (в)  
формы кристалла кварца

## Относительная распространенность правого и левого кварца (Дэна и др., 1966)

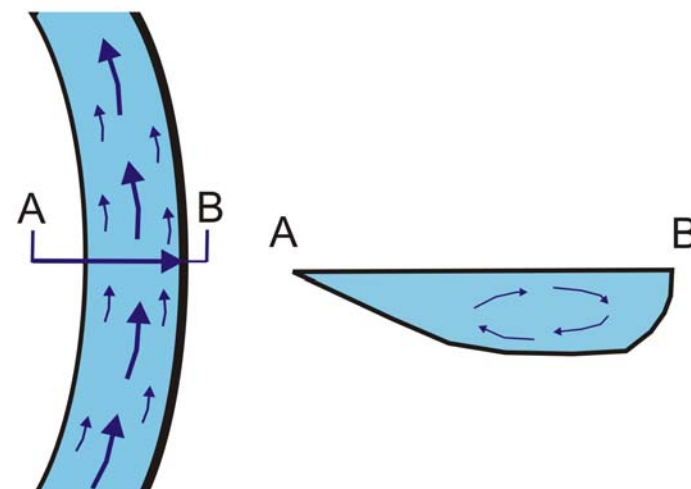
| Количество изученных кристаллов | Левый, %    | Правый, %   | Район                 |
|---------------------------------|-------------|-------------|-----------------------|
| 4442                            | 50,05       | 49,95       | Бразилия              |
| 2415                            | 50,68       | 49,32       | Бразилия,<br>Колумбия |
| 1811                            | 50,6        | 49,4        | Швейцария             |
| 6404                            | 50,61       | 49,39       | СССР                  |
| 298 (несдвойникованные)         | 50,7        | 49,3        | США, Аляска           |
| 383 (дофинеиеские двойники)     | 50,1        | 49,9        | США, Аляска           |
| 214 (несдвойникованные)         | 52,3        | 47,7        | Австрия               |
| 840 (дофинеиеские двойники)     | 50,7        | 49,3        | Австрия               |
| <b>Всего 16807</b>              | <b>50,5</b> | <b>49,5</b> |                       |



# Вращение Земли и закон Бэра



В южном полушарии реки ведут себя противоположным образом



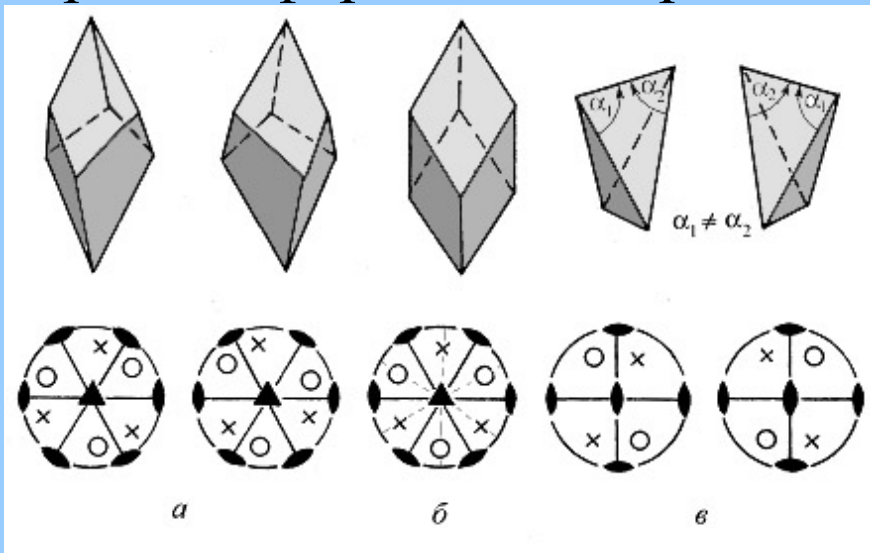
А.Эйнштейн «Причины образования извилин в руслах рек и так называемый закон Бэра». 1926 г.

**«Относительно небольшие постоянно действующие причины способны оказывать значительное влияние» А.Эйнштейн. 1926 г.**



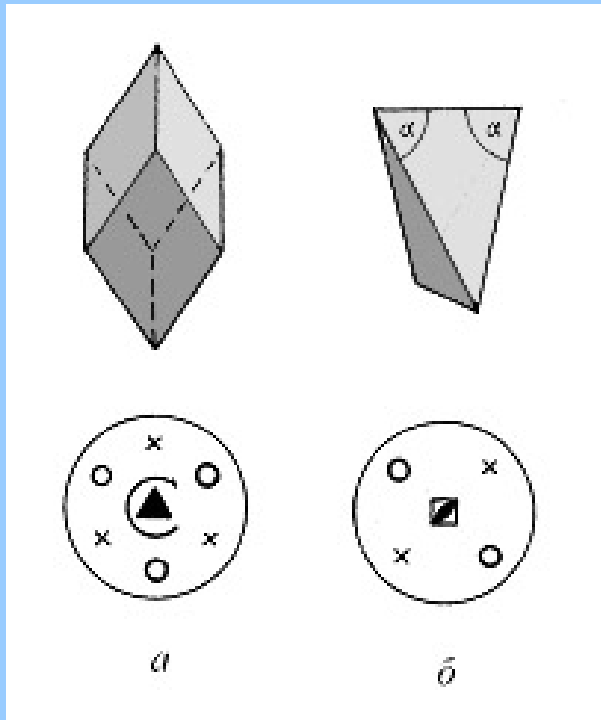
## Простые формы кристаллов в классах $D_n = L_n n L_2$

В классе  $D_3$  с нечетным порядком главной оси кроме *тригональных бипирамиды* и *трапецоэдра* появляется новая простая форма, образованная гранями, равнонаклонными к эквивалентным горизонтальным осям  $L_2$ , где каждая верхняя грань расположена симметрично относительно двух нижних граней. Такая частная простая форма “**симметризированный трапецоэдр**” – носит название *ромбоэдр*, (форма граней этой простой формы в виде ромбов).



В классах  $D_4$  и  $D_6$  грани, расположенные симметрично относительно двух нижних, оказываются гранями **общего положения** (равнонаклонны к неэквивалентным осям) названия образованных такими гранями общих простых форм – *трапецоэдры тетрагональный* и *гексагональный*.

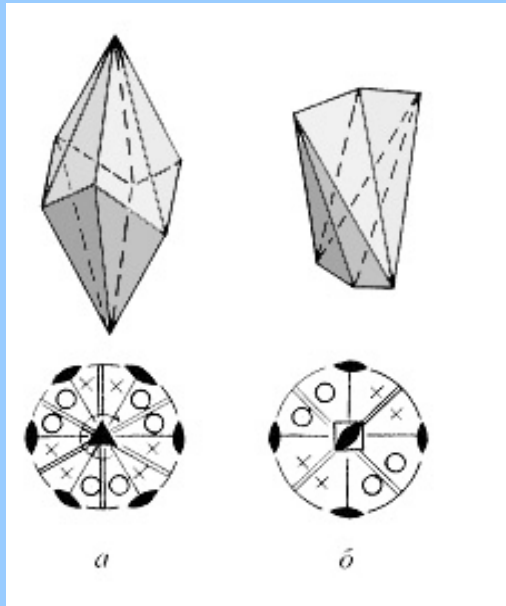
## Простые формы кристаллов в классах $S_{2n}$



Новые простые формы в классах  $S_4$  и  $S_6 = L_3C$  будут образованы лишь гранями общего положения. Зеркальный поворот располагает верхние грани симметрично относительно нижних. В классе  $S_6$  - это **ромбоэдр**, выведенный ранее как частная форма в классе  $D_3$ . В классе  $S_4$  получаем четырехгранник, в котором две верхние грани развернуты относительно двух нижних на  $90^\circ$ , – **тетрагональный тетраэдр**; его грани – равнобедренные треугольники.

В центросимметричном классе  $S_2 = C$  имеются только общие простые формы – **пинакоиды**, образованные двумя параллельными гранями.

## Простые формы кристаллов в классах $D_{nd}$



*Ромбоэдр* в классе  $D_{3d}$  и *тетрагональный тетраэдр* в классе  $D_{2d}$  - частные простые формы (грани перпендикулярны плоскостям симметрии). В общем положении грани этих простых форм удваиваются – преломляются, образуя новые простые формы – ***n-гональные скаленоэдры*** (греч. *скаленос* (σκαληνοζ) – разносторонний треугольник). Каждая пара верхних граней расположена симметрично между двумя парами нижних граней.

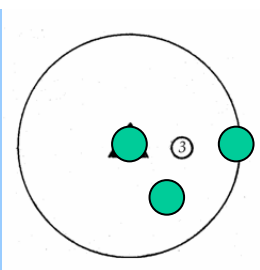
В кристаллах возможны лишь две скаленоэдрические формы: *тригональный скаленоэдр* (преломленный ромбоэдр) (в классе  $D_{3d}$ ) и *тетрагональный скаленоэдр* (преломленный тетрагональный тетраэдр) (в классе  $D_{2d}$ ).

Классы  $D_{nd}$  называют *n-гонально-скаленоэдрическими*.

**Проверим, что в**  
**НИЗШЕЙ И СРЕДНЕЙ**  
**КАТЕГОРИИ**

**32**

**ПРОСТЫЕ ФОРМЫ**



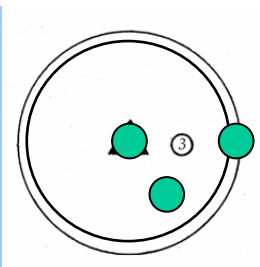
**Классы с единственным особым  
направлением  $C_n$**

|   | Класс | 1   | 2   | 3  | Название по<br>общей форме         |
|---|-------|---|---|--|------------------------------------|
| 1 | $C_1$ |    |   |  | <i>монокристаллический</i>         |
| 2 | $C_2$ |    | <br>пинакоид | <br>дигдр (ос.) | <i>дигдрический осевой</i>         |
| 3 | $C_3$ |    |               |                 | <i>тригонально-пирамидальный</i>   |
| 4 | $C_4$ |  |             |               | <i>тетрагонально-пирамидальный</i> |
| 5 | $C_6$ |  |             |               | <i>гексагонально-пирамидальный</i> |

монокристалл

$n$ -гональная  
призма

$n$ -гональная  
пирамида



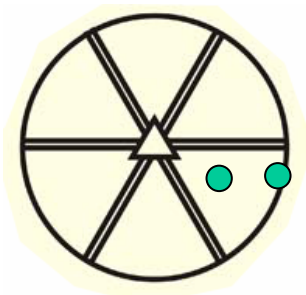
**Классы с единственным особым  
направлением  $C_{nh}$**

| Класс    | 1 | 2                | 3                   | Название по<br>общей форме        |
|----------|---|------------------|---------------------|-----------------------------------|
| $C_{2h}$ |   | <br>пинакоид     | <br>Ромб.<br>призма | ромбо-<br>призматический          |
| $C_{3h}$ |   | <br>призмы       |                     | тригонально-<br>бипирамидальный   |
| $C_{4h}$ |   | <br>квадратные   |                     | тетрагонально-<br>бипирамидальный |
| $C_{6h}$ |   | <br>шестигранные |                     | гексагонально-<br>бипирамидальный |



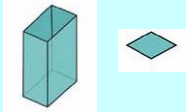


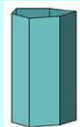


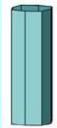


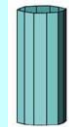


моноэдры  
станут  
пинакоидами

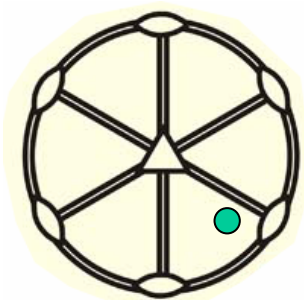
$n$ -гональная  
призма

$n$ -гональная  
бипирамида







## Классы $C_{nv}$

| Класс             | 1-3         | 4  | 5 | 6 | 7  | Название по общей форме                 |
|-------------------|-------------|--|---|---|--|---|
| $C_{1v}=C_{1h}=P$ | Пов-<br>тор | <br>диэдр (пл.)   |   |   | <br>диэдр (пл.) | диэдрический<br>плоскостной             |
| $C_{2v}$          |             | <br>     |   |   |                 | ромбо-<br>пирамидальный                 |
| $C_{3v}$          |             | <br>   |   |   |                | дитригонально-<br>пирамидальный         |
| $C_{4v}$          |             | <br> |   |   |               | дитетрагонально-<br>пирамидальный       |
| $C_{6v}$          |             | <br> |   |   |               | дигексагонально-<br>пирамидальный       |
|                   |             | Ди- <i>n</i> -<br>гональная<br>призма  |   |   |  | Ди- <i>n</i> -<br>гональная<br>пирамида |

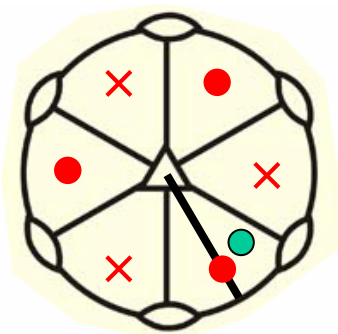


## Классы $D_{nh}$


| Класс    | 1-3 | 4 | 5 | 6 | 7   | Название по общей форме             |
|----------|-----|---|---|---|---|-------------------------------------|
| $D_{2h}$ |     |   |   |   |    | ромбо-<br>бипирамидальный           |
| $D_{3h}$ |     |   |   |   |    | дигригонально-<br>бипирамидальный   |
| $D_{4h}$ |     |   |   |   |   | дитетрагонально-<br>бипирамидальный |
| $D_{6h}$ |     |   |   |   |  | дигексагонально-<br>бипирамидальный |

Ди-*n*-  
гональная  
бипирамида

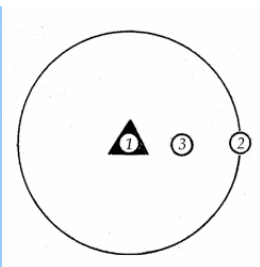




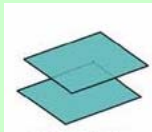

## Классы $D_n$

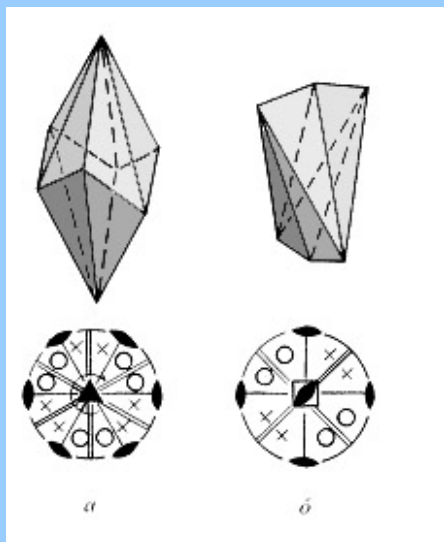
| Класс | 1                     | 2                          | 3                          | 4                                      | 5        | 6   | 7   | Название по общей форме                     |
|-------|-----------------------|----------------------------|----------------------------|--|----------|---|---|---|
| $D_2$ | Пи<br>на<br>ко<br>иды | $n$ -го<br>на<br>ль<br>ные | $n$ -го<br>на<br>ль<br>ные | Ди<br>- $n$ -<br>го<br>на<br>ль<br>ные |          |   |    | <i>ромбо-<br/>тетраэдрический</i>           |
| $D_3$ |                       |                            |                            |  |          |  |    | <i>тригонально-<br/>трапецоэдрический</i>   |
| $D_4$ |                       |                            |                            |  | Ромбоэдр |   |   | <i>тетрагонально-<br/>трапецоэдрический</i> |
| $D_6$ |                       |                            |                            |  |          |   |  | <i>гексагонально-<br/>трапецоэдрический</i> |

$n$ -гональный  
трапецоэдр



**Классы с единственным особым  
направлением  $S_{2n}$  2, 4, 6**

| Класс        | 1 | 2 | 3   | Название по общей<br>форме                |
|--------------|---|---|---|---|
| $S_2 = C$    |   |   |    | <i>пинакоидальный</i>                     |
| $S_4$        |   |   |   | <i>тетрагонально-<br/>тетраэдрический</i> |
| $S_6 = L_3C$ |   |   |  | <i>ромбоэдрический</i>                    |



## *Классы $D_{nd}$*

| Класс    | 7   | Название по общей форме                     |
|----------|---|---|
| $D_{2d}$ |   | <i>тетрагонально-<br/>скаленоэдрический</i> |
| $D_{3d}$ |  | <i>тригонально-<br/>скаленоэдрический</i>   |

# ОБЛИК

**Облик** – Термин используется в минералогии и кристаллографии при описании внешнего вида кристаллов и *характеризует размеры кристалла в различных направлениях*. Например, кристаллы алмаза, пирита, гранатов и других минералов имеют изометричный облик, т. е. одинаковые размеры во всех направлениях. Неизометричные кристаллы таких минералов как эгирин, турмалин, берилл и др. могут быть игольчатого, столбчатого, нитевидного облика (т. е. вытянутыми в одном направлении), либо таблитчатыми, пластинчатыми, листоватыми – уплощенного облика (например, кристаллы гематита, биотита и др.).



# ОБЛИК

*«Степень изометричности кристалла»*



*столбчатый*



*изометричный*



*уплощенный*

Термин «*габитус*» используется для более детальной характеристики внешней формы кристаллов, отражая преобладание в их огранке тех или иных простых форм (например, призматический, бипирамидальный, кубический габитус и т. д.). При этом кристаллы минералов одного и того же облика (например, столбчатого) могут иметь различный габитус.



Габитус кристаллов является важным диагностическим признаком минералов.

# ГАБИТУС

*«Описание степени развития простых форм,  
участвующих в огранке данного кристалла»*



*октаэдрический*



*Гексагонально  
призматически  
ромбоэдрический*



*Тригонально  
скаленоэдрически  
ромбоэдрически  
призматический*



*Гексаэдрически  
ромбододекаэдрический*



*Пинакодально  
гексагонально  
призматический*

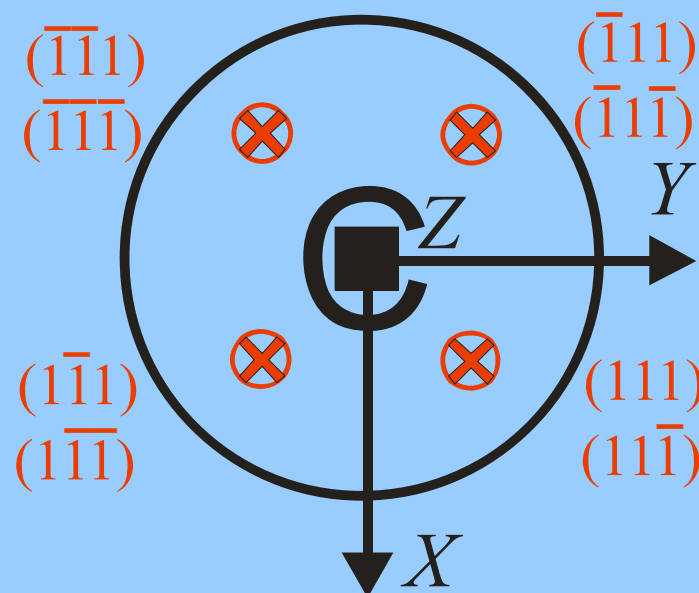
## Как теперь будем описывать кристалл



|  |   |
|--|---|
| категория                              | Средняя ( $a=b \neq c$ )                          |
| сингония                               | Тетрагональная ( $\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$ ) |
| класс по Г-М                           | $4/m$   |
| класс по Ш                             | $C_{4h}$  |
| класс по Браве                         | $L_4PC$   |
| <i>класс по общей форме</i>            | <i>тетрагонально-бипирамидальный</i>              |
| <i>величина симметрии класса (ВСК)</i> | $4 \cdot 2 = 8$                                   |



## Как теперь будем описывать кристалл



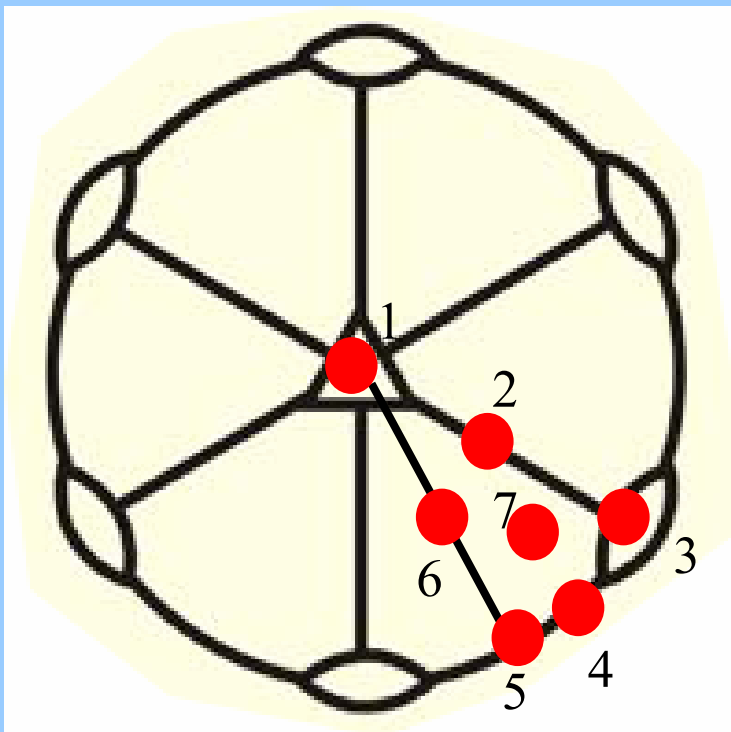
|                                      |                              |
|--------------------------------------|------------------------------|
| №                                    | 1                            |
| символ простой формы                 | $\{111\}$                    |
| собственная симметрия грани (ССГ)    | 1                            |
| величина собственной симметрии (ВСС) | 1                            |
| число граней                         | 8 (= ВСК/ВСС)                |
| открытая - закрытая                  | закрытая                     |
| общая - частная                      | общая                        |
| название                             | тетрагональная<br>бипирамида |

## Как теперь будем описывать кристалл



|         |                               |
|---------|-------------------------------|
| Облик   | удлинённый                    |
| Габитус | Тетрагонально-бипирамидальный |

## На контрольной – задача на описание класса



1) – пинакоид, 2 грани,  $vcc=3$  частная

2) – тригональная бипирамида, 6 граней,  $vcc=1$  частная

3) – тригональная призма, 3 граней,  $vcc=2$  частная

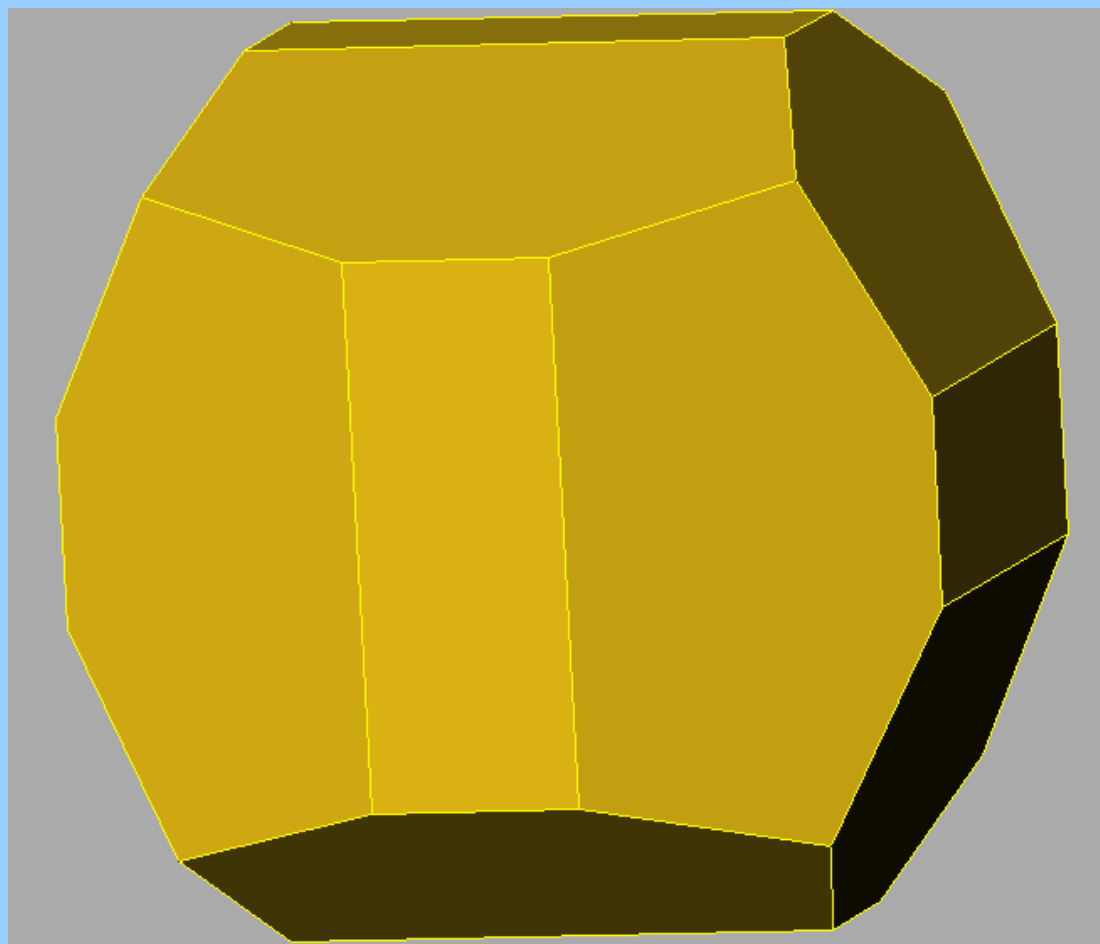
4) – дитригональная призма, 6 граней,  $vcc=1$  частная

5) – гексагональная призма, 6 граней,  $vcc=1$  частная

6) – ромбоэдр, 6 граней,  $vcc=1$  частная

7) – тригональный трапецоэдр, 6 граней,  $vcc=1$  общая

*Следующая лекция – продолжим!*



*Кубические формы*