

Кристаллография

Лекция 3

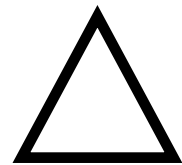
Полный список элементов симметрии кристаллических многогранников

Все элементы симметрии могут быть описаны
как простые или инверсионные оси



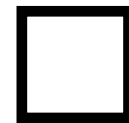
L_2

2



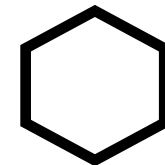
L_3

3



L_4

4



L_6

6



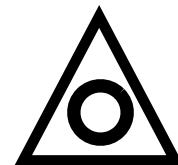
$L_{i1} = C$

$\bar{1}$



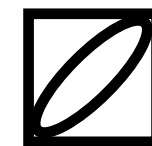
$L_{i2} = P$

$\bar{2}$



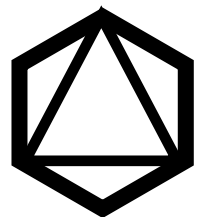
$L_{i3} = L_3 + C$

$\bar{3}$



L_{i4}

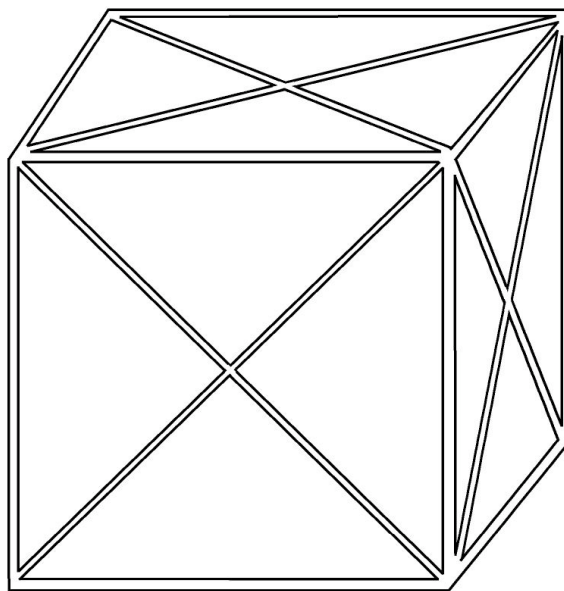
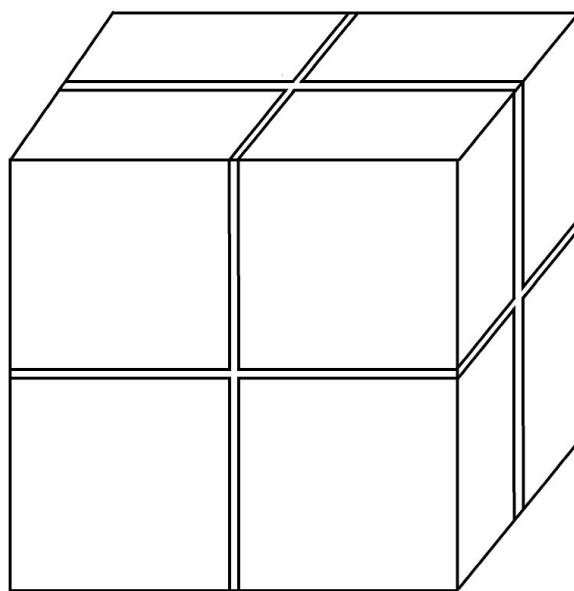
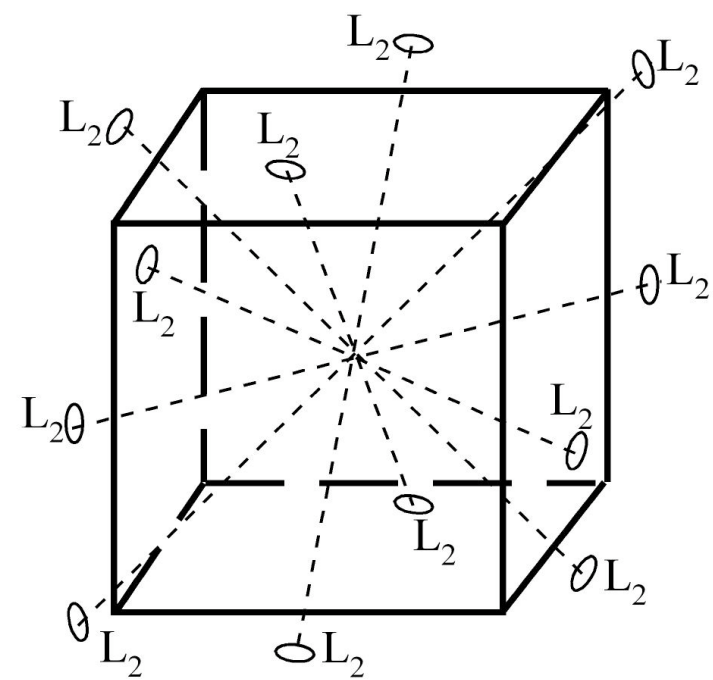
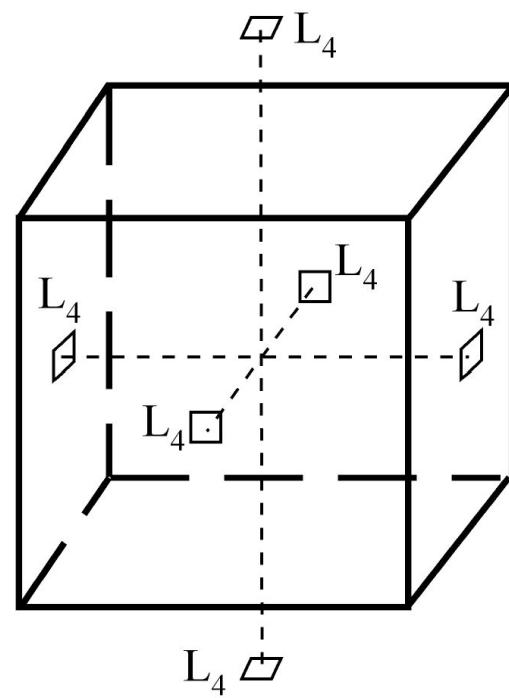
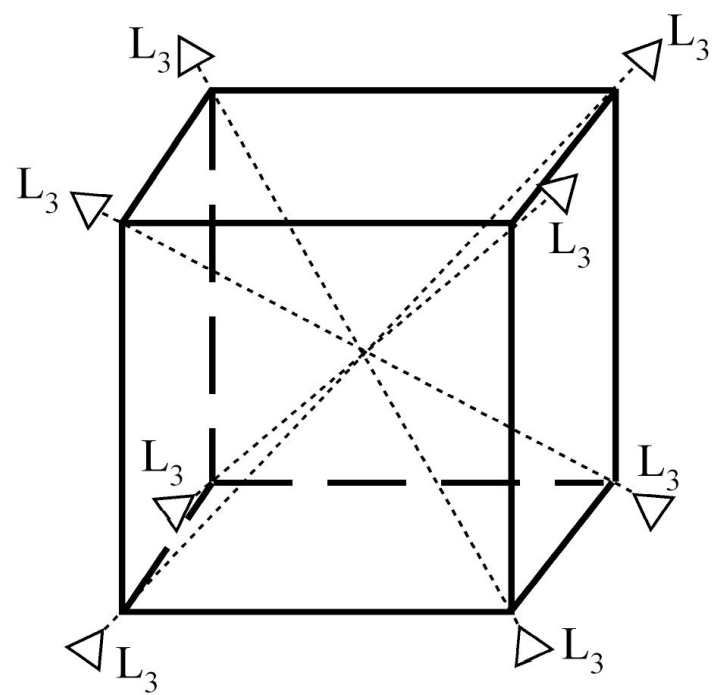
$\bar{4}$



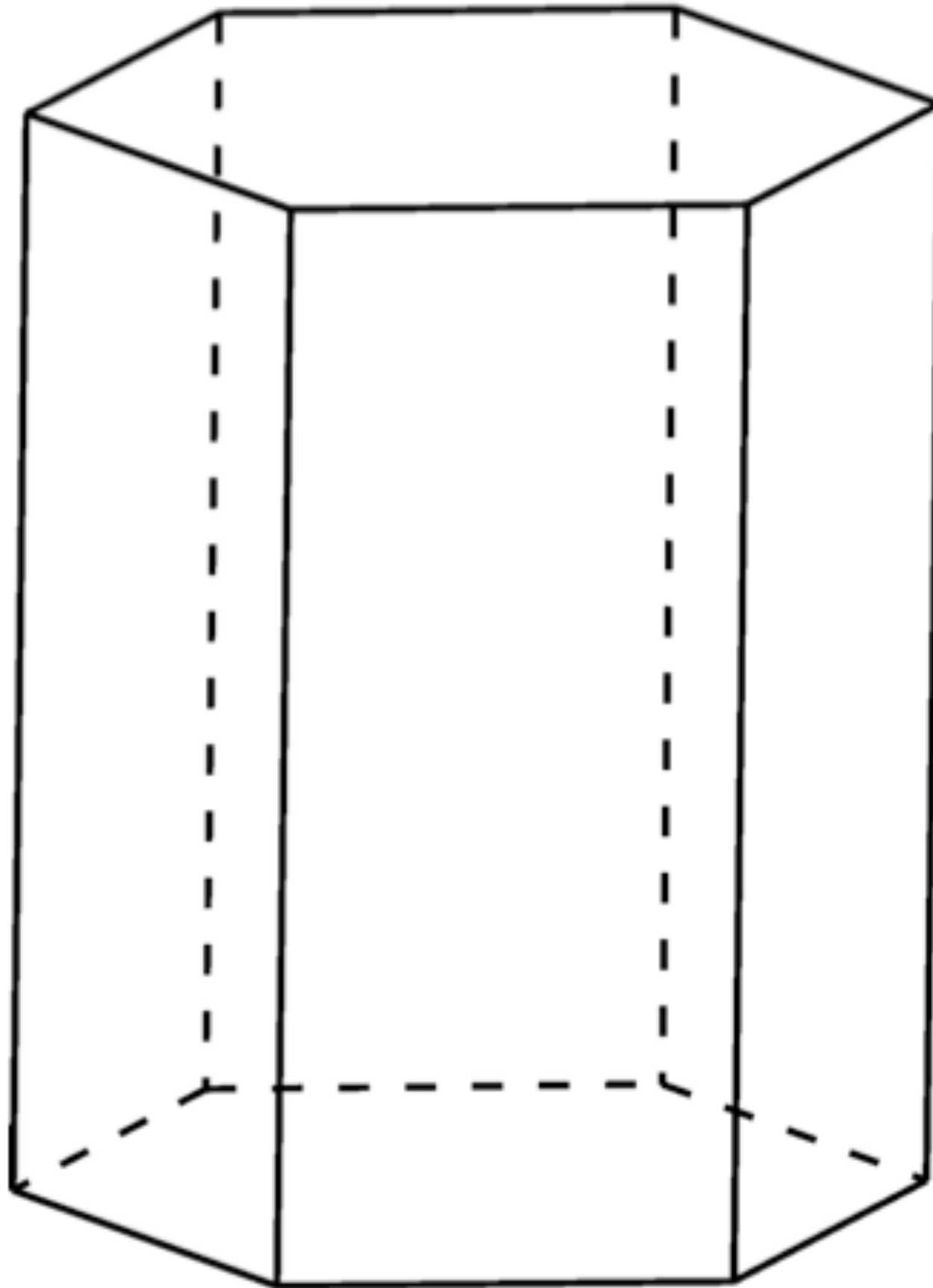
$L_{i6} = L_3 + P$

$\bar{6}$

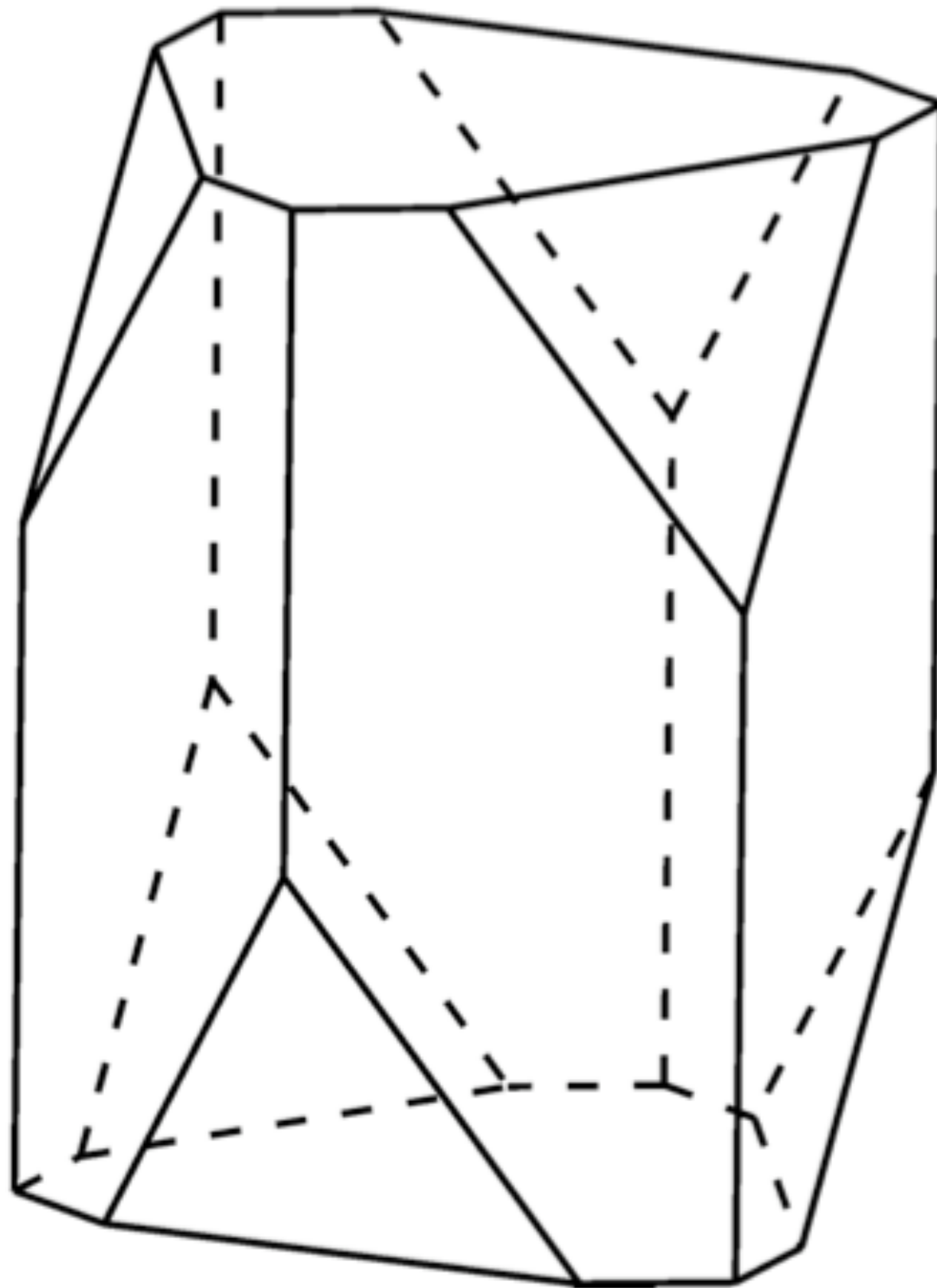
Полный набор элементов симметрии куба



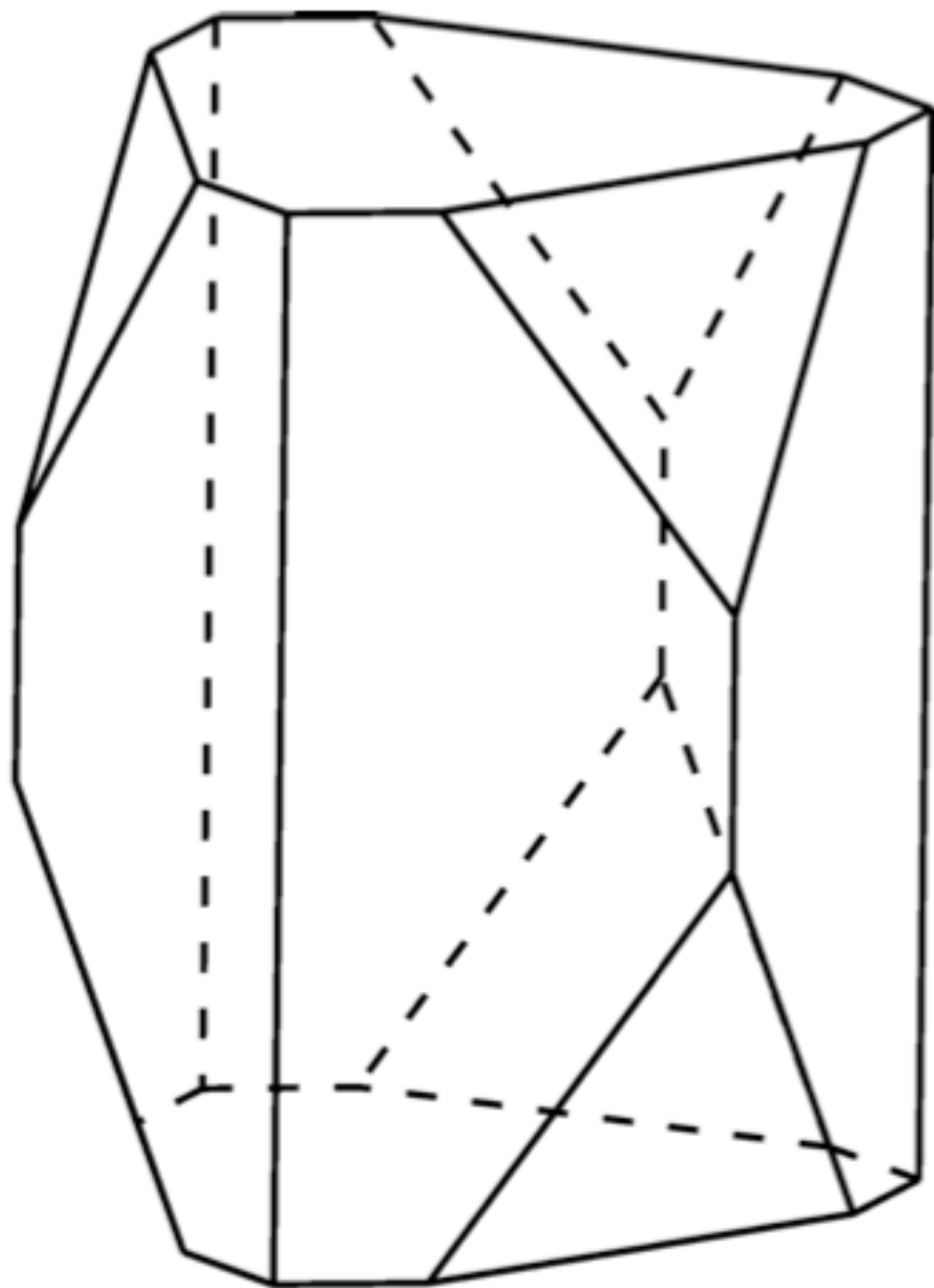
$4L_3$ $3L_4$ $6L_2$ $9PC$



L_66L_27PC



$L_{i3}3L_23PC$



$\text{Li}_6\text{3L}_2\text{3P}$

Взаимодействие элементов симметрии

Теоремы сложения



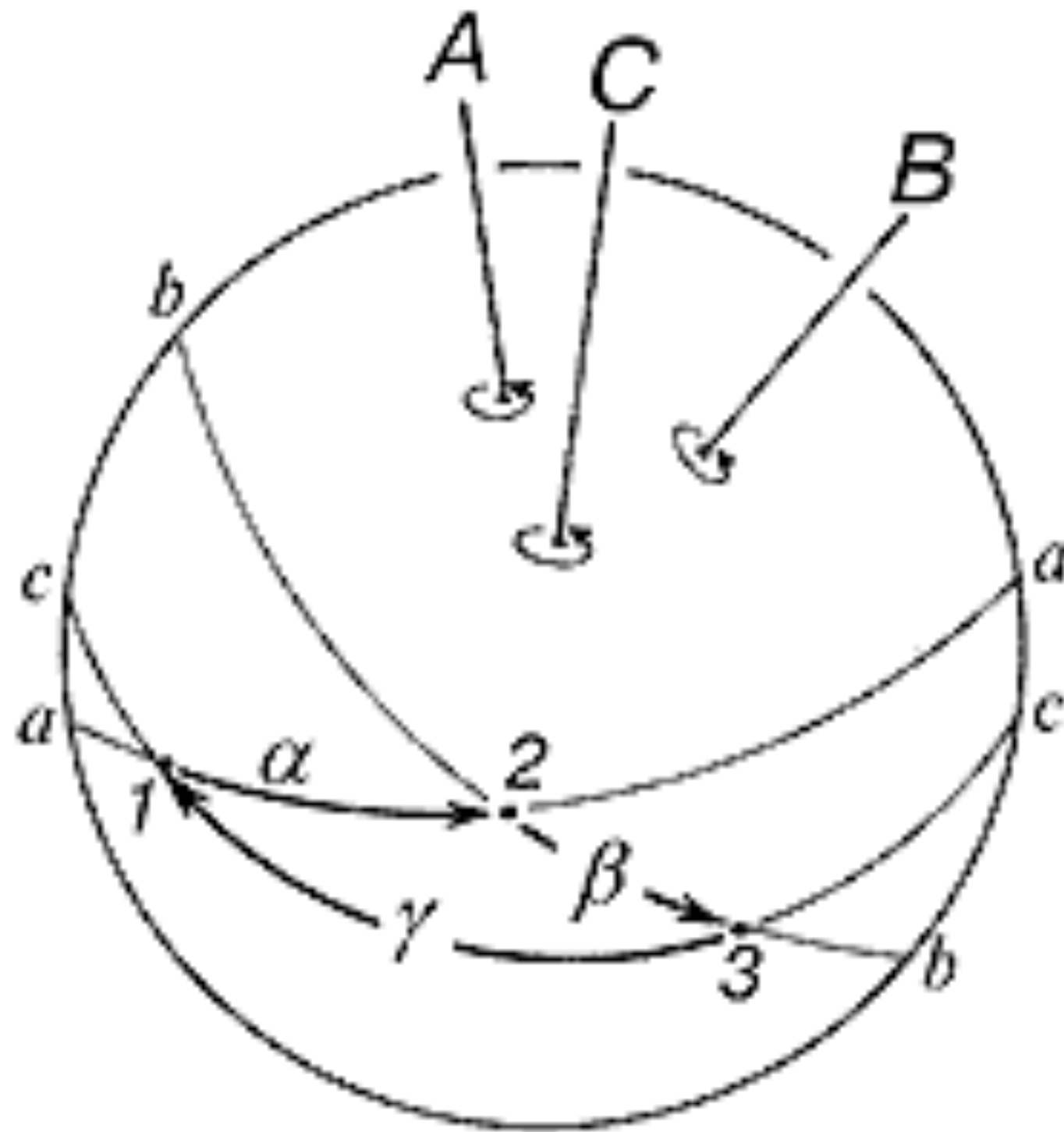
Теорема Эйлера

При наличии двух пересекающихся осей симметрии присутствует третья ось, равнодействующая им и проходящая через точку их пересечения

1707-1783

Взаимодействие элементов симметрии

Теоремы сложения

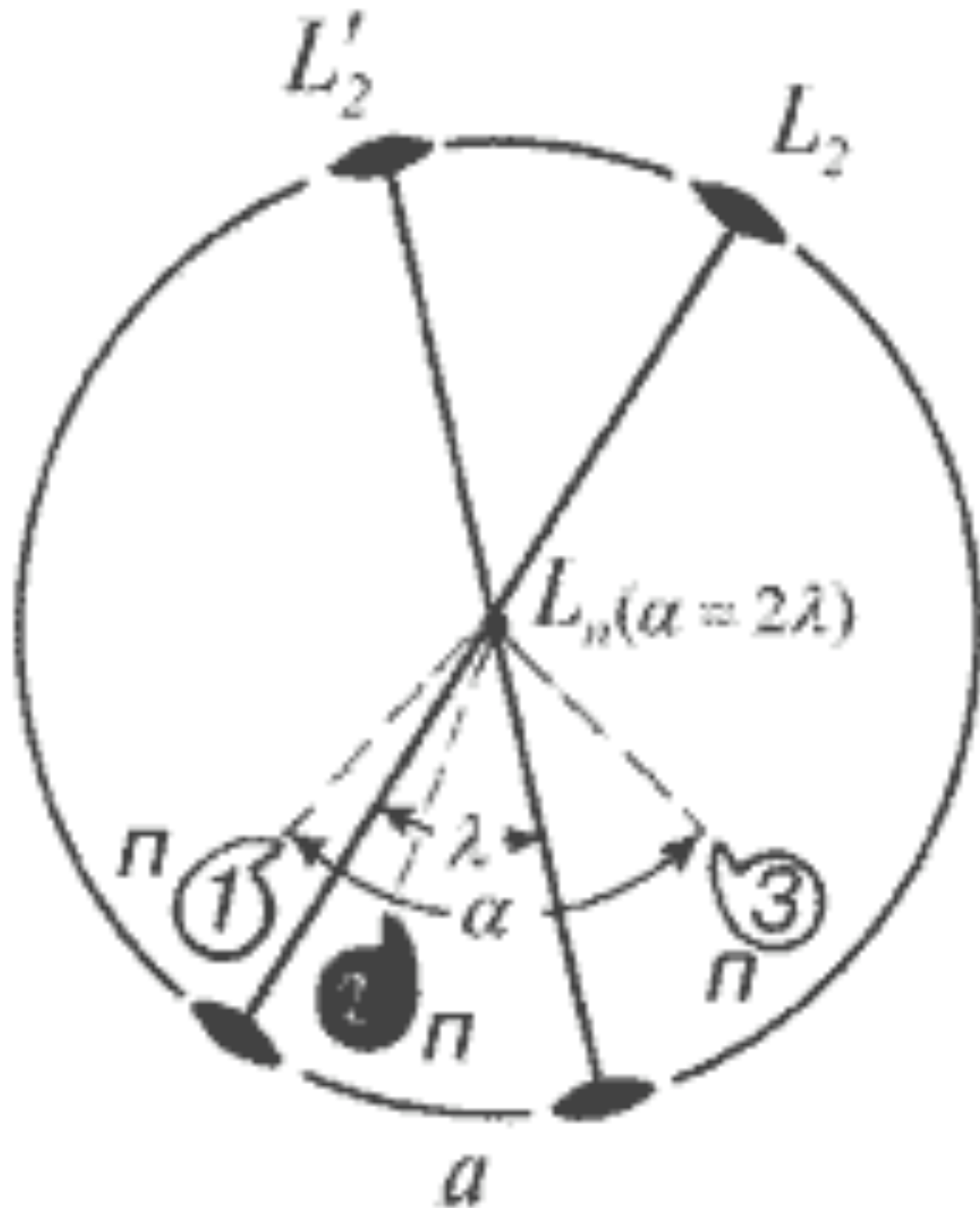


Теорема Эйлера

При наличии двух пересекающихся осей симметрии присутствует третья ось, равнодействующая им и проходящая через точку их пересечения

Взаимодействие элементов симметрии

Теоремы сложения

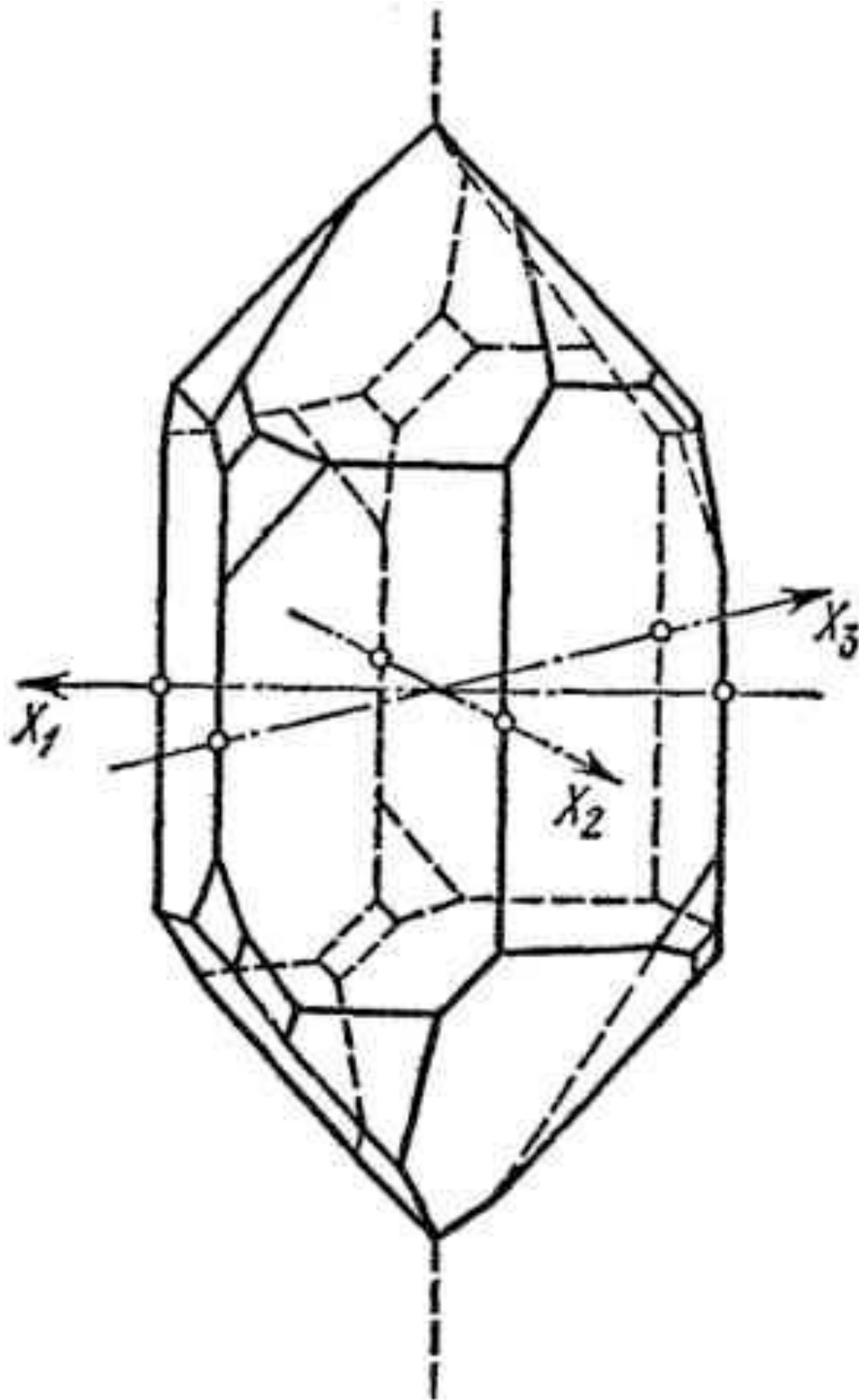


При наличии двух пересекающихся осей симметрии присутствует третья ось, равнодействующая им и проходящая через точку их пересечения

Взаимодействие элементов симметрии

Теоремы сложения

Следствие: Если есть ось n -го порядка и перпендикулярная ей ось 2-го порядка, то осей 2-го порядка будет n .

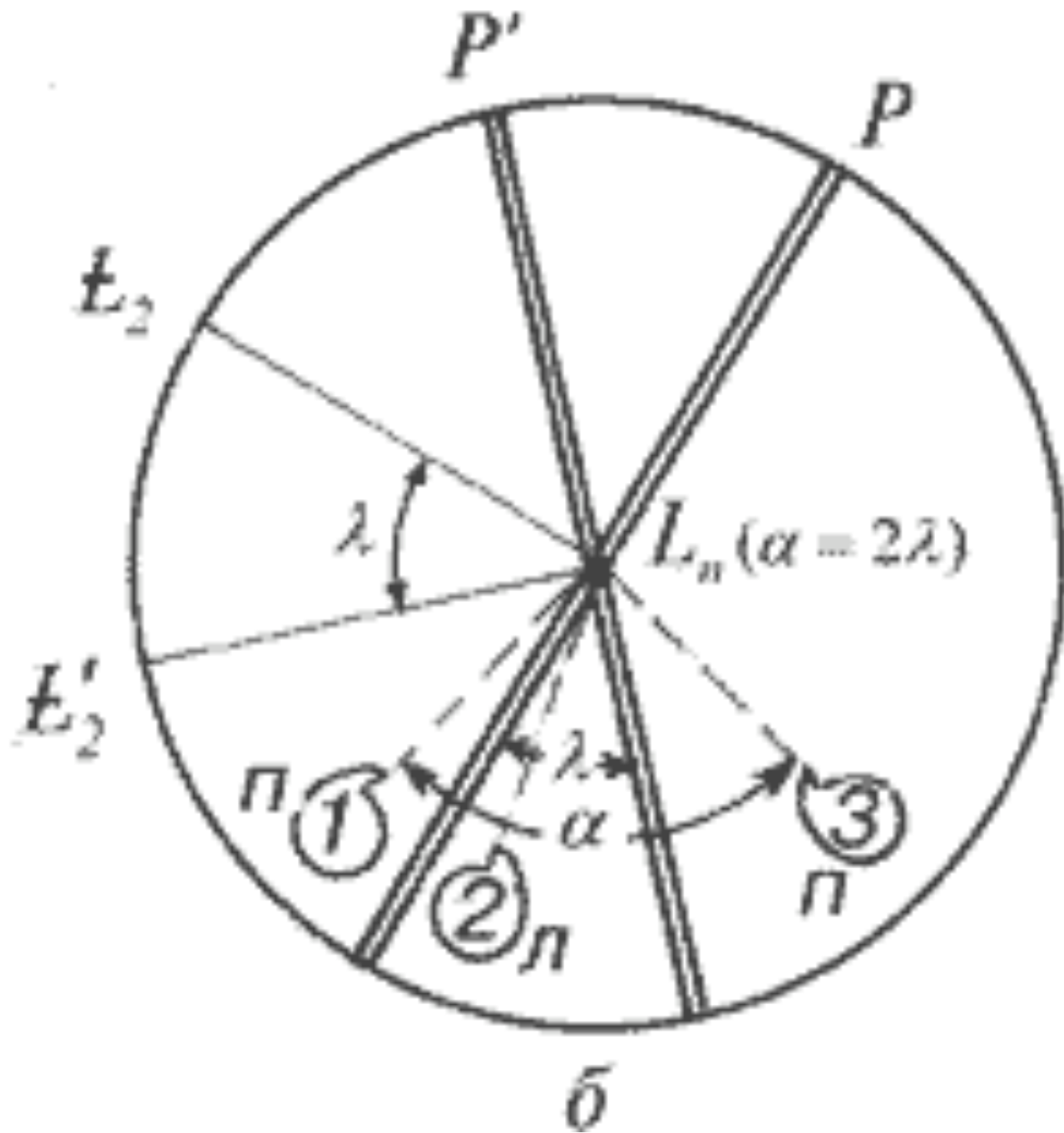


$$L_n + \perp L_2 = nL_2$$

$$L_3 + \perp L_2 = 3L_2$$

Взаимодействие элементов симметрии

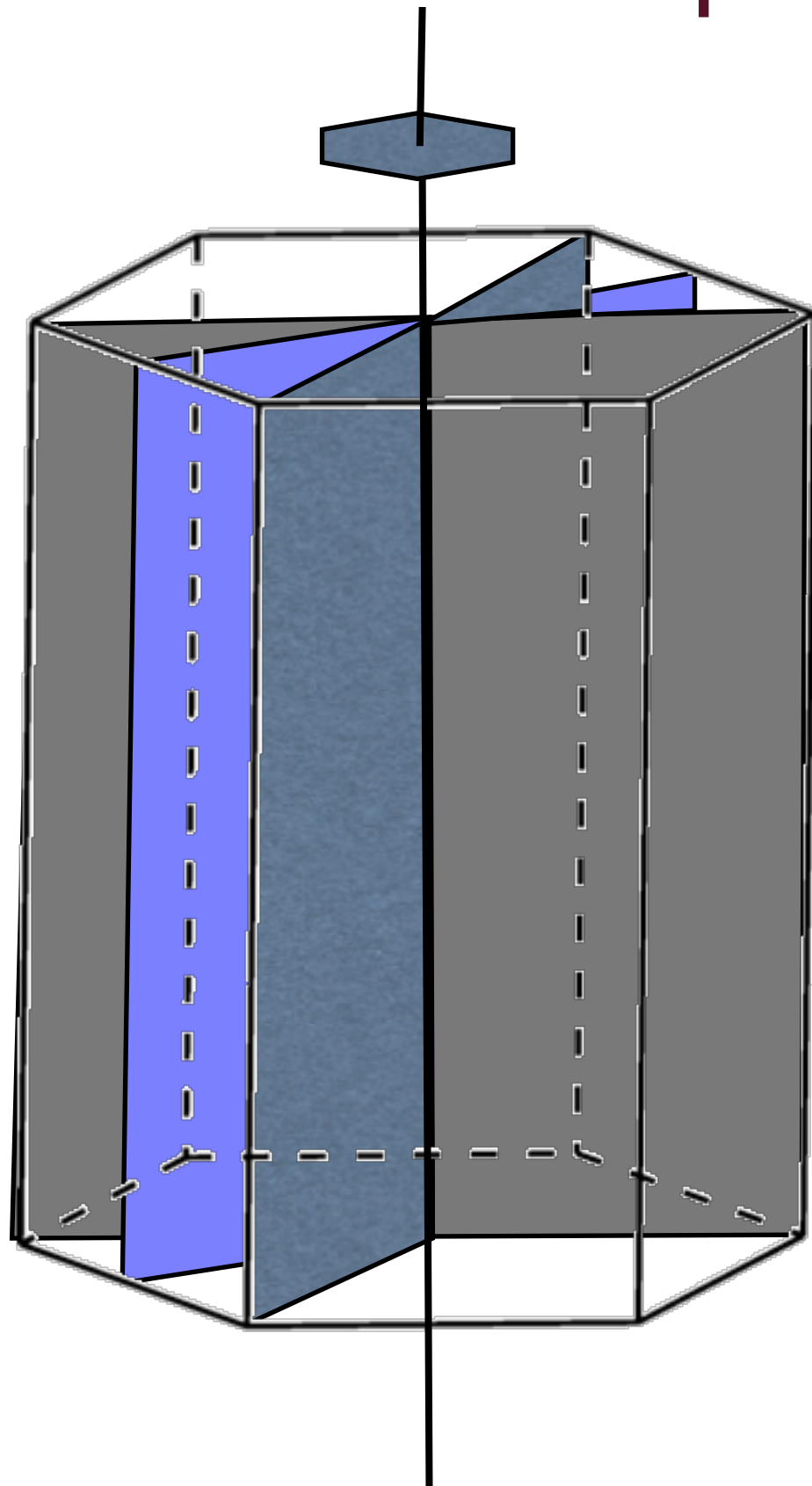
Теоремы сложения



Линия пересечения двух плоскостей симметрии есть простая ось симметрии, равнодействующая им, с элементарным углом поворота – вдвое большим.

Взаимодействие элементов симметрии

Теоремы сложения



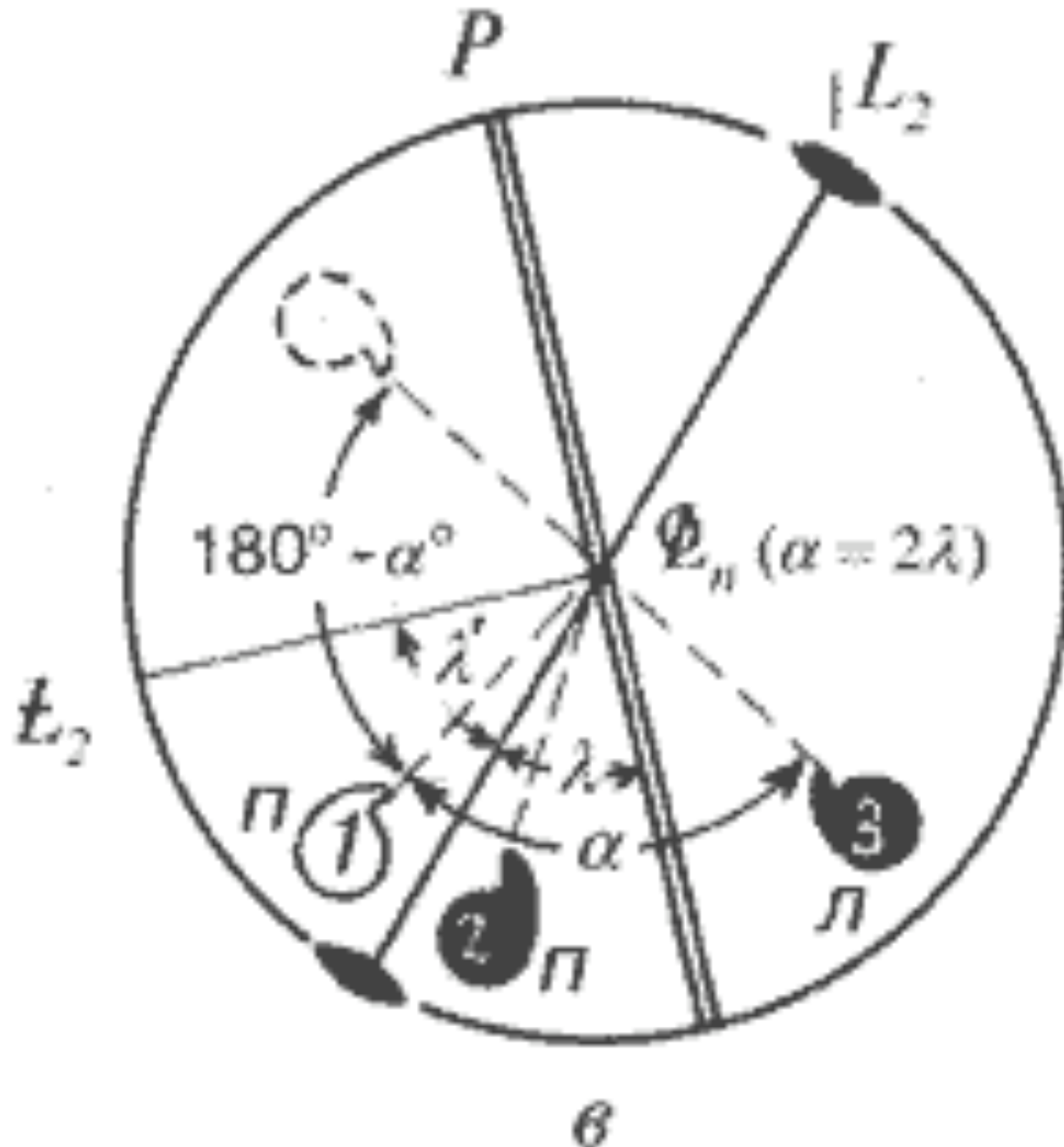
Следствие: Если есть параллельные ось и плоскость, то через ось будет проходить столько плоскостей, каков ее порядок.

$$L_n + \parallel m = nm$$

$$L_2 + \parallel m = 2m$$

Взаимодействие элементов симметрии

Теоремы сложения



Через точку пересечения
оси второго порядка и
плоскости симметрии
(пересекающихся под
углом λ) будет проходить
инверсионная ось
с и м м е т р и и ,
равнодействующая им, с
элементарным углом
поворота $\alpha = 180 - 2\lambda$.

Взаимодействие элементов симметрии

Теоремы сложения

При наличии оси симметрии четного порядка и центра инверсии, в кристалле будут плоскости зеркального отражения, перпендикулярные оси, причем число плоскостей будет равно числу осей четного порядка.

$$m + C = \perp L_{2n}$$

$$L_{2n} + C = L_{2n}mC$$

$$L_2 + C = L_2mC$$

$$L_4 + C = L_4mC$$

$$L_6 + C = L_6mC$$

$$3L_4 4L_3 6L_2 9mC \rightarrow 3L_4 + 6L_2 = 9m$$

Взаимодействие элементов симметрии

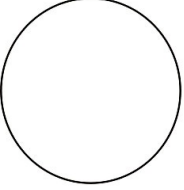
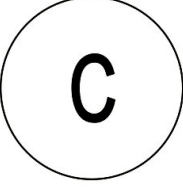
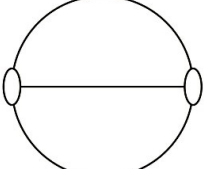
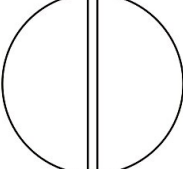
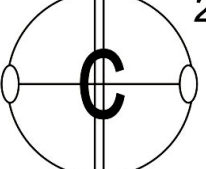
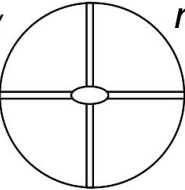
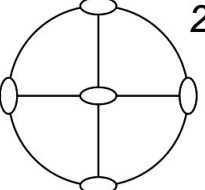
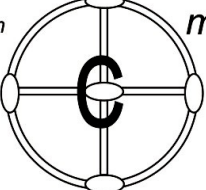
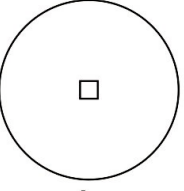
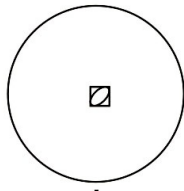
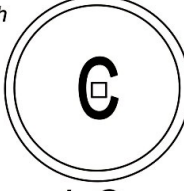
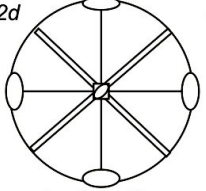
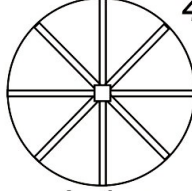
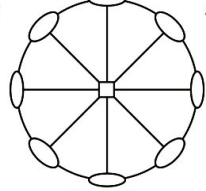
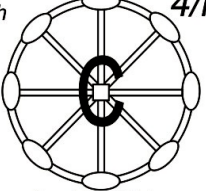
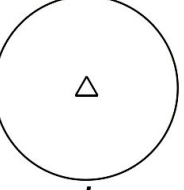
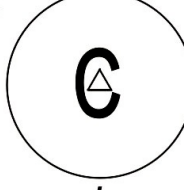
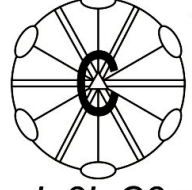
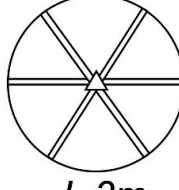
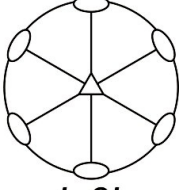
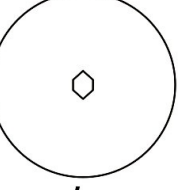
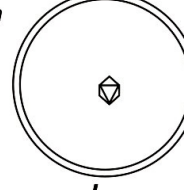
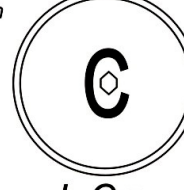
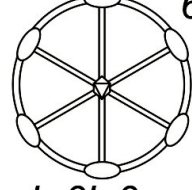
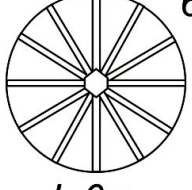
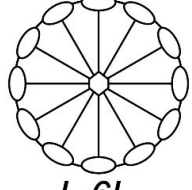
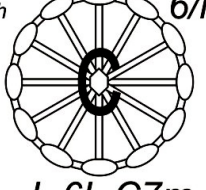
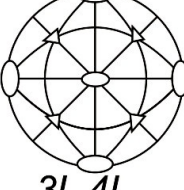
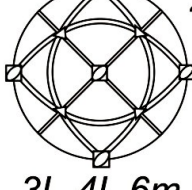
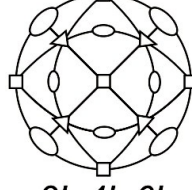
Теоремы сложения

Следствие: Если есть инверсионная ось симметрии n -порядка и параллельная ей плоскость, то будет присутствовать перпендикулярная ось второго порядка, причем число L_2 и m будет равно порядку простой оси, содержащейся в инверсионной.

$$L_{i3} + \parallel m = 3\parallel m + 3\perp L_2$$

$$L_{i6} + \parallel m = 3\parallel m + 3\perp L_2$$

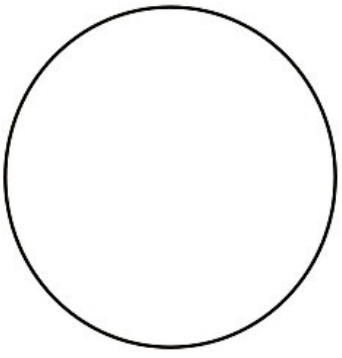
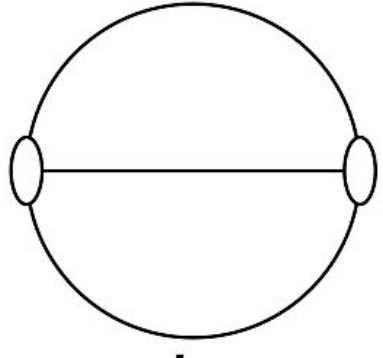
$$L_{i4} + \parallel m = 2\parallel m + 2\perp L_2$$

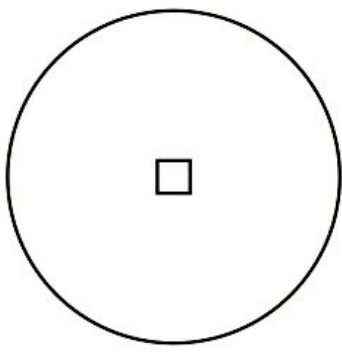
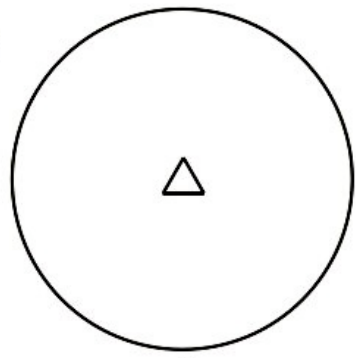
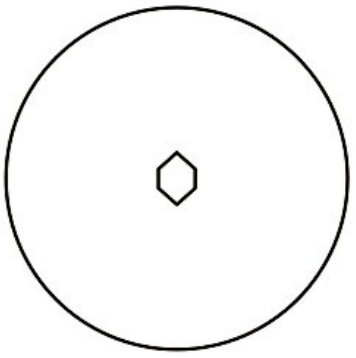
Категории	Сингонии	Виды симметрии						
		Примитивные	Инверсионно-Примитивные	Центральные	Инверсионно-Планальные	Планальные	Аксиальные	Аксиально-Центральное
Низшая	Триклинная	C_1  1	C_i  $\bar{1}$ C					
	Моноклинная	C_2  2 L_2	C_s  M M	C_{2h}  $2/m$ L_2Cm				
	Ромбическая					C_{2v}  $mm2$ L_22m	D_2  222 $3L_2$	D_{2h}  mmm $3L_2C3m$
Средняя	Тетрагональная	C_4  4 L_4	S_4  $\bar{4}$ L_{i4}	C_{4h}  $4/m$ L_4Cm	D_{2d}  $\bar{4}2m$ $L_{i4}2L_22m$	C_{4v}  $4mm$ L_44m	D_4  422 L_44L_2	D_{4h}  $4/mmm$ L_44L_2C5m
	Тригональная	C_3  3 L_3	C_{3i}  $\bar{3}$ L_{i3}		D_{3d}  $\bar{3}m$ L_33L_2C3m	C_{3v}  $3m$ L_33m	D_3  322 L_33L_2	
	Гексагональная	C_6  6 L_6	C_{3h}  $\bar{6}$ L_{i6}	C_{6h}  $6/m$ L_6Cm	D_{3h}  $\bar{6}m2$ $L_{i6}3L_23m$	C_{6v}  $6mm$ L_66m	D_6  622 L_66L_2	D_{6h}  $6/mmm$ L_66L_2C7m
Высшая	Кубическая	T  23 $3L_24L_3$		T_h  $\bar{m}3$ $3L_24L_3C3m$	T_d  $\bar{4}3m$ $3L_{i4}4L_36m$		O  432 $3L_44L_36L_2$	O_h  $m\bar{3}m$ $3L_44L_36L_2C9m$

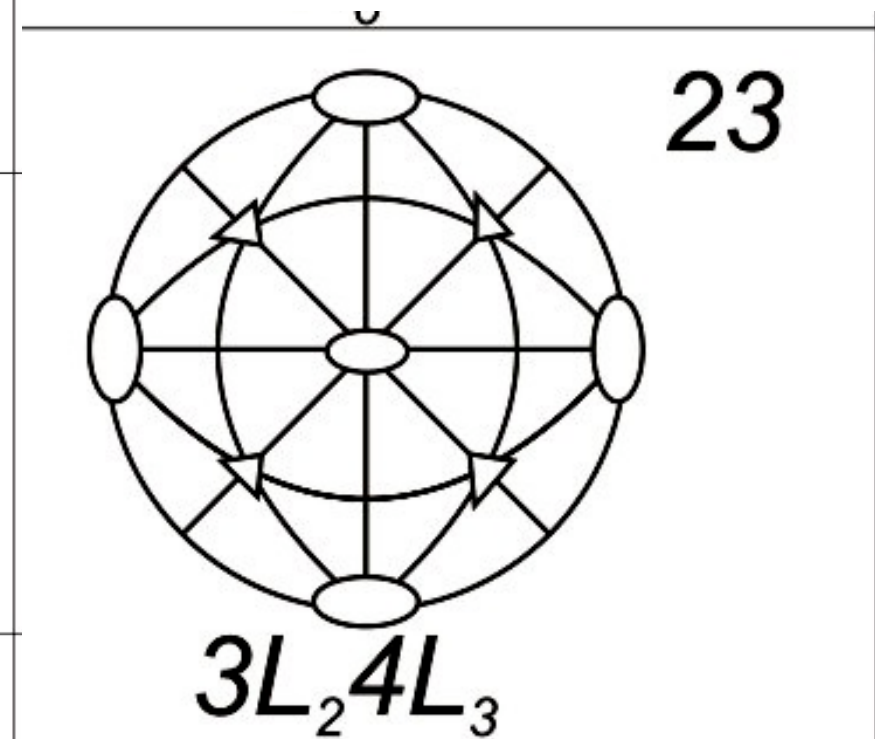
Вывод видов симметрии

Примитивные виды симметрии

Минимальный набор элементов симметрии (поворотных осей)

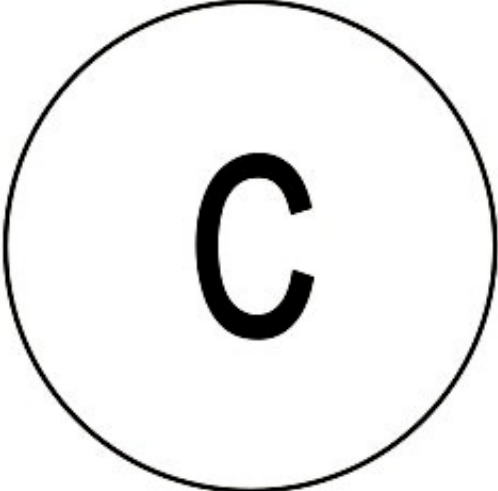
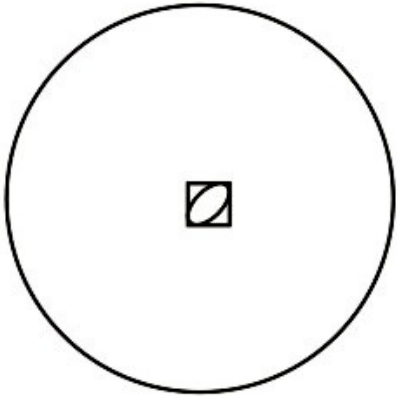
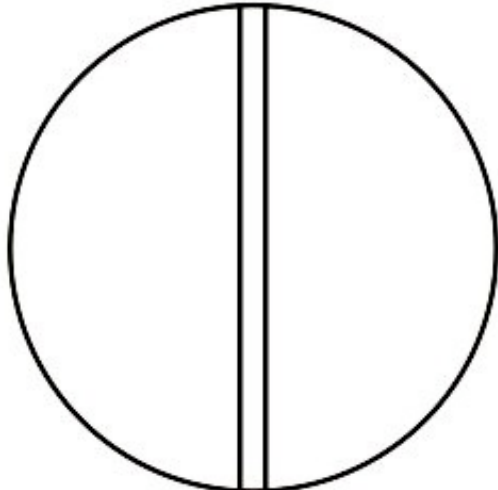
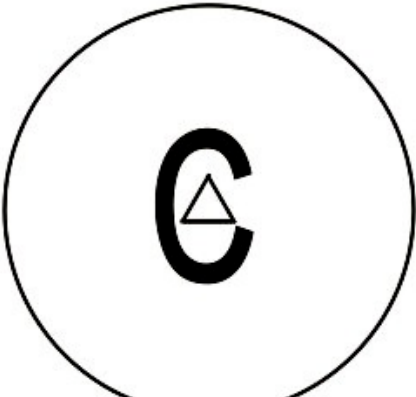
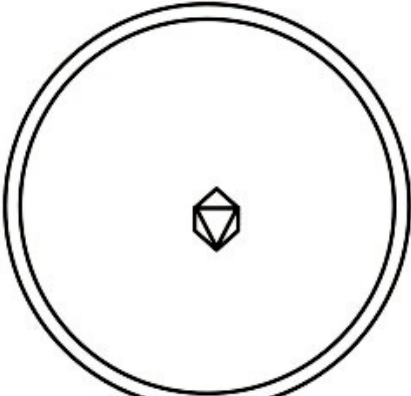
Триклинная	C_1  1
Моноклинная	C_2  2
Ромбическая	

Тетрагональная	C_4  4
Тригональная	C_3  3
Гексагональная	C_6  6



Вывод видов симметрии

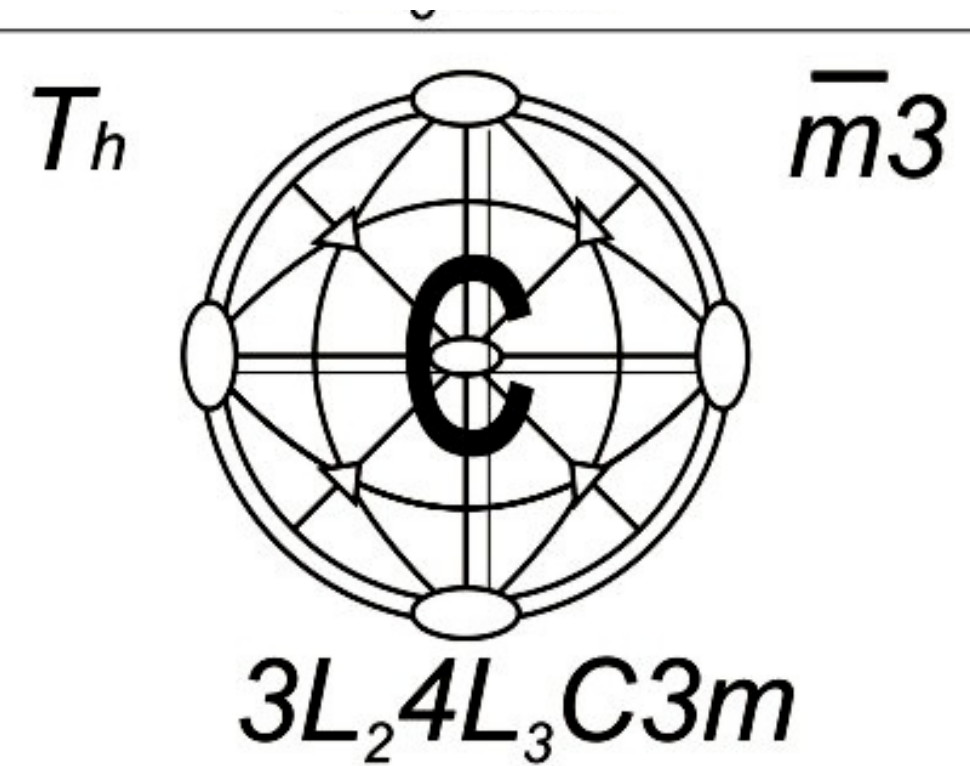
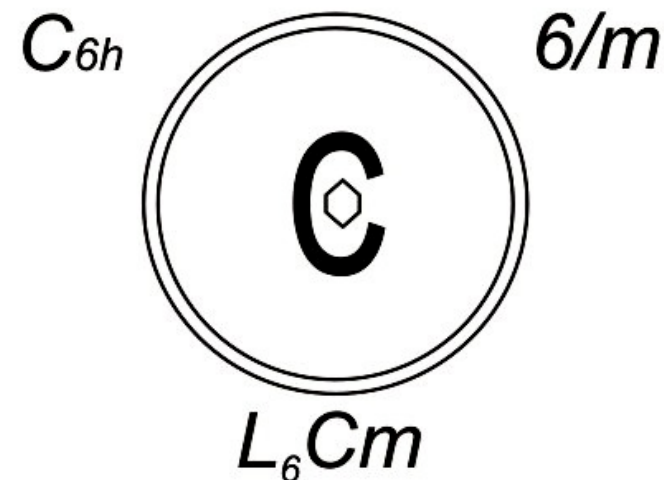
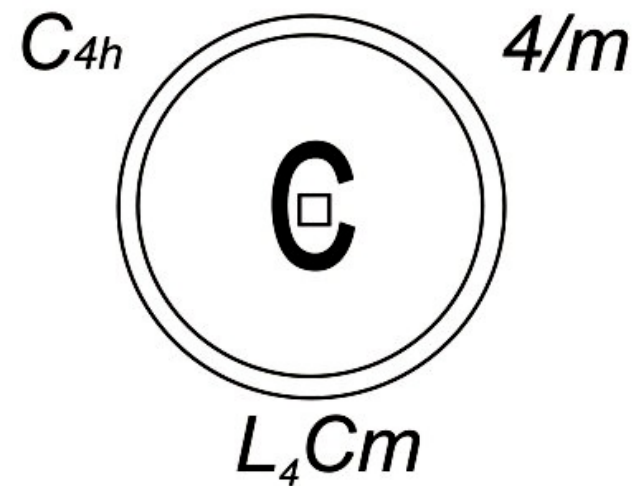
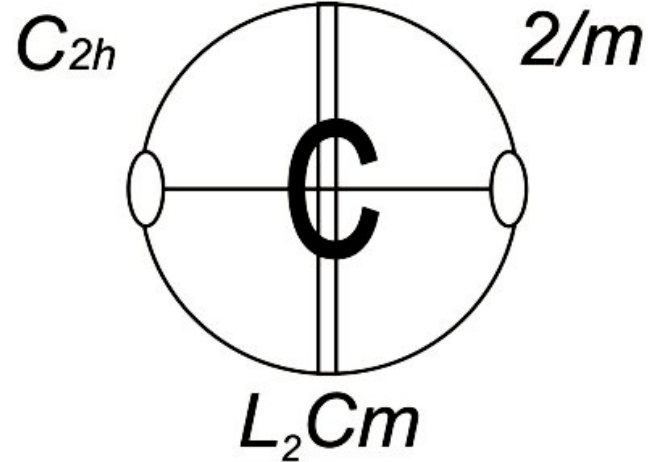
Инверсионно-примитивные виды симметрии

C_i  $\bar{1}$	S_4  $\bar{4}$
C	L_{i4}
C_s  M	C_{3i}  $\bar{3}$
M	L_{i3}
	C_{3h}  $\bar{6}$
	L_{i6}

Вывод видов симметрии

Центральные виды симметрии

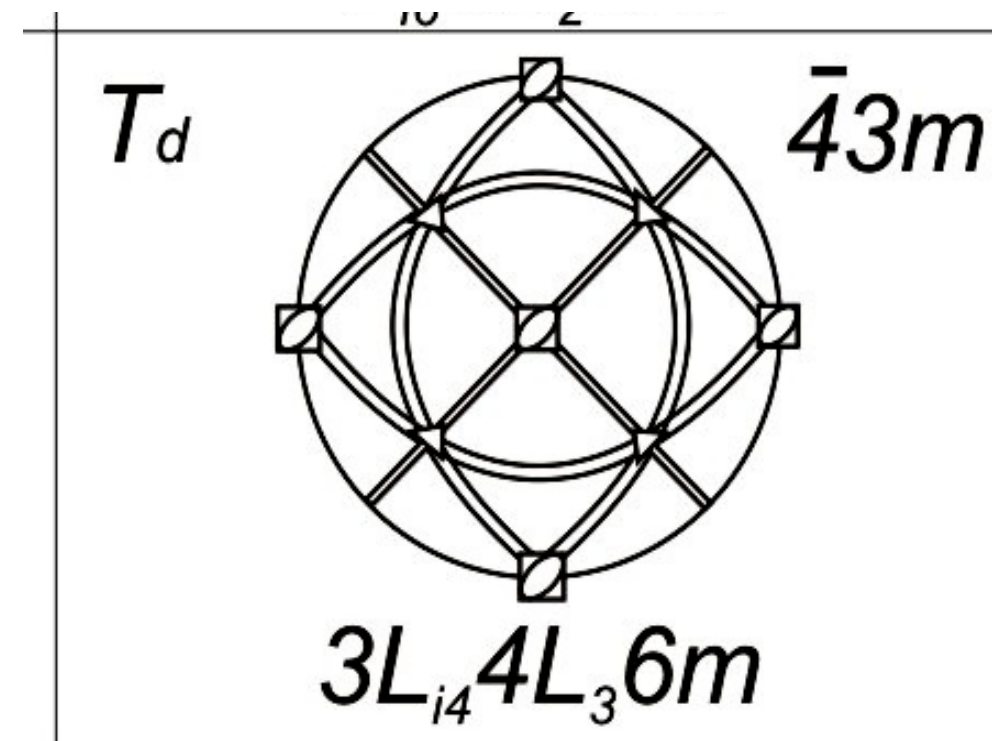
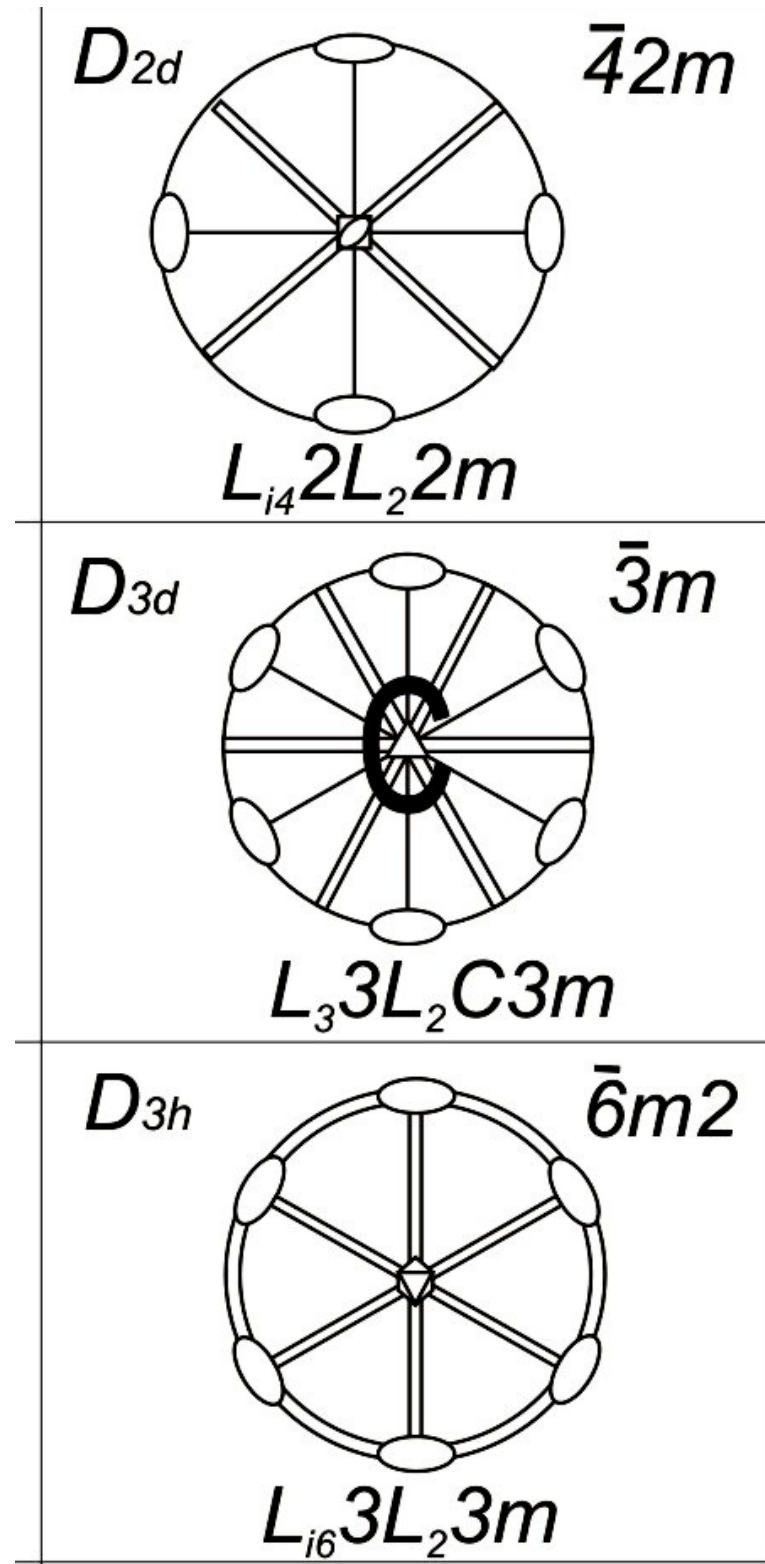
“Добавляем” центр инверсии к поворотным осям симметрии



Вывод видов симметрии

Инверсионно-планальные виды симметрии

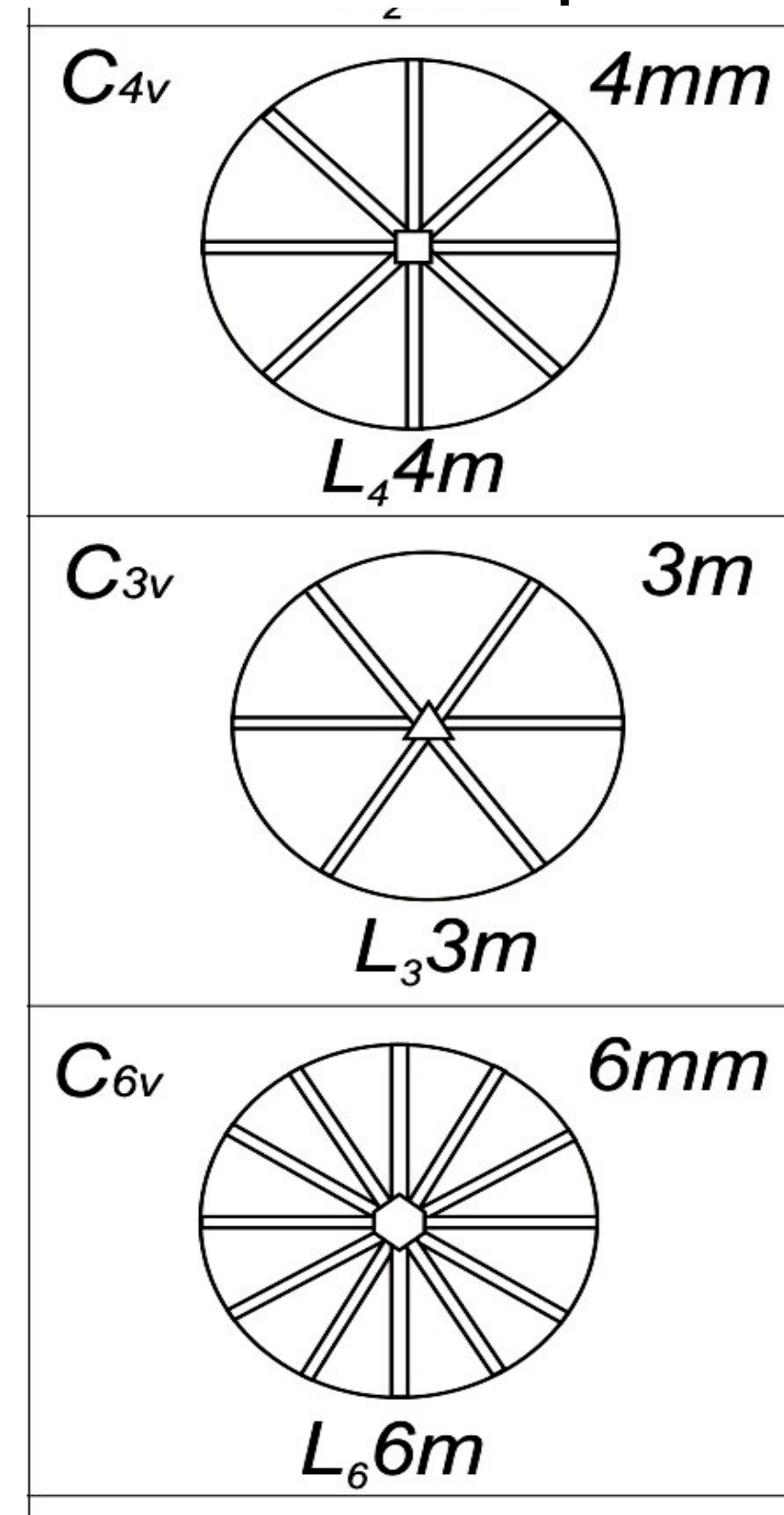
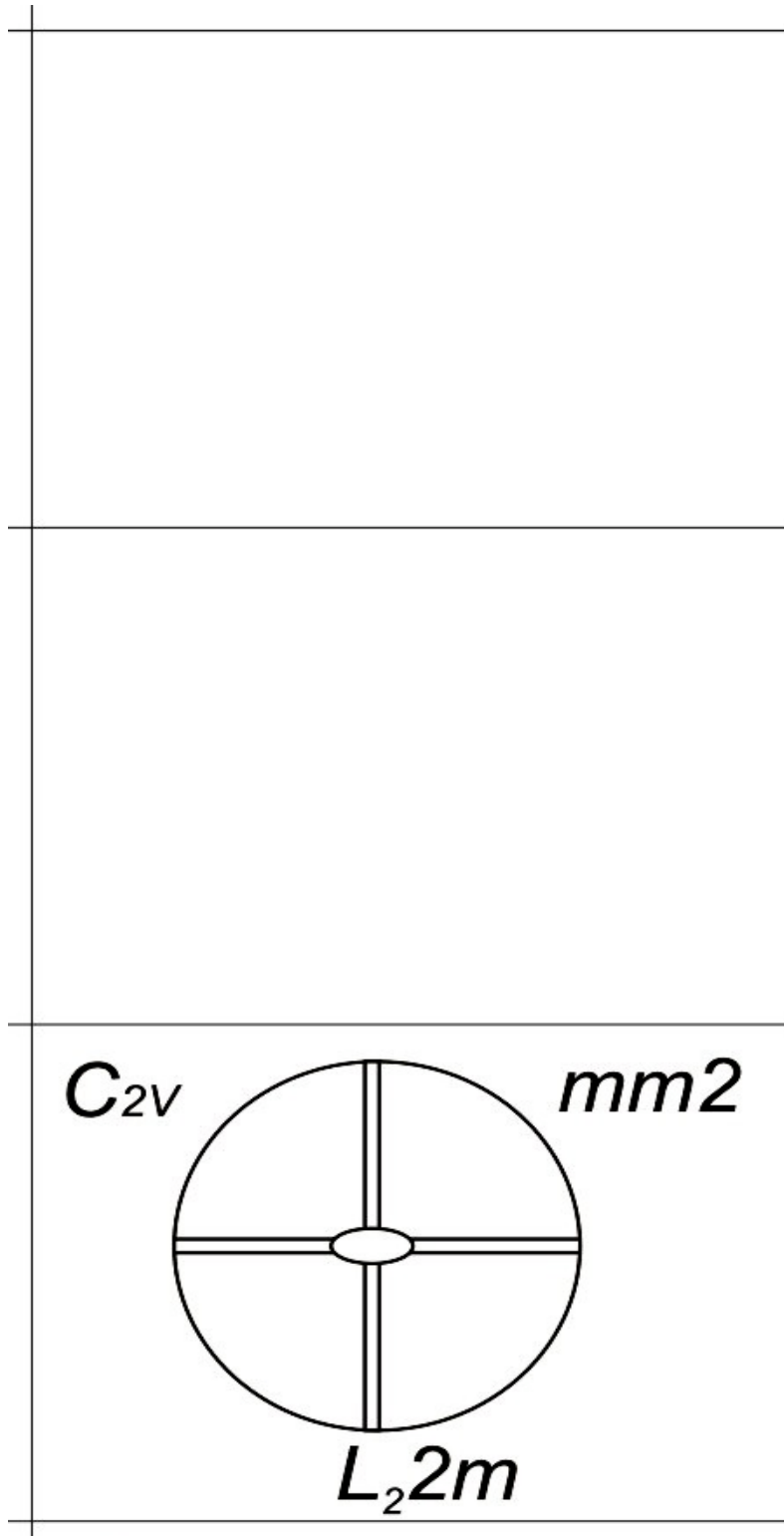
“Добавляем” параллельную плоскость к инверсионно-примитивным видам симметрии



Вывод видов симметрии

Планальные виды симметрии

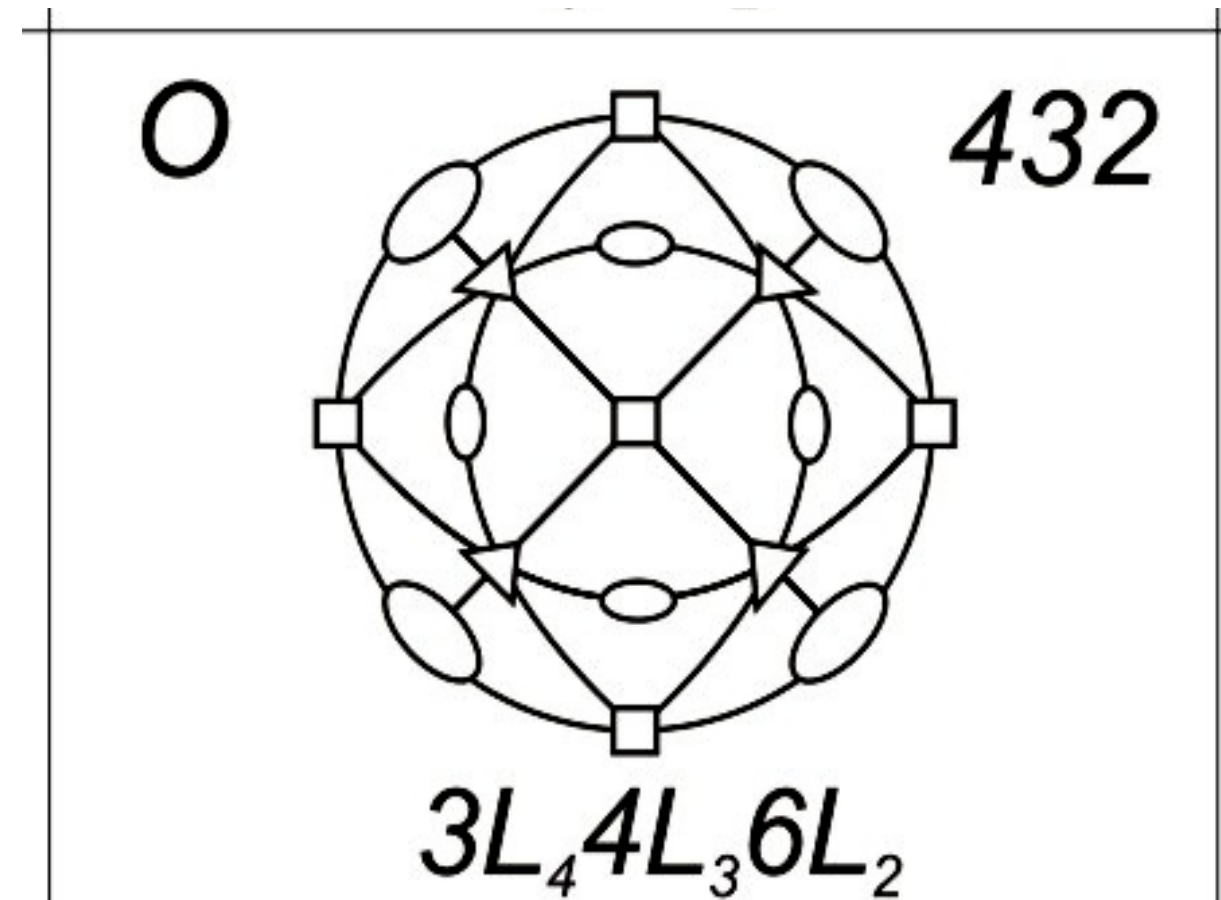
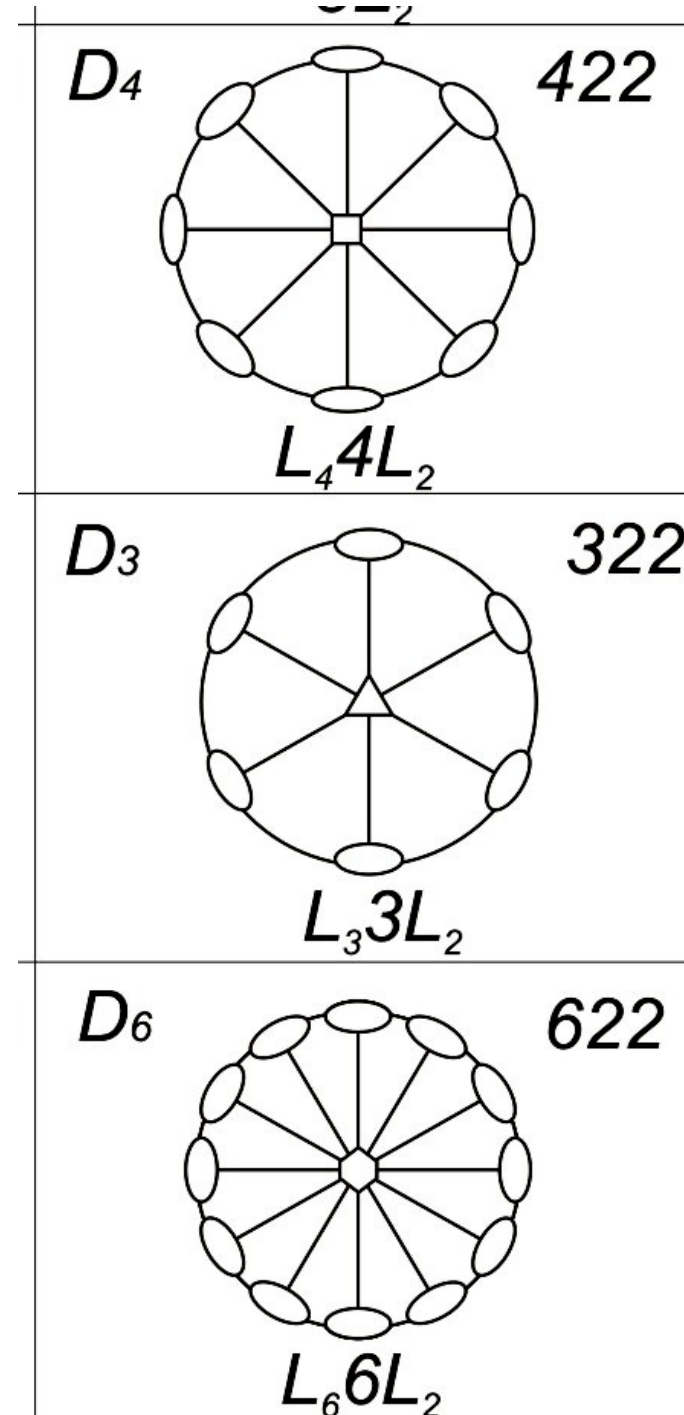
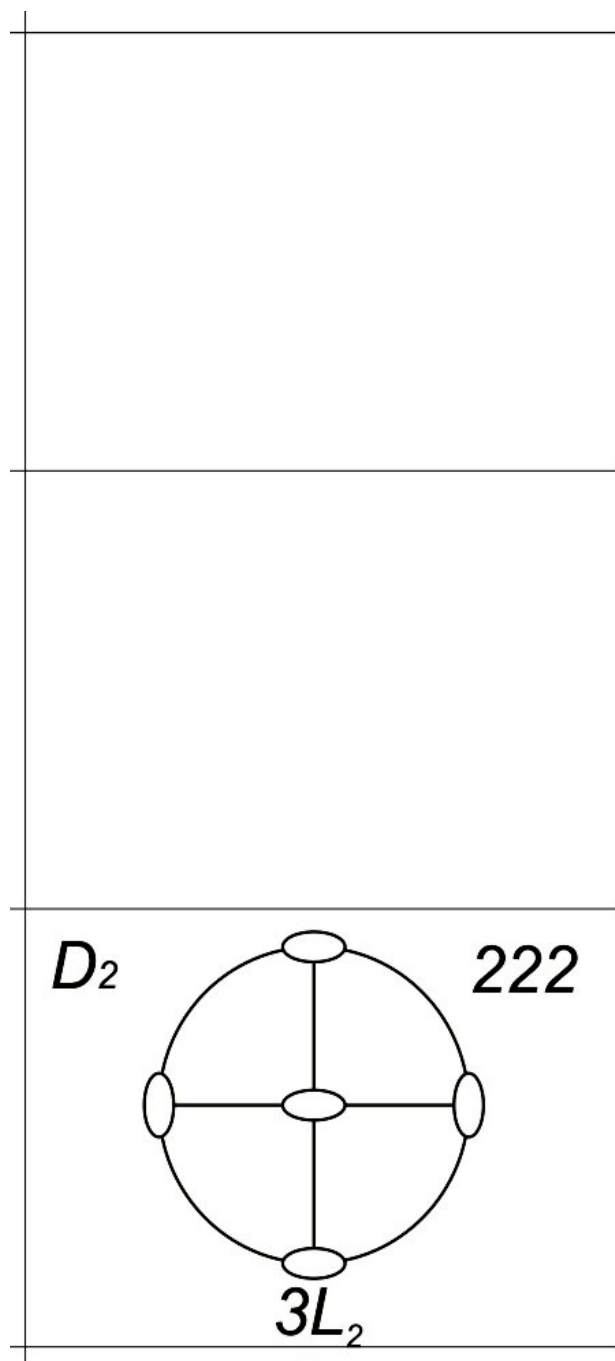
“Добавляем” плоскость к главной оси симметрии



Вывод видов симметрии

Аксиальные виды симметрии

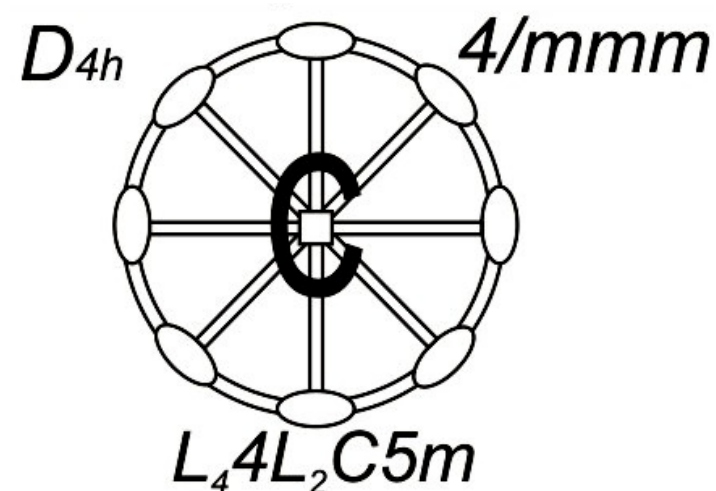
“Добавляем” ось второго порядка,
перпендикулярную к главной оси симметрии



Вывод видов симметрии

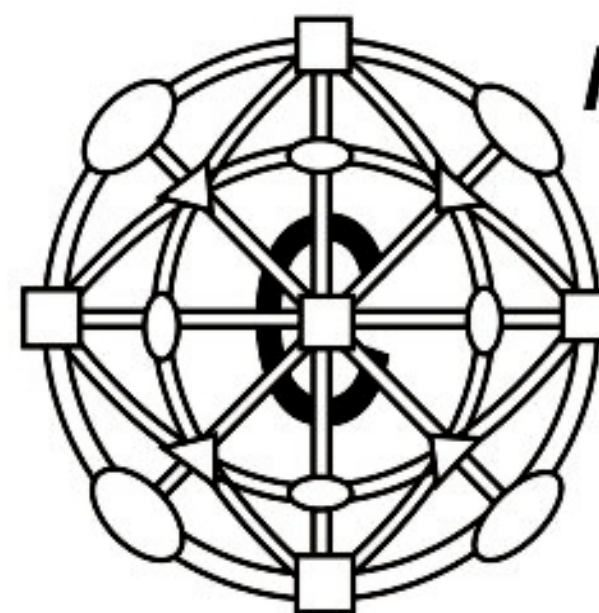
Аксиально-центральные виды симметрии

“Добавляем” центр симметрии к аксиальным видам



O_h

$m\bar{3}m$



$3L_4 4L_3 6L_2 C9m$

