

Тақырыбы. Муавр-Лапласың локалді және интегралды формулалары

Мысал 11.1. Егер Бернулли схемасында әрбір тәжірибеде оқиғаның орындалуының ықтималдығы 0,25 санына тең болса, онда 260 рет тәжірибе жүргізген кезде оқиғаның дәл 70 рет орындалуының ықтималдығын табыңыз.

Шешуі. Есеп шарты бойынша $n = 260, k = 70, p = 0,25, q = 0,75$. Тәжірибиелер саны n және p мен q айтарлықтай «үлкен» болғандықтан Муавр-Лапласың локалді формуласын қолданамыз

$$x = \frac{70 - 260 \cdot 0,25}{\sqrt{260 \cdot 0,25 \cdot 0,75}} = 0,716.$$

Онда

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{260 \cdot 0,25 \cdot 0,75}} \varphi(0,716) \approx 0,3079.$$

Мысал 11.2. Егер Бернулли схемасында әрбір тәжірибеде оқиғаның орындалуының ықтималдығы 0,8 санына тең болса, онда 100 рет тәжірибе жүргізген кезде оқиғаның 75-тен кем емес рет орындалуының ықтималдығын табыңыз.

Шешуі. Оқиға 75-тен кем емес рет орындалуын 75, 76, ..., 100 рет түскен жағдайлар қанағаттандырады. Демек, бұл жағдайда $n = 100, k_1 = 75, k_2 = 100, p = 0,8, q = 0,2$ деп алып, Муавр-Лапласың интегралды формуласын қолдануға болады

$$x_1 = \frac{75 - 100 \cdot 0,8}{\sqrt{100 \cdot 0,8 \cdot 0,2}} = -1,25, \quad x_2 = \frac{100 - 100 \cdot 0,8}{\sqrt{100 \cdot 0,8 \cdot 0,2}} = 5,$$

онда екінші қосымшаны қолданып, $\Phi_0(-1,25) = -\Phi_0(1,25) = -0,3944, \Phi(5) = 0,5$ мәндерінен ізделінді ықтималдық

$$\begin{aligned}
 P(75 \leq k \leq 100) &\approx \Phi_0(5) - \Phi_0(-1,25) \\
 &= \Phi_0(5) + \Phi_0(1,25) \approx \\
 &\approx 0,5 + 0,3944 = 0,8944
 \end{aligned}$$

мәніне жуық болады.

Тапсырмалар

Есеп 11.1. X және XI тарауларда берілген әрбір формула бойынша n тәуелсіз тәжірибе жүргізген кезде p ықтималдығымен пайда болатын оқиғаның k_1 санынан кем емес және k_2 ($0 \leq k_1 \leq k_2 \leq n$) санынан артық емес рет орындалуының ықтималдығын есептеу формуласын анықтаңыз. Егер бұл формаланы қолдану тиімсіз болса, оны жуықтау әдістерін көрсетіңіз.

Есеп 11.2. Әрқайсысында оқиғаның орындалу ықтималдығы p ($0 < p < 1$) санына тең болатын n ($n \in N$) тәуелсіз тәжірибе жүргізгенде оқиғаның кем дегенде k_0 ($k_0 \leq n$, $k_0 \in N$) рет орындалуының ықтималдығын табыңыз.

Есеп 11.3. Факультетте 300 студент білім алуда. Егер жылдың әр күнінде студенттердің туу ықтималдығы бірдей болса, онда факультеттің дәл 70 студентінің туған күндерін қыста тойлауларының ықтималдығын табыңыз.

Есеп 11.4. Бір рет оқ атқанда нысанаға тию ықтималдығы 0,8 санына тең. 400 рет нысанаға оқ атылғанда дәл 300 рет нысанаға тию ықтималдығын анықтаңыз.

Есеп 11.5. Ер баланың дүниеге келуінің ықтималдығы 0,51 санына тең. Жаңа туған 100 баланың 50-і ер бала болуының ықтималдығын табыңыз.

Есеп 11.6. Тиын $2N$ рет лақтырылды (N айтарлықтай "үлкен"). Тиынның сан жағының дәл N рет түсуінің ықтималдығын Муавр-Лапласың локалды формуласын қолдану арқылы өрнектеңіз.

Есеп 11.7. Жол бойында келе жатқан машиналардың жол айырығында 30 пайызы оңға, ал 70 пайызы солға бұрылатындары белгілі. Жол бойында келе жатқан 450 машинаның дәл 250-і солға бұрылуының ықтималдығын табыңыз.