

15 дәріс тақырыбы. Тьюринг Машинасы

1936 жылы Тьюринг кез келген есептеуді орындай алады деген жорамалмен теориялық машиналар класын енгізді. Олардың сипаттамасын берейік.

Көз алдымызға квадраттарға бөлінген ақырлы лентаны елестетейік. Машинаның алфавиті болып аталатын $a_1, a_2, \dots, a_n$ символдары беріледі. Әр кезде әр квадратқа бір символ жазылады, квадрат бос болса 0 –символы жазылды деп есептейміз. Әр кезде квадратта бір символдан артық болмайды. Машинаның ішкі жағдайлары болып табылатын $\{q_0, q_1, \dots, q_m\}$ жиыны болады, мұндағы q_1 – бастапқы жағдайы, ал q_0 – соңғы жағдайы. Әр кезде машина сол ішкі жағдайлардың біреуінде ғана болады. Сонымен бірге кез келген уақытта квадраттардың біреуін ғана қарастыратын оқу тетігі бар. Машина бір мезетте бір ғана қимыл істейді. Егер машинаның оқу тетігі қарастырылып тұрған квадратта a_j символы тұрса, ал машинаның ішкі жағдайы q_i болса, онда ол келесі қимылды істейді $q_i a_j \rightarrow q_k a_l S$, мұндағы S үшеуінің біреуі:

- 1) $S = R$ тетік оң жағындағы көрші квадратқа жылжиды;
- 2) $S = L$ тетік сол жағындағы көрші квадратқа жылжиды;
- 3) $S = E$ тетік орнында қалады

Бірінші немесе екінші қимыл кезінде көрші квадрат жоқ болса, онда керек квадрат пайда болады деп есептейміз. Үшінші жағдайда машина басқа q_k ішкі жағдайға ауысып, келесі қимылға дайын.

Сонымен енді біз кез келген Тьюринг машинасы мен осы машинаның алфавитінде құрылған $q_i a_j \rightarrow q_k a_l S$ бұйрықтардан тұратын алгоритмді байланыстыра аламыз. Бұйрықтарға енетін a_j символдары сыртқы жағдайлар деп аталады. Бұйрықтардағы q_i символдары ішкі жағдайлар деп аталады. q_0 кез келген машинаның ішкі жағдайы болып табылады.

Егер P - бос болуы мүмкін, ал Q бос емес сөздер болса және q_i – машинаның ішкі жағдайы болса, онда $P q_i Q$ машинаның конфигурациясы деп аталады. Бастапқы конфигурацияның түрі келесідей: $q_1 Q$, ал соңғы конфигурация келесідей болады: $q_0 Q_1$.

Егер $q_i a_j \rightarrow q_k a_l S$ осындай бұйрықтардың шектеулі тізбегінен кейін кейін машина бастапқы конфигурацияны соңғы конфигурацияға түрлендірсе, онда берілген бастапқы конфигурацияға машинаның қолдануы мүмкін деп айтамыз. Басқа жағдайда, яғни $P q_0 Q$ бұл жерде P - бос емес сөз болса немесе машина кейбір ішкі жағдайда тетік тұрған квадратта жазылған символына бұйрық анықталмаған болса, онда берілген бастапқы конфигурацияға машинаның қолдануы мүмкін емес деп білеміз.

Бағдарламаның жазуын қысқарту үшін қабылданулар:

- 1) егер $q_i a_j \rightarrow q_k a_l S$ бұйрықта $q_i = q_k$ болса онда жазамыз $q_i a_j \rightarrow a_l S$
- 2) егер $q_i a_j \rightarrow q_k a_l S$ бұйрықта $a_j = a_l$ болса онда жазамыз $q_i a_j \rightarrow q_k S$
- 3) егер $q_i a_j \rightarrow q_k a_l S$ бұйрықта $S = E$ болса онда жазамыз $q_i a_j \rightarrow q_k a_l$

- 4) Жоғарыдағы келісімдер бірге қолдануы мүмкін. Мысалы егер $q_i a_j \rightarrow q_k a_l S$ бұйрықта $q_i = q_k$ және $a_j = a_l$, сосын $S = R$ болса онда жазамыз $q_i a_j \rightarrow R$ деп.

Тьюринг машинасының бағдарламасын кесте түрінде берілген ыңғайлы.

Мысал 1. Ішкі жағдайлары $\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$. Сыртқы алфавит (жағдайлары) $\{a, b, c\}$ ТМ бағдарламасы кестеде берілген

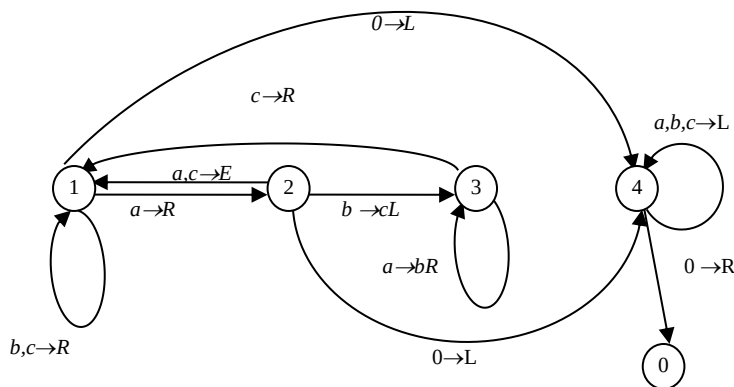
	a	b	c	0
q_1	$q_2 R$	R	R	$q_4 L$
q_2	q_1	$q_3 c L$	q_1	$q_4 L$
q_3	$b R$		$q_1 R$	
q_4	L	L	L	$q_0 R$

Келесі бастапқы конфигурацияға берілген ТМ әрекет ету хаттамасын жасаймыз: $q_1 a a b a b a$

Қадамдар	нәтижелері	Қадамдар	нәтижелері
1	$q_1 a a b a b a$	11	$a b c b c q_1 a$
2	$a q_2 a b a b a$	12	$a b c b c a q_2 0$
3	$a q_1 a b a b a$	13	$a b c b c q_4 a$
4	$a a q_2 b a b a$	14	$a b c b q_4 c a$
5	$a q_3 a c a b a$	15	$a b c q_4 b c a$
6	$a b q_3 c a b a$	16	$a b q_4 c b c a$
7	$a b c q_1 a b a$	17	$a q_4 b c b c a$
8	$a b c a q_2 b a$	18	$q_4 a b c b c a$
9	$a b c q_3 a c a$	19	$q_4 0 a b c b c a$
10	$a b c b q_3 c a$	20	$q_0 a b c b c a$

Берілген ТМ үшін ауысу графын құрастырамыз

	a	b	c	0
q_1	$q_2 R$	R	R	$q_4 L$
q_2	q_1	$q_3 c L$	q_1	$q_4 L$
q_3	$b R$		$q_1 R$	
q_4	L	L	L	$q_0 R$



Егер функцияны дұрыс есептейтін ТМ болса, функция дұрыс есептеледі деп аталады. Кез келген натурал X санына екі жағында 0 жазылған X - бірліктен тұратын тізбекті сәйкес қоямыз және оны 01^X0 деп белгілейміз. Мысалы, 2-ге 0110 , 5-ке 0111110 .

Мысал 2. Бастапқы функци $Z(X)$ (“zero”) дұрыс есептеледі.

ТМ: $q_101^X0 \mapsto q_000$; Кесте:

	0	1
q_1	q_21R	
q_2	q_3L	q_20R
q_3	L	q_00

q_101^X0
 $1q_21^X0$
 $10^1q_21^{X-1}0$
 $10^2q_21^{X-2}0$

 10^Xq_20
 $10^{X-1}q_30^2$
 $10^{X-2}q_30^3$

 q_310^{X+1}
 q_00^{X+2}

Мысал 3. Бастапқы функция $N(x)$ (“next”) дұрыс есептеледі.

ТМ: $q_101^X0 \mapsto q_001^{X+1}0$; Кесте:

	0	1
q_1	q_2R	
q_2	q_31L	R
q_3	q_0	L

q_101^X0
 $0q_21^X0$
 $01q_21^{X-1}0$

$01^2q_21^{X-2}0$

.....

01^Xq_200

$01^{X-1}q_3110$

$01^{X-2}q_31^30$

.....

$0q_31^{X+1}0$

$q_301^{X+1}0$

$q_001^{X+1}0$

Мысал 4. Қосынды функциясы $S(X,Y)=X+Y$ дұрыс есептеледі.

ТМ: $q_101^X01^Y0 \mapsto q_001^{X+Y}0$; Кесте

	0	1
q_1	q_2R	
q_2	q_31R	R
q_3	q_4L	R
q_4		q_50L
q_5	q_0	L

$q_101^X01^Y0$

$0q_21^X01^Y0$

$01q_21^{X-1}01^Y0$

.....

$01^Xq_201^Y0$

$01^{X-1}q_31^Y0$

$01^{X+1}q_31^Y0$

$01^{X+2}q_31^{Y-1}0$

$01^{X+3}q_31^{Y-2}0$

.....

$01^{X+Y+1}q_30$

$01^{X+Y}q_410$

$01^{X+Y-1}q_5100$

$01^{X+Y-2}q_51^20$

$01^{X+Y-3}q_51^30$

.....

$q_501^{X+Y}0$

Мысал 5. Екіге көбейту функциясы $f(X)=2X$ дұрыс есептеледі.

ТМ: $q_1 01^X 0 \mapsto q_0 01^{2X} 0$; Кесте

	0	1	a
q_1	$q_2 R$		
q_2	$q_3 a L$	R	
q_3		$q_4 a R$	
q_4	$q_5 1 R$	R	R
q_5	$q_6 1 L$		
q_6		L	$q_7 L$
q_7	$q_8 R$	$q_4 a R$	L
q_7		$q_0 L$	0R

$q_1 0110 \mapsto q_0 011110$

1	$q_1 0110$	11	$0 q_7 1 a a 110$	21	$0 a a q_6 a 11110$
2	$0 q_2 110$	12	$0 a q_4 a a 110$	22	$0 a q_7 a a 11110$
3	$01 q_2 10$	13	$0 a a q_4 a 110$	23	$0 q_7 a a a 11110$
4	$011 q_2 0$	14	$0 a a a q_4 110$	24	$q_7 0 a a a 11110$
5	$01 a q_4 a 0$	15	$0 a a a 1 q_4 10$	25	$0 q_8 a a a 11110$
6	$01 a a q_4 0$	16	$0 a a a 11 q_4 0$	26	$00 q_8 a a 11110$
7	$01 a a 1 q_5 0$	17	$0 a a a 111 q_5 0$	27	$000 q_8 a 11110$
8	$01 a a q_6 110$	18	$0 a a a 11 q_6 110$	28	$0000 q_8 11110$
9	$01 a q_6 a 110$	19	$0 a a a 1 q_6 1110$	29	$q_0 011110$
10	$01 q_7 a a 110$	20	$0 a a a q_6 11110$		

Мысал 5. Берілген натурал санды 3-ке бөлудің қалған бөлігін есептейтін МТ құрыңыз.

ТМ: $q_1 01^X 0 \mapsto q_0 01^{[X/5]} 0$; Кесте

	0		1		a
q_1	$q_2 R$				
q_2	$q_7 L$	қалдық 0-ге тең	$q_3 R$	1 бірлік бар	
q_3	$q_7 L$	қалдық 1-ге тең	$q_4 R$	2 бірлік бар	
q_4	$q_7 L$	қалдық 2-ге тең	$q_5 a L$	3 бірлік бар, оларды жоямыз	
q_5	$q_6 R$		0L		
q_6	R				$q_2 0$
q_7	q_0		L		

$q_1 0110$		$q_1 0111110$	$0q_2 110$	
$0q_2 110$		$0q_2 111110$	$01q_3 10$	
$01q_3 10$		$01q_3 11110$	$011q_4 0$	
$011q_4 0$		$011q_4 1110$	$01q_7 10$	
$01q_{11} 10$		$01q_5 1a110$	$0q_7 110$	
$0q_{11} 110$		$0q_5 10a110$	$q_7 0110$	
$q_{11} 0110$		$0q_6 00a110$	$q_0 0110$	
$q_0 0110$		$00q_6 0a110$		
		$000q_6 a110$		

Жеке тапсырмалар: Ішкі жағдайлары $\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$. Сыртқы алфавит (жағдайлары) $\{a, b, c\}$ ТМ бағдарламасы кестеде берілген

	a	b	c	0
q_1	R	$q_2 R$	R	$q_4 L$
q_2	$q_3 cL$	q_1	q_1	$q_4 L$
q_3		$q_3 aR$	$q_1 R$	
q_4	L	L	L	$q_0 R$

1) Бастапқы конфигурация келесі ережемен берілген

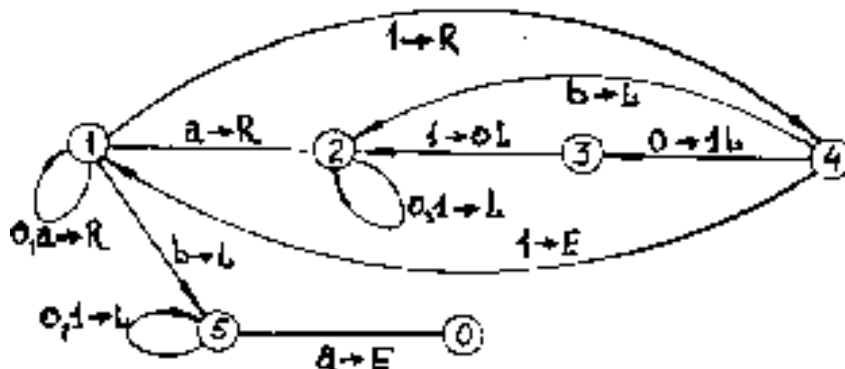
$$q_1 a_1 a_2 a_3 a_4 c a_5$$

егер $a_k = 1$ болса онда оның орнына a жазамыз, ал $a_k = 0$ болса онда оның орнына b жазамыз. Мысалы $q_1 1001c1 \rightarrow q_1 abbaca$ болады.

2) Осылай табылған бастапқы конфигурацияға берілген ТМ әрекет ету хаттамасын жазыңыз.

3) Берілген ТМ үшін ауысу графын құрастырыңыз.

4) Берілген ауысу графына тиісті ТМ кестесін табыңыз.



5) 4-ші пунктте табылған ТМ –н 1-ші пунктте табылған бастапқы конфигурацияға әрекет ету хаттамасын жазыңыз.