

Тақырыбы. Оқиға, оқиғаға қолданылатын амалдар

Тәжірибенің барлық мүмкін нәтижелерінің жиыны *элементар оқиғалар жиыны* деп, ал ондағы әрбір нәтиже (1-сабақта нәтижелерді ажыратып алдық) *элементар оқиға* деп аталады. Бұл оқулықта да элементар оқиғалар жиынын қалыптасқан Ω әрпімен белгілейміз, сонымен Ω -элементар оқиғалар жиыны (Көмекші «Маркет» моделі мен математикалық модель құру арқылы жүзеге асырылады).

Анықтама 2.1. Барлық элементар оқиғалар жиынының кез келген өлшемді жиыншасы *оқиға* деп аталады, яғни оқиға элементар оқиғалардан құралған өлшемді жиын: $A \subset \Omega$, A – оқиға.

Әрине, нақты айнымалы функциялар теориясынан кез келген саналымдыдан артық емес жиынның кез келген жиыншасын өлшемді жиын ретінде қарастыруға болатындығы белгілі. Сондықтан барлық мүмкін нәтижелер жиыны саналымдыдан артық емес жиын болғанда оның кез келген жиыншасы 2.1-анықтама бойынша оқиға болады. Ал барлық мүмкін нәтижелер жиыны саналымдыдан артық болғанда оның өлшемді емес жиыншасы бар болуы мүмкіндігінен кез келген жиынша оқиға бола бермейді.

Ескерту 2.1. Өлшемді жиын анықтамасы толығымен 3-сабақта беріледі.

Анықтама 2.2. Егер тәжірибе нәтижесі (элементар оқиға) A оқиғасының элементі болса, онда A *оқиғасы орындалды*, ал керісінше жағдайда, яғни тәжірибе нәтижесі A оқиғасында жатпаса, онда A *оқиғасы орындалмады* деп аталады.

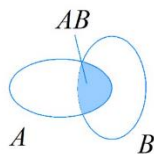
Жиындарға (сәйкесінше оқиғаларға да) қолданылатын амалдарды *Эйлер-Венн диаграммасы* деп аталатын сызбалар (дөңгелектер) арқылы бейнелеуге болады.

Анықтама 2.3. Барлық элементар оқиғалардан құралған оқиға, яғни тәжірибе нәтижесі қандай болса да

орындалатын оқиға, мүмкін (ақиқат) оқиға деп аталады (Ω — ақиқат оқиға).

Анықтама 2.4. Тәжірибе нәтижесі қандай болса да орындалмайтын оқиға, яғни бір де бір элементар оқиғаны қамтымайтын оқиға, *жалған оқиға* деп аталады (бос жиын $\emptyset$ — жалған оқиға).

Анықтама 2.5. A және B оқиғалары берілсін. A және B оқиғалары бір уақытта орындалғанда және тек сонда ғана орындалатын оқиға A және B оқиғаларының қиылысуы (немесе көбейтіндісі) деп аталады да, $A \cap B$ немесе AB түрінде белгіленеді (2.1-сурет).

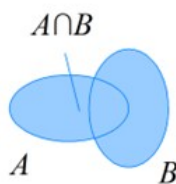


2.1-сурет

Анықтама 2.6. $A_1, A_2, \dots, A_n$ оқиғалары берілсін. Осы оқиғалардың барлығы бір уақытта орындалғанда және тек сонда ғана орындалатын оқиға $A_1, A_2, \dots, A_n$ оқиғаларының қиылысуы деп аталады да, $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \bigcap_{k=1}^n A_k$ түрінде белгіленеді.

Анықтама 2.7. Егер A және B оқиғалары тәжірибенің кез келген нәтижесінде бірге орындалмаса, яғни $A \cap B = \emptyset$ болса, онда A және B оқиғалары *үйлесімсіз оқиғалар* деп аталады.

Анықтама 2.8. A және B оқиғалары берілсін. Не A оқиғасы, не B оқиғасы, не A және B оқиғалары қатар орындалғанда және тек сонда ғана орындалатын оқиға A және B оқиғаларының бірігуі (немесе



2.2-сурет

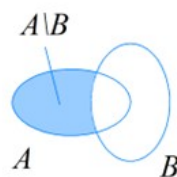
қосындысы) деп аталады да, $A \cup B$ түрінде белгіленеді, яғни $A \cup B$ оқиғасы A және B оқиғаларының кем дегенде біреуі орындалғанда орындалатын оқиға (2.2-сурет).

Егер A және B оқиғалары үйлесімсіз оқиғалар болса, онда олардың бірігуін $A + B$ түрінде белгілейміз. Сонымен, үйлесімсіз екі оқиғаның қосындысы не A оқиғасы, не B оқиғасы орындалғанда орындалатын оқиға.

Анықтама 2.9. $A_1, A_2, \dots, A_n$ оқиғалары берілсін. Осы оқиғалардың ең болмағанда біреуі орындалғанда және тек сонда ғана орындалатын оқиға $A_1, A_2, \dots, A_n$ оқиғаларының бірігуі (немесе қосындысы) деп аталады да $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \bigcup_{k=1}^n A_k$ түрінде белгіленеді.

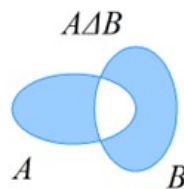
Анықтама 2.10. Егер өзара қиылыспайтын саны ақырлы не саналымды $A_1, A_2, \dots, A_n$ ($A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$) оқиғалары үшін $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$ ($A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n \cup \dots = \Omega$) теңдігі орындалса (мұндағы Ω барлық элементар оқиғалар жиыны), яғни тәжірибе жасаған сайын $A_1, A_2, \dots, A_n$ ($A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$) оқиғаларының біреуі және тек қана біреуі орындалса, онда $A_1, A_2, \dots, A_n$ ($A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$) оқиғалары оқиғалардың толық тобын құрайды деп аталады.

Анықтама 2.11. A және B оқиғалары берілсін. A оқиғасы орындалып, B оқиғасы орындалмағанда және тек сонда ғана орындалатын оқиға A және B оқиғаларының айырымы деп аталады да, $A \setminus B$ түрінде белгіленеді (2.3-сурет).



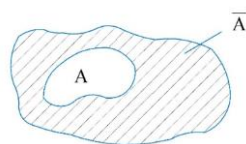
2.3-сурет

Анықтама 2.12. A және B оқиғалары берілсін. A және B оқиғаларының бірі және тек бірі ғана орындалғанда орындалатын оқиға A және B оқиғаларының симметриялық айырымы деп аталады да, $A \Delta B$ түрінде белгіленеді (2.4-сурет).



2.4-сурет

Анықтама 2.13. A орындалмағанда және тек сонда ғана орындалатын оқиға A оқиғасына қарама-қарсы оқиға деп аталады да, $\bar{A} = \Omega \setminus A$ түрінде белгіленеді, яғни $\bar{A} \cup A = \Omega, \bar{A} \cap A = \emptyset$ шарттары орындалғанда ғана A және $\bar{A}$ оқиғалары өзара қарама-қарсы оқиғалар болады (2.5-сурет).



2.5-сурет

Анықтама 2.14. A және B оқиғалары берілсін. Егер A оқиғасында жатқан әрбір элементар оқиға B оқиғасында да жатса, онда A оқиғасының орындалуы B оқиғасының орындалуына алып келеді немесе B оқиғасы A оқиғасының салдары деп аталады және $A \subset B$ арқылы белгіленеді.

Анықтама 2.15. A және B оқиғалары берілсін. Егер A оқиғасының орындалуы B оқиғасының орындалуына алып келсе және керісінше, B оқиғасының орындалуы A оқиғасының орындалуына алып келсе, яғни $A \subset B$ мен $B \subset A$ қатар орындалса, онда A мен B оқиғалары тең оқиғалар деп аталады және $A = B$ арқылы белгіленеді.

Элементар оқиғалар, оқиғалардың қасиеттері және оларға қолданылатын амалдардың 2.1-2.4 мысалдарын қараңыз.

Ескерту 2.2. Ықтималдықтар теориясының есептерін шығару кезінде элементар оқиғалар кеңістігін анықтап алу маңызды.

Оқиғаға қолданылатын амалдардың қасиеттері:

2.1⁰. Кез келген A және B оқиғалары үшін

$$A \cup B = B \cup A,$$

$$A \cap B = B \cap A$$

теңдіктері орындалады. Бұл оқиғалардың бірігу, қиылысу амалдарының *коммутативтілік заңы* деп аталады, яғни бұл амалдарды орындағанда қай оқиғаны бірінші, қайсысын екінші алатындығы маңызды емес.

2.2⁰. Кез келген A, B және C

оқиғалар
ы үшін

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C,$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

теңдіктері орындалады. Бұл оқиғалардың бірігу, қиылысу амалдарының *ассоциативтілік заңы* деп аталады.

2.3⁰. Кез келген A, B және C оқиғалары үшін

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

теңдігі орындалады. Бұл оқиғалардың *бірігу амалының қиылысу амалына қарағандағы дистрибутивтілік заңы* деп аталады.

2.4⁰. Кез келген A, B және C оқиғалары үшін

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

теңдігі орындалады. Бұл оқиғалардың *қиылысу амалының бірігу амалына қарағанда дистрибутивтілік заңы* деп аталады.

2.5⁰. Кез келген A және B оқиғалары берілсін. A оқиғасының орындалуы B оқиғасының орындалуын қамтамасыз етуінен, яғни $A \subset B$ орындалуынан, $\bar{B}$ оқиғасының орындалуынан $\bar{A}$ оқиғасының орындалуы $\bar{B} \subset \bar{A}$ шығады, яғни $A \subset B \Rightarrow \bar{B} \subset \bar{A}$ және керісінше.

2.6⁰. A оқиғасына қарама-қарсы $\bar{A}$ оқиғасына қарама-қарсы $\bar{\bar{A}}$ оқиғасы сол A оқиғасының өзіне тең, яғни $\bar{\bar{A}} = A$.

2.7⁰. Кез келген A және B оқиғалары үшін

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B},$$
$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

теңдіктері орындалады да, олар *де Морган заңдары* деп аталады.

Бұл амалдар мен қасиеттердің практикалық қолданысын практика сабағында 2.5-2.9 мысалдарынан көруге болады.

1. Оқиға дегеніміз не?

2. Тәжірибе жүргізіліп нәтиже анықталғаннан кейін бекітілген оқиға орындалды дегеніміз не?

3. Мүмкін оқиға дегеніміз не?

4. Жалған оқиға дегеніміз не?

5. Екі оқиғаның бірігуі дегеніміз не? Бірнеше оқиғаның бірігуі ше?

6. Екі оқиғаның қиылысуы дегеніміз не? Бірнеше оқиғаның қиылысуы ше?

7. Үйлесімсіз оқиғалар дегеніміз не?

8. Оқиғалардың толық тобы дегеніміз не?

9. Екі оқиғаның айырымы дегеніміз не?

10. Екі оқиғаның симметриялық айырымы дегеніміз не?

11. А оқиғасының орындалуы В оқиғасының орындалуына алып келуі дегеніміз нені білдіреді?

12. Қарама-қарсы оқиға дегеніміз не?

13. Тең оқиғалар дегеніміз не?

14. Оқиғалардың бірігуі қандай қасиеттерге ие?

15. Оқиғалардың қиылысуы қандай қасиеттерге ие?

16. *Де Морган заңдары* деп аталатын теңдікті жазыңыз.