

ЛЕКЦИЯ 7. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ РИСКОВ

Профессор Рахметулина Ж.Б.





ПЛАН

- Основные инструменты статистического метода оценки риска: среднее значение изучаемой случайной величины, дисперсия, стандартное отклонение (среднеквадратическое), коэффициент вариации, распределение вероятности изучаемой случайной величины.
- Определения, расчетные формулы
- Количественные методы оценки риска на основе статистической информации

Статистические методы

Метод оценки вероятности

Метод анализа вероятностных
распределений потоков
платежей

Деревья решений

Имитационное моделирование

Технология «Risk Metrics»

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

Суть статистических методов оценки риска – в определении данных предшествующего периода и установление зоны риска

Инструменты:

- среднее значение (\bar{X}) изучаемой величины;
- дисперсия (σ^2);
- стандартное (среднеквадратическое) отклонение (σ);
- коэффициент вариации (V);
- распределение вероятности изучаемой случайной величины

Из теории статистики известно, что для ограниченного числа (n) возможных значений случайной величины ее среднее значение определяется из выражения:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i * p_i \quad (4.1)$$

где X_i – значение случайной величины;

p_i – вероятность появления случайной величины.

В случае, когда не известны вероятности появления случайной величины, а известны лишь частоты наблюдений рассматриваемых величин, то среднее ожидаемое значение определяется по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot n_i}{\sum_{i=1}^n n_i} \quad (4.2)$$

где \bar{X} – среднее ожидаемое значение;

X_i – ожидаемое значение для каждого случая;

Дисперсия

Средневзвешенное
из квадратов отклонений
действительных результатов от
средних

$$\overline{\sigma^2} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 * p_i, \quad (4.3)$$

а также очень близко с ним связанное среднеквадратическое отклонение, являющееся мерой разброса случайной величины относительно среднего значения и определяемое из выражения

$$\sigma = \sqrt{\overline{\sigma^2}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 * p_i} \quad (4.4)$$

В случае, когда не известны вероятности появления случайной величины, а известны лишь частоты наблюдений рассматриваемых величин, дисперсия и среднеквадратическое отклонение определяются по формулам:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \cdot n_i}{\sum_{i=1}^n n_i} \quad (4.5)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \cdot n_i}{\sum_{i=1}^n n_i}} \quad (4.6)$$

где X_i – ожидаемое значение для каждого случая наблюдения;

\bar{X} – среднее ожидаемое значение;

n – частота случаев, или число наблюдений.

Дисперсия и среднеквадратическое отклонение служат мерами абсолютного рассеивания.

Коэффициент вариации

При вложении капитала в мероприятие А меньше, чем при вложении в капитал В.

Следовательно, мероприятие А сопряжено с меньшим риском, т.е. предпочтительнее

Для анализа меры изменчивости часто используют коэффициент вариации, который представляет собой отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической и показывает степень отклонения полученных значений от среднего значения.

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \quad (4.7)$$

Коэффициент вариации – относительная величина. Поэтому с его помощью можно сравнивать изменчивость признаков, имеющих разные единицы измерения.

Чем выше коэффициент вариации, тем сильнее изменчивость признака. Установлена следующая оценка коэффициентов вариации:

- до 10% – слабая изменчивость;
- 11–25% – умеренная изменчивость;
- свыше 25% – высокая изменчивость.

Пример

Выбор наиболее эффективного инвестиционного проекта на основе статистического метода

Возможная конъюнктура рынка	«1-й» проект		«2-й» проект	
	Прибыль, млн.руб.	Значение вероятности	Прибыль, млн.руб.	Значение вероятности
Благоприятная	300	0,3	350	0,2
Посредственная	150	0,4	180	0,4
Неблагоприятная	50	0,3	40	0,4
В целом	-	1,00	-	1,00

Решение.

1. Рассчитаем средневзвешенное значение прибыли

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i * p_i$$

$$\bar{X}_1 = 300 * 0,3 + 150 * 0,4 + 50 * 0,3 = 165 \text{ млн. руб.}$$

$$\bar{X}_2 = 350 * 0,2 + 180 * 0,4 + 40 * 0,4 = 158 \text{ млн. руб.}$$

По величине средневзвешенной прибыли преимущество у 1-го проекта, но чтобы сделать окончательный вывод необходимо дополнительно рассчитать коэффициент вариации, который покажет степень колеблемости возможного результата.

2. Рассчитаем дисперсию

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 * p_i,$$

$$\sigma_1^2 = (300 - 165)^2 * 0,3 + (150 - 165)^2 * 0,4 + (50 - 165)^2 * 0,3 = 9525$$

$$\sigma_2^2 = (350 - 158)^2 * 0,2 + (180 - 158)^2 * 0,4 + (40 - 158)^2 * 0,4 = 13136$$

3. Рассчитаем среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 * p_i}$$

$$\sigma_1 = \sqrt{9525} = 98$$

$$\sigma_2 = \sqrt{13136} = 114$$

4. Рассчитаем коэффициент вариации

$$V = \frac{\sigma}{\bar{X}}$$

$$V_1 = \frac{98}{165} = 0,59$$

$$V_2 = \frac{114}{158} = 0,72$$

Коэффициент вариации у 1-го проекта ниже, а средневзвешенная прибыль выше, поэтому выбираем именно 1-й инвестиционный проект.

Использование коэффициента вариации

Если среднеквадратическое отклонение дохода сравниваемых проектов окажется одинаковым, то для оценки риска можно воспользоваться *коэффициентом вариации*, который характеризует относительное отклонение случайной величины от своего среднего значения:

$$V(\%) = \frac{s}{\bar{q}} \cdot 100.$$

Пример 4.3. Рассмотрим два рискованных проекта (табл. 4.2). Оценка риска с помощью среднеквадратического отклонения для обоих вариантов получилась одинаковой. Однако, коэффициент вариации для 2-го проекта меньше.

Таблица 4.2

Проекты	Будущие состояния экономики			Средний ожидаемый доход \bar{q}_i , тыс. руб.	Среднее квадратическое отклонение σ_i , тыс. руб.	Коэффициент вариации V_i , %
	1	2	3			
	$p_1 = 0,3$	$p_2 = 0,3$	$p_3 = 0,4$			
	Ожидаемый доход q_i , тыс. руб.					
1	20	30	25	25	3,87	15,5
2	25	35	30	30	3,87	12,9

Расчет величины среднего ожидаемого

$$\bar{q}_i = \sum_{j=1}^m q_{ij} p_j,$$

где \bar{q}_i – средний ожидаемый доход i -го инвестиционного проекта;

q_{ij} – доход по i -му проекту в j -ом состоянии экономики;

p_j – вероятность наступления j -го состояния экономики;

m – число возможных состояний экономики.

Пример
Выбор наиболее эффективного инвестиционного проекта на основе статистического метода

Пример 4.1. Имеются два рискованных проекта (табл. 4.1) и определены три возможных состояния экономики в будущем.

Таблица 4.1

Проекты	Будущие состояния экономики			Средний ожидаемый доход \bar{q}_i , тыс. руб.
	1	2	3	
	$p_1 = 0,3$	$p_2 = 0,4$	$p_3 = 0,3$	
	Ожидаемый доход q_i , тыс. руб.			
1	125	200	150	162,5
2	150	225	125	172,5

Если принять в качестве критерия оценки проекта средний ожидаемый доход, то предпочтение следует отдать второму проекту:

$$\bar{q}_1 = 125 \cdot 0,3 + 200 \cdot 0,4 + 150 \cdot 0,3 = 162,5 \text{ (тыс. руб.)};$$

$$\bar{q}_2 = 150 \cdot 0,3 + 225 \cdot 0,4 + 125 \cdot 0,3 = 172,5 \text{ (тыс. руб.)}.$$

Выбор проекта в данном случае не учитывает инвестиционные риски.

Оценим риск в **примере 4.1**:

$$s_1^2 = (125 - 162,5)^2 \times 0,3 + (200 - 162,5)^2 \times 0,4 + (150 - 162,5)^2 \times 0,3 = 1\,031,25;$$

$$s_2^2 = (150 - 172,5)^2 \times 0,3 + (225 - 172,5)^2 \times 0,4 + (125 - 172,5)^2 \times 0,3 = 1\,931,25.$$

Следовательно, если в качестве оценки риска взять дисперсию, то более рискованным будет 2-й проект.

Пример. Рассмотрим два проекта: первый- имеет гарантированный доход, равный 1200 тыс. тенге, второй- рисковый. Он с вероятностью 0,4 может принести убыток в размере 2400 тыс. тенге и с вероятностью 0,6 - доход в размере 3600 тыс. тенге.

Средний ожидаемый доход в данном случае составит:

$\bar{g}_2 = 0,4 * (-2400) + 0,6 * 3600 = 1200$ тыс. тенге, то есть, ожидаемый доход по 2-му проекту совпадает с гарантированным доходом по 1-му проекту. Однако, для 2-го проекта существует риск. получения убытка в размере 2400 тыс. тенге что

Анализ финансового состояния предприятия

Финансовое состояние предприятия

Характеризуется системой абсолютных и относительных показателей, отражающих использования финансовых ресурсов предприятия

Платежеспособность

Готовность предприятия погасить долги в случае одновременного предъявления требований со стороны всех кредиторов фирмы о платежах по краткосрочным обязательствам

Ликвидность

Способность активов предприятия использоваться в качестве непосредственного платежа или быстро превращаться в денежную форму с целью погашения предприятием своих обязательств



Коэффициент абсолютной ликвидности ($K_{ал}$) характеризует степень мобильности активов предприятия, обеспечивающей своевременную оплату по своей задолженности, и определяется из выражения:

$$K_{ал} = \frac{C_{в}}{T_{о}}, \quad (4.8)$$

где $C_{в}$ – стоимость высоколиквидных средств (денежные средства в банках и кассах, ценные бумаги, депозиты и т.п.);

$T_{о}$ – текущие обязательства предприятия (сумма краткосрочной задолженности).

Коэффициент текущей ликвидности ($K_{тл}$) показывает, в какой степени текущие потребности обеспечены собственными средствами предприятия, без привлечения кредитов извне, и определяется из выражения:

$$K_{тл} = \frac{C_{в} + C_{с}}{T_{о}}, \quad (4.9)$$

где $C_{с}$ – стоимость средств средней ликвидности (товарные запасы, дебиторская задолженность и т.п.).

Задача. Расчет дисперсии портфеля акций

Инвестор купил акции компании А на 600 тыс. долл., компании В на 400 тыс. долл. Стандартное отклонение доходности акции компании А в расчете на день составляет 1,4%, компании В – 1,55%. Курс 1 долл. = 420 тенге. Стандартное отклонение валютного курса в расчете на один день 0,43%, коэффициент ковариации между курсом доллара и доходностью акции компании А равен 0,0903, доходность компании В – 0,05332. Ковариация доходностей акции компании А и В равна 1,736. Определить стандартное отклонение доходности портфеля в расчете на один день.

Риск портфеля, состоящего из двух видов активов (А и В) рассчитывается по формуле:

$$\sigma_{\Pi}^2 = \sigma_A^2 \times w_A^2 + \sigma_B^2 \times w_B^2 + 2 \times \rho_{AB} \times w_A \times w_B \times \sigma_A \times \sigma_B.$$

С учетом трех видов рисков расчет осуществляется следующим образом:

$$\sigma^2 = \sigma_A^2 \times w_A^2 + \sigma_B^2 \times w_B^2 + \sigma_{ВК}^2 - 2 \times w_A \times w_B \times cov_{АиВ} + 2 \times cov_{АиВК} \times w_A - 2 \times cov_{ВиВК} \times w_B.$$

Величина $2 \times w_A \times w_B \times cov_{АиВ}$ с минусом, поскольку имеет место короткая и длинная позиция; величина $+2 \times cov_{АиВК} \times w_A$ – с плюсом, т.к. в данном случае длинная позиция; величина $2 \times cov_{ВиВК} \times w_B$ – с минусом, т.к. в данном случае короткая позиция.

Осуществляем расчет:

$$\sigma^2 = 1,4^2 \times 0,6^2 + 1,55^2 \times 0,4^2 + 0,43^2 - 2 \times 1,736 \times 0,6 \times 0,4 + 2 \times 0,0903 \times 0,6 - 2 \times 0,05332 \times 0,4 = 0,50732.$$

Стандартное отклонение доходности портфеля в расчете на один день составляет:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0,50732} = 0,71227\%.$$

Коэффициент корреляции рассчитывается по формуле:

$$r_{xy} = \frac{n \times \sum xy - \sum x \times \sum y}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \times \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

Рассчитываем вспомогательные величины:

$$\sum x = 10 + 14 + 10 + 8 + (-5) + (-3) + 3 + 7 = 44;$$

$$\sum y = 14 + 18 + 13 + 10 + (-2) + (-7) + (-2) + 10 = 54;$$

$$\sum xy = 10 \times 14 + 14 \times 18 + 10 \times 13 + 8 \times 10 + (-5) \times (-2) + (-3) \times (-7) + 3 \times (-2) + 7 \times 10 = 697;$$

$$\sum x^2 = 10^2 + 14^2 + 10^2 + 8^2 + (-5)^2 + (-3)^2 + 3^2 + 7^2 \\ = 100 + 196 + 100 + 64 + 25 + 9 + 9 + 49 = 552;$$

$$\sum y^2 = 14^2 + 18^2 + 13^2 + 10^2 + (-2)^2 + (-7)^2 + (-2)^2 + 10^2 \\ = 196 + 324 + 169 + 100 + 4 + 49 + 4 + 100 = 946;$$

Теперь рассчитываем коэффициент корреляции:

$$r_{xy} = \frac{8 \times 697 - 44 \times 54}{\sqrt{8 \times 552 - 44^2} \times \sqrt{8 \times 946 - 54^2}} = 0,942.$$

Абсолютная величина r_{xy} , лежащая между 0 и 1, служит мерой тесноты связи. В зависимости от величины r_{xy} можно сделать следующие заключения о степени тесноты связи:

$0 \leq r_{xy} < 0,2$ – практически нет связи;

$0,2 \leq r_{xy} < 0,5$ – слабая (не тесная) связь;

$0,5 \leq r_{xy} < 0,75$ – средняя связь;

$0,75 \leq r_{xy} < 0,95$ – сильная (тесная) связь;

$0,95 \leq r_{xy} < 1,00$ – практически функциональная связь.

Если r_{xy} по абсолютной величине равен 1, это свидетельствует о том, что связь между признаками является функциональной, т.е. факторный признак полностью определяет результативный.

В данном случае между доходностями активов X и Y имеет место сильная прямая связь.

Задача.
Расчет коэффициента корреляции доходностей активов
Доходность двух активов за 8 периодов представлена в таблице.
Определить коэффициент корреляции доходностей активов X и Y.

Периоды	1	2	3	4	5	6	7	8
Доходность актива X	10	14	10	8	-5	-3	3	7
Доходность актива Y	14	18	13	10	-2	-7	-2	10

Коэффициент выборочной ковариации рассчитывается по формуле:

$$cov_{xy} = \frac{\sum (X_i - \bar{X}) \times (Y_i - \bar{Y})}{n}$$

Для того, чтобы воспользоваться этой формулой, рассчитываем средние доходности активов.

Средняя доходность актива X:

$$\bar{X} = \frac{10 + 14 + 10 + 8 + (-5) + (-3) + 3 + 7}{8} = \frac{44}{8} = 5,50\%$$

Средняя доходность актива Y:

$$\bar{Y} = \frac{14 + 18 + 13 + 10 + (-2) + (-7) + (-2) + 10}{8} = \frac{54}{8} = 6,75\%$$

Рассчитываем коэффициент выборочной ковариации:

$$\begin{aligned} cov_{xy} &= \frac{\left(\frac{10}{100} - \frac{5,50}{100}\right) \times \left(\frac{14}{100} - \frac{6,75}{100}\right) + \left(\frac{14}{100} - \frac{5,50}{100}\right) \times \left(\frac{18}{100} - \frac{6,75}{100}\right)}{8} \\ &+ \frac{\left(\frac{10}{100} - \frac{5,50}{100}\right) \times \left(\frac{13}{100} - \frac{6,75}{100}\right) + \left(\frac{8}{100} - \frac{5,50}{100}\right) \times \left(\frac{10}{100} - \frac{6,75}{100}\right)}{8} \\ &+ \frac{\left(\frac{-5}{100} - \frac{5,50}{100}\right) \times \left(\frac{-2}{100} - \frac{6,75}{100}\right) + \left(\frac{-3}{100} - \frac{5,50}{100}\right) \times \left(\frac{-7}{100} - \frac{6,75}{100}\right)}{8} \\ &+ \frac{\left(\frac{3}{100} - \frac{5,50}{100}\right) \times \left(\frac{-2}{100} - \frac{6,75}{100}\right) + \left(\frac{7}{100} - \frac{5,50}{100}\right) \times \left(\frac{10}{100} - \frac{6,75}{100}\right)}{8} = \frac{0,04}{8} \\ &= 0,005. \end{aligned}$$

Ковариация несет тот же смысл, что и коэффициент корреляции: она показывает, есть ли линейная взаимосвязь между двумя случайными величинами, и может рассматриваться как «двумерная дисперсия». Однако, в отличие от коэффициента корреляции, который меняется от -1 до 1, ковариация не инвариантна относительно масштаба, т.е. зависит единицы измерения и масштаба случайных величин. Знак ковариации указывает на вид линейной связи между рассматриваемыми величинами: если она > 0 – это означает прямую связь (при росте одной величины растет и другая), ковариация < 0 указывает на обратную связь. При ковариации $= 0$ линейная связь между переменными отсутствует.

Задача Расчет коэффициентов выборочной ковариации

Доходность двух активов за 8 периодов представлена в таблице. Определить коэффициент выборочной ковариации доходностей активов.

Периоды	1	2	3	4	5	6	7	8
Доходность актива X	10	14	10	8	-5	-3	3	7
Доходность актива Y	14	18	13	10	-2	-7	-2	10

Основные методы снижения предпринимательских рисков

Методы уклонения от рисков

- отказ от рискованных решений и событий;
- отказ от ненадежных партнеров и поставщиков;
- отказ от рискованных рынков и т.д.

Методы распределения предпринимательских рисков

- горизонтальная, вертикальная, диверсифицированная интеграция бизнеса;
- страхование хозяйственных рисков (например, хеджирование);
- распределение ответственности между участниками бизнес-процессов;
- использование гарантий и залога для обеспечения выполнения обязательств должника и т.д.

Методы оптимизации предпринимательских рисков

- стратегическое планирование деятельности организации;
- прогнозирование развития внешней среды;
- мониторинг социально-экономической и правовой среды;
- создание системы резервов и т.д.

Методы диверсификации предпринимательских рисков

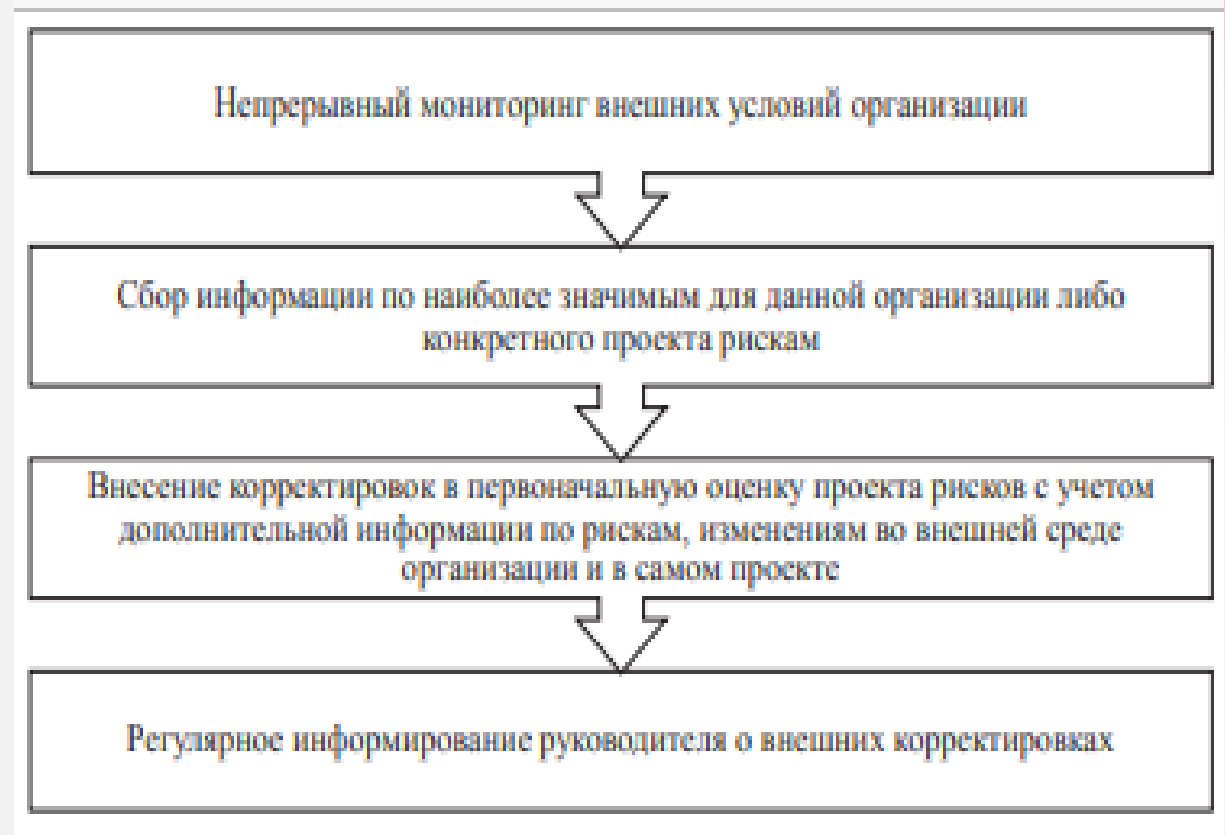
- диверсификация видов экономической деятельности;
- диверсификация рынков сбыта и источников поставок сырья и материалов;
- диверсификация инвестиций и т.д.

Методы локализации предпринимательских рисков

- создание венчурных предприятий;
- создание специальных структурных подразделений для реализации рискованных проектов и т.д.

Повышение качества и автоматизация информационных процессов о предпринимательских рисках и т.д.

Этапы стратегического управления рисками на основе анализа внешней среды предприятия



Основные методы диверсификации рисков предпринимательской деятельности

Расширение сфер деятельности организации

- данное направление предполагает увеличение расширения ассортимента выпускаемой продукции или предоставляемых услуг

Увеличение числа поставщиков сырья, материалов, комплектующих и т.д.

- данное направление позволяет снизить потери от ненадежности отдельных поставщиков, нарушения графика или условий поставок

Расширение рынков сбыта

- данное направление предполагает позиционирование на нескольких товарных рынках, ориентацию на различные социальные группы потребителей, предприятия разных регионов и т.д.

Диверсификация инвестиционной политики

- данное направление предполагает реализацию нескольких проектов с относительно небольшой капиталоемкостью или инвестирование капитала в различные виды деятельности, в различные виды ценных бумаг, оптимизацию структуры инвестиционного портфеля и т.д.



Спасибо за внимание!

Рахметулина Ж.Б.

✉ rahmetulina_zh@mail.ru