

Практикалық жұмысы №9

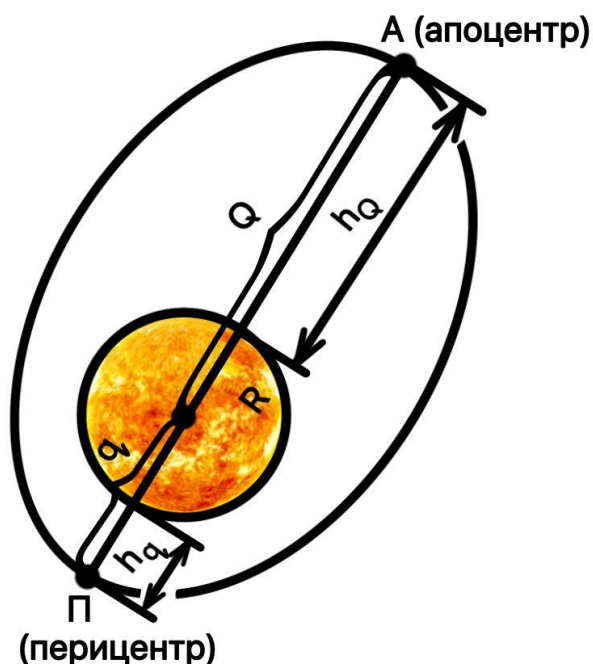
Жасанды аспан денелері

Жасанды аспан денелерін ұшырған кезде оларға есептелген орбитаға байланысты бастапқы жылдамдық (ұшу жылдамдығы) V_H беріледі. Бастапқы жылдамдықты ғарыш қозғалтқышы орталық корпустың бетінен белгілі h_H биіктікте (спутник ұшырылатын), яғни оның орталығынан қашықтықта беріледі.

$$r = R + h_H,$$

мұндағы R – осы дененің орташа радиусы. Атап айтқанда, Жердің айналасында ұшыру кезінде $R = 6371 \text{ км} \sim 6370 \text{ км}$, бұл учаскенің мәселелерін шешу кезінде ескеру қажет.

Жасанды жерсеріктің эллипстік орбитасының пішіні мен өлшемдері ұшыру мақсаттарымен анықталады (1-сурет).



Сурет 1. Жасанды спутниктің эллипстік орбитасы

Орталық дененің орталығы – орбита ошақтарының бірі және оның негізгі жарты осі

$$a = \frac{q + Q}{2} = R + \frac{h_q + h_Q}{2},$$

және перицентрлік қашықтық

$$q = R + h_q$$

және апоцентрлік қашықтық

$$Q = R + h_Q,$$

мұндағы h_q – ең кіші биіктік (периапсис биіктігі) және h_Q – жасанды жерсеріктің дене бетінен ең үлкен биіктігі (апоцентр биіктігі). Жасанды серіктер мен Жер орбиталары үшін h_q – перигей биіктігі, h_Q – апогей биіктігі, q – перигей қашықтығы, Q – апогей қашықтығы.

Орбитаның эксцентриситеті $q = \text{СП} = a(1 - e)$, формула бойынша анықталады.

Жасанды аспан денелерінің жылдамдығы әдетте км/с –пен көрсетіледі және

$$v_a = \frac{2\pi a}{T},$$

$$v = v_a \sqrt{\frac{2a}{r} - 1},$$

$$v_q = v_a \sqrt{\frac{Q}{q}} = v_a \sqrt{\frac{1+e}{1-e}},$$

$$v_Q = v_a \sqrt{\frac{q}{Q}} = v_a \sqrt{\frac{1-e}{1+e}},$$

$$v_k = 631.3 \sqrt{\frac{M}{r}} \text{ [км/с]},$$

$$v_k = 7.91 \sqrt{\frac{M}{r}} \text{ [км/с]},$$

$v_k = \frac{w_k}{\sqrt{r}}$ және $v_{\Pi} = \frac{w_{\Pi}}{\sqrt{r}}$ формулалары арқылы есептеледі.

Жасанды серіктердің айналу периодтарын минуттармен, ал олардың арақашықтығын километрмен өлшеу әдетке айналған, сондықтан да Кеплердің үшінші заңы мынаған тең болады:

$$T^2 = 275.2 \cdot 10^{-10} \frac{a^3}{M}$$

немесе

$$T = 16.58 \cdot 10^{-10} a \sqrt{\frac{a}{M}}$$

және

$$a = 331.2 \sqrt[3]{MT^2}$$

мұндағы M – орталық дененің Жер массаларында көрсетілген массасы.

Орталық дененің массасын жасанды жер серігінің орбиталық параметрлері бойынша есептеуге болады.

Орбитаның перицентрінде (перицентрлік жарты шарда) орналасқан орталық дененің жарты шары бойынша жасанды серіктердің ұшу ұзақтығы

$$t = \frac{(1 - e)^2 \cdot (3 + e)^2}{18\sqrt{1 - e^2}} \cdot T$$

мұндағы T – жер серігінің орбиталық периоды, ал e – оның орбитасының эксцентриситеті.

Жер серігі қарама-қарсы (апоцентрлік) жарты шарда уақыт аралығында ұшады

$$\tau = T - t.$$

$$a = \frac{q + Q}{2} = R + \frac{h_q + h_Q}{2},$$

$$q = R + h_q,$$

$$Q = R + h_Q,$$

$$T^2 = 275.2 \cdot 10^{-10} \frac{a^3}{M},$$

$$T = 16.58 \cdot 10^{-10} a \sqrt{\frac{a}{M}},$$

$$a = 331.2 \sqrt[3]{MT^2},$$

$$t = \frac{(1 - e)^2 \cdot (3 + e)^2}{18\sqrt{1 - e^2}} \cdot T$$

және $\tau = T - t$ формулалары планеталардың табиғи серіктерінің қозғалысына өте қолайлы.

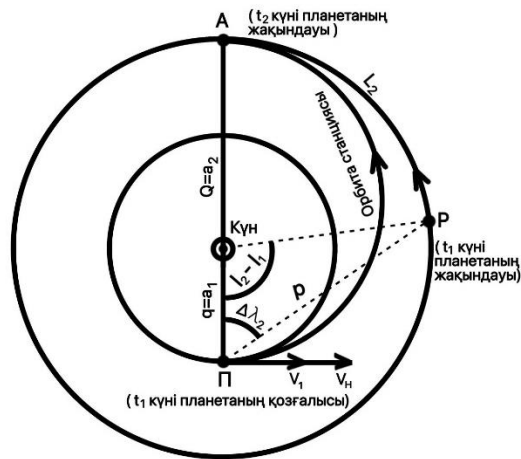
Бір планетадан екінші планетаға ұшу кезінде планетааралық станция (планетааралық кеме) Күннің серігіне айналады және планеталар қозғалысының заңдары бойынша өзінің гравитациялық өрісінде қозғалады. Ең қарапайым ұшу траекториясы жартылай эллиптикалық болып табылады, оның шыңдары (апсидтер) ұшыру планетасының (ұшу одан жасалған) және кездесу планетасының (станция оған бағытталған) орбиталарына тиеді. Бірінші жуықтауда планетарлық орбиталардың көлбеулігі мен эллиптілігін елемей, олардың астрономиялық бірліктерде (а.б.) берілген a_1 (ұшатын планеталар) және a_2 (жақындау планеталары) негізгі жартылай осьтерінің мәндерін пайдаланып есептеулерді жүргізуге болады).

Жоғарғы планетаға ұшып бара жатқанда (2-сурет) станцияны ұшыру оның перигелиондық қашықтықта жүзеге асырылады

$$q = a_1$$

тікелей бағытта; станцияның афелиялық қашықтығы

$$Q = a_2$$



Сурет 2. Планетааралық кеменің ең қарапайым орбитасы

Станция төменгі планетаға бағытталған кезде, $q = a_1$ және планетааралық станцияның гелиоцентрлік орбитасының жартылай үлкен осі $a = \frac{q+Q}{2}$ формула бойынша есептеледі, орбиталық эксцентриситет $q = \text{СП} = a(1 - e)$ формула бойынша есептеледі, ал ұшу жылдармен көрсетілген ұзақтығы,

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{a\sqrt{a}}{2},$$

мұндағы a – астрономиялық бірліктерде. Қажет болса, Δt тәулікке түрлендіріледі.

Станция ұшуының гелиоцентрлік жылдамдығы

$$v_a = \frac{2\pi a \cdot 149.6 \cdot 10^6}{T \cdot 31.56 \cdot 10^6} = 29.78 \frac{a}{T},$$

$$v = v_a \sqrt{\frac{2a}{r} - 1},$$

$$v_q = v_a \sqrt{\frac{Q}{q}} = v_a \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$$

және

$$v_q = v_a \sqrt{\frac{q}{Q}} = v_a \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$$

формулаларымен берілген. Жоғарғы планетаға ұшыру кезінде бастапқы гелиоцентрлік жылдамдық $V_H = V_q$, ал төменгі планетаға

ұшыру кезінде $V_H = V_Q$, және бұл V_H жылдамдыққа ұшырушы планетаның орбиталық (осы жерде қарастырылатын ең қарапайым жағдайда дөңгелек) жылдамдығы V_1 кіреді. Сондықтан планетааралық станция есептелген гелиоцентрлік орбитаға шығуы үшін оған қосымша жылдамдық туралы хабарлау қажет

$$V_D = V_H - V_1$$

Бірақ ұшыру планетасын қалдыру үшін станция әлі де өзінің тартымдылығын жеңуі керек, ол кинетикалық энергияны қажет етеді $\frac{mw_{\Pi}^2}{2}$, мұнда m – станцияның массасы және w_{Π} - осы планетаның бетіндегі екінші ғарыштық (критикалық) жылдамдық. Сондықтан станцияның планетадан ұшыру жылдамдығы V_H , оны бастапқы планетацентрлік жылдамдық деп те атайды, оны мына теңдіктен табуға болады

$$\frac{mv_H^2}{2} = \frac{mv_D^2}{2} + \frac{mw_{\Pi}^2}{2}$$

осыдан

$$v_H = \sqrt{v_D^2 + w_{\Pi}^2}$$

Планетааралық станцияның t_1 ұшыру күні ерікті болуы мүмкін емес және P кездесу планетасының $\Delta\lambda_2$ сәйкес конфигурациясына сәйкес таңдалады (2-суретті қараңыз), олай болса станция жоспарланған кездесу аймағына планетадан ерте немесе кеш келеді. T_2 айналу жұлдыздық периоды бар жақындау планетасының орташа тәуліктік қозғалысы бар

$$\omega_2 = \frac{360^{\circ}}{T_2}$$

және $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{a\sqrt{a}}{2}$ формуласы бойынша табылған Δt станциясының ұшу ұзақтығы (тәулікпен көрсетілген) үшін планета өзінің орбитасы бойынша жолды жүріп өтіп, A кездесу аймағына келуі керек

$$L_2 = \omega_2 \Delta t = \frac{360^{\circ}}{T_2} \Delta t$$

Сондықтан планетааралық станцияны ұшырудың t_1 күні кездесу планетасының (l_2) және ұшыру планетасының (l_1) гелиоцентрлік бойлықтарының арасындағы айырмашылық болуы керек.

$$l_2 - l_1 = 180^\circ - L_2 = 180^\circ - \omega_2 \Delta t$$

және осы айырмашылық бойынша ағымдағы жылдың астрономиялық жылдық күнтізбесінен қолайлы l_1 күнін табу қиын емес. Бұл күні планеталар арасындағы қашықтық

$$\rho = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2 \cos(l_2 - l_1)}$$

ал $\Delta \lambda_2$ конфигурациясы жақындау планеталары теңдіктен есептеледі

$$\sin \Delta \lambda_2 = \frac{a_2}{\rho} \sin(l_2 - l_1)$$

немесе формула бойынша

$$\operatorname{ctg} \Delta \lambda_2 = \frac{a_1}{a_2} \operatorname{cosec}(l_2 - l_1) - \operatorname{ctg}(l_2 - l_1)$$

$L_2 < 180^\circ$ үшін табылған элонгациясы батыс, ал $L_2 > 180^\circ$ үшін шығыс болатынын байқау қиын емес.

Планетааралық станция $t_2 = t_1 + \Delta t$ күні кездесу планетасына жақындайтыны анық.

Мысал 1.

Ғарыш кемесі планетаның жасанды серігіне айналуы және оның айналасында эксцентриситет 0.250 эллипстік орбитада 2сағ.40м периодпен айналуы үшін қандай ареоцентрлік жылдамдықпен және Марс бетінен қандай максималды қашықтықта хабарлануы керек? Марстың массасы 0.107, ал радиусы 3400 км.

Берілгені: Марс, $M = 0.107$, $R = 3400$ км; аппарат, $T = 2\text{ч}40\text{м} = 160\text{м}$, $e = 0.250$.

Шешуі: $a = 331.2\sqrt[3]{MT^2}$ формуласы бойынша жасанды жерсеріктің орбитасының жартылай үлкен осі бар

$$a = 331.2\sqrt[3]{MT^2} = 331.2\sqrt[3]{0.107 \cdot 160^2} = 4650 \text{ км}$$

және апоария қашықтығы

$$Q = a(l + e) = 4650 \cdot 1.250 = 5810 \text{ км},$$

осыдан $Q = R + h_Q$ формуласына сәйкес планетаның бетінен максималды қашықтық

$$h_Q = Q - R = 5810 - 3400 = 2410 \text{ км}.$$

$v_k = 631.3\sqrt{\frac{M}{r}}$ [км/с] формуласына сәйкес спутниктің айналмалы жылдамдығы

$$v_k = 631.3\sqrt{\frac{M}{a}} = 631.3\sqrt{\frac{0.107}{4650}} = 3.04 \text{ км/с}$$

содан кейін $v_q = v_a\sqrt{\frac{q}{Q}} = v_a\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$ формуласына сәйкес, апоариумдағы қажетті жылдамдық

$$v_Q = v_a\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} = 3.04\sqrt{\frac{1-0.250}{1+0.250}} = 2.35 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Өз бетімен шығаруға арналған есептер:

1. Жер бетінен оның радиусының жартысы мен екі радиусы қашықтықтағы айналмалы орбиталарда қозғалатын Жердің жасанды серіктерінің ұшыру жылдамдығын және айналу кезеңдерін анықтаңыз.

2. Марс пен Юпитердің жасанды серіктеріне арналған алдыңғы есепті шешіңіз. Жермен салыстырғандағы массалар мен радиустар: Марс – 0.107 және 0.533, ал Юпитер – 318 және 10.9.

3. Егер орталық дененің массасы n есе, ал оның радиусы m есе өссе, ал нақты жағдайда $m = n$ болғанда алдыңғы есептердің серіктерінің айналу периодтары мен жылдамдығы қалай өзгереді?

4. Жасанды серіктері айналу периодтары 90м, 150м және 3сағ болатын айналмалы орбиталарда жер бетінен қандай биіктікте және қандай жылдамдықпен қозғалады? Жердің радиусын 6370 км-ге тең алайық.

5. Жер бетіндегі биіктікті және қозғалмайтын жасанды серіктің жылдамдығын есептеңіз, яғни жер экваторындағы бір нүктеде қозғалыссыз ілулі тұрған жер серігі.

Жауаптары:

1. $6.46 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ және 2сағ. 35м. 5; $4.57 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ және 7 сағ. 18м.
2. $2.89 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ және 3сағ. 05м; $2.04 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ және 8 сағ. 43м;
 $34.9 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ және 5 сағ13м; $24.7 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ және 14 сағ45м.
3. $m \sqrt{\frac{m}{n}}$ және m ; $\sqrt{\frac{n}{m}}$ және 1.
4. 280 км және $7.74 \frac{\text{км}}{\text{с}}$; 2980 км және $6.53 \frac{\text{км}}{\text{с}}$;
4190 км және 6,14 км/с.
5. 35790 км және 3.07 км/с.

Әдебиеттер:

1. Кононович Э.В., Мороз В.И. Общий курс астрономии: Учебное пособие /Под ред. В.В. Иванова. Изд. 2-е, испр. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 544 с. (Классический университетский учебник).

2. <http://spacescience.ru/content/view/441/>