**Лекция 9.**

**Проверка гипотез о равенстве** *математических ожиданий и равенстве дисперсий двух случайных величин, распределенных по нормальному закону*.

Пусть произведено n независимых опытов над случайной величиной Х, распределённой по нормальному закону с неизвестными параметрами m и D. Для этих параметров получены оценки



Требуется построить доверительные интервалы для обоих параметров, соответствующие доверительной вероятности .

Построим сначала доверительный интервал для математического ожидания. Естественно этот интервал взять симметричным относительно ; обозначим  половину длины интервала. Величину  нужно выбрать так, чтобы выполнялось условие

 (14.4.5)

Попытаемся перейти в левой части равенства (14.4.5) от случайной величины  к случайной величине Т, распределённой по закону Стьюдента. Для этого обе части неравенства  на положительную величину :



или, пользуясь обозначением (14.4.1),

. (14.4.6)

Найдём такое число , что

 (14.4.7)

Величина  найдётся из условия

 (14.4.8)

Из формулы (14.4.2) видно, что - чётная функция; поэтому (14.4.8) даёт

 (14.4.9)

Равенство (14.4.9) определяет величину  в зависимости от . Если иметь в своём распоряжении таблицу значений интеграла



то величину  можно обратным интерполированием в этой таблице. Однако удобнее составить заранее таблицу значений . В таблице приведены значения  в зависимости от доверительной вероятности  и числа степени свободы n-1. Определив  по таблице и полагая

 (14.4.10)

мы найдём половину ширины доверительного интервала  и сам интервал

 (14.4.11)

Пример 1: Произведено 5 независимых опытов над случайной величиной Х, распределённой нормально с независимыми параметрами m и . С результатами в таблице:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | -2,5 | 3,4 | -2,0 | 1,0 | 2,1 |

Найти оценку  для математического ожидания и построить для него 90%-й доверительный интервал (т.е. интервал, соответствующий доверительной вероятности =0,9).

Решение: Имеем

=0,4; =6,6

По табл. Для n-1=4 и =0,9 находим

=2,13,

откуда

2,45.

Доверительный интервал будет

.

Перейдём к построению доверительного интервала для дисперсии.

Рассмотрим несмещённую оценку дисперсии



и выразим случайную величину через величину V (14.4.3), имеющую распределение  (14.4.4):

 (14.4.12)