**Лекция 4.**

**Точечное оценивание:** *Понятие точечной оценки, несмещенность, эффективность, состоятельность, примеры точечных оценок с доказательством.*

Под прикладной статистикой понимают часть математической статистики, посвященную методам обработки реальных статистических данных, а также соответствующее математическое и программное обеспечение. Таким образом, чисто математические задачи не включают в прикладную статистику.

          Под статистическими данными понимают числовые или нечисловые значения контролируемых параметров (признаков) исследуемых объектов, которые получены в результате наблюдений (измерений, анализов, испытаний, опытов и т.д.) определенного числа признаков, у каждой единицы, вошедшей в исследование. Способы получения статистических данных и объемы выборок устанавливают, исходя из постановок конкретной прикладной задачи на основе методов математической теории планирования эксперимента.

          Результат наблюдения *xi* исследуемого признака *Х* (или совокупности исследуемых признаков *Х*) у *i* – ой единицы выборки отражает количественные и/или качественные свойства обследованной единицы с номером *i* (здесь *i*= 1, 2, … , *n*, где *n* – объем выборки). Деление прикладной статистики на направления соответственно виду обрабатываемых результатов наблюдений (т.е. на статистику случайных величин, многомерный статистический анализ, статистику временных рядов и статистику объектов нечисловой природы) обсуждалось выше.

          Результаты наблюдений *x1, x2,…, xn*, где *xi* – результат наблюдения *i* – ой единицы выборки, или результаты наблюдений для нескольких выборок, обрабатывают с помощью методов прикладной статистики, соответствующих поставленной задаче. Используют, как правило, аналитические методы, т.е.  методы, основанные на численных расчетах (объекты нечисловой природы при этом описывают с помощью чисел). В отдельных случаях допустимо применение графических методов (визуального анализа).

          Количество разработанных к настоящему времени методов обработки данных весьма велико. Они описаны в сотнях тысяч книг и статей, а также в стандартах и других нормативно-технических и инструктивно-методических документах.

          Многие методы прикладной статистики требуют проведения трудоемких расчетов, поэтому для их реализации необходимо использовать компьютеры. Программы расчетов на ЭВМ должны соответствовать современному научному уровню. Однако для единичных расчетов при отсутствии соответствующего программного обеспечения успешно используют микрокалькуляторы.

Статистические методы используют, в частности, для анализа точности и стабильности технологических процессов и качества продукции. Цель - подготовка решений, обеспечивающих эффективное функционирование технологических единиц и повышение качества и конкурентоспособности выпускаемой продукции. Статистические методы следует применять во всех случаях, когда по результатам ограниченного числа наблюдений требуется установить причины улучшения или ухудшения точности и стабильности технологического оборудования. Под точностью технологического процесса понимают свойство технологического процесса, обусловливающее близость действительных и номинальных значений параметров производимой продукции. Под стабильностью технологического процесса понимают свойство технологического процесса, обусловливающее постоянство распределений вероятностей для его параметров в течение некоторого интервала времени без вмешательства извне.

          Целями применения статистических методов анализа точности и стабильности технологических процессов и качества продукции на стадиях разработки, производства и эксплуатации (потребления) продукции являются, в частности:

• определение фактических показателей точности и стабильности технологического процесса, оборудования или качества продукции;

• установление соответствия качества продукции требованиям нормативно-технической документации;

• проверка соблюдения технологической дисциплины;

• изучение случайных и систематических факторов, способных привести к появлению дефектов;

• выявление резервов производства и технологии;

• обоснование технических норм и допусков на продукцию;

• оценка результатов испытаний опытных образцов при обосновании требований к продукции и нормативов на нее;

• обоснование выбора технологического оборудования и средств измерений и испытаний;

• сравнение различных образцов продукции;

• обоснование замены сплошного контроля статистическим;

• выявление возможности внедрения статистических методов управления качеством продукции, и т.д.

          Для достижения перечисленных выше целей применяют различные методы описания данных, оценивания и проверки гипотез. Приведем примеры постановок задач.

Сравнение математических ожиданий проводят в тех случаях, когда необходимо установить соответствие показателей качества изготовленной продукции и эталонного образца. Это – задача проверки гипотезы:

*Н*0: *М*(Х) = *m*0,

где *m*0 – значение соответствующее эталонному образцу; *Х* – случайная величина, моделирующая результаты наблюдений. В зависимости от формулировки вероятностной модели ситуации и альтернативной гипотезы сравнение математических ожиданий проводят либо параметрическими, либо непараметрическими методами.

          Сравнение дисперсий проводят тогда, когда требуется установить отличие рассеивания показателя качества от номинального. Для этого проверяют гипотезу:



          Ряд иных постановок задач одномерной статистики приведен ниже. Не меньшее значение, чем задачи проверки гипотез, имеют задачи оценивания параметров. Они, как и задачи проверки гипотез, в зависимости от используемой вероятностной модели ситуации делятся на параметрические и непараметрические.

          В параметрических задачах оценивания принимают вероятностную модель, согласно которой результаты наблюдений *x1, x2,…, xn* рассматривают как реализации *n* независимых случайных величин с функцией распределения *F*(*x*;θ). Здесь θ – неизвестный параметр, лежащий в пространстве параметров Θ заданном используемой вероятностной моделью. Задача оценивания состоит в определении точечной оценок и доверительных границ (либо доверительной области) для параметра θ.

Параметр θ – либо число, либо вектор фиксированной конечной размерности. Так, для нормального распределения θ = (*m*, σ2) – двумерный вектор, для биномиального θ = *p* – число, для гамма-распределения θ = (*a, b, c*) – трехмерный вектор, и т.д.