**Лекция 2.**

**Распределения дискретных случайных величин, используемых в статистике:** *биномиальное, Пуассона, полиномиальное, геометрическое, Паскаля, гипергеометрическое*

Биномиальное распределение характеризует закон распределения испытаний Бернулли. Для исследования учитывается особенность, что испытания Бернулли – это независимые испытания с двумя исходами. Поэтому числовые характеристики отыскиваются для *i-*го испытания и применяется свойство независимости случайных величин. В случайе большого числа испытаний Бернулли, превышающих 1000, а также при малых вероятностях, менее одной сотой, случайная величина описывается законом распределения Пуассона. Для исследования числовых характеристик закона Пуассона применяются знания по курсу математического анализа.

Полиномиальное распределение характеризует обобщение распределения Бернулли. Если в распределении Бернулли наблюдение ведется только по одному событию, то в полиномиальном распределении наблюдение ведется за конечным числом событий, при этом для каждого из них рассматривается свое конечное число испытаний.

Геометрическое распределение характеризует испытания до первого успеха. Для отыскания числовых характеристик применяются знаня математического анализа.

Распределение Паскаля отличается от геометрического распределения тем, что изучаются расрпеделения вероятностей до r-го успеха, то есть как обобщение геометрического распределения.

Гипергеометрическое распределение используется при контроле качества продукции для оценки доли бракованных изделий в выборке из контрольной партии. Закон распределения описывается посредством соответствующих формул комбинаторики, Для анализа числовых характеристик следует учитывать то, что случайные величины не обладают свойством независимости. Поэтому для отыскания дисперсии применяется ковариация случайных величин.

Определение 1. Испытание – это проведение эксперимента, в результате которого может произойти некоторое элементарное событие .

Для любого эксперимента для которого условия, комплекс условий, в нашем случае при неизменных условиях . Эксперимент может быть повторен сколь угодно большое число раз.

(Эксперимент) (Испытание)

Определение 2. Два испытания называются независимыми если вероятности произведения элементарных событий этих испытаний определяются по формуле

,

где -элементарное событие первого испытания

-элементарное событие второго испытания

Определение 3. Независимость n испытаний

.

Пусть повтор одного и того же испытания при неизменных условиях причем каждое испытание имеет два возможных исхода (два возможных элементарных события и ). Вероятность появления элементарного события испытании постоянна и равна , где .

Определение 4. Схема Бернулли- испытание с двумя исходами и , с одинаковой вероятностью наступления события и не наступления , .

Задача к испытаниям Бернулли: найти вероятность того, что в результате n испытаний некоторое событие наступит k раз, а в остальные раз наступит противоположное событие .

Введем случайную величину - число появлений события в n независимых испытаниях. Эту случайную величину можно представить в виде суммы случайных величин , где - число появления события в i -ом испытании, т.е. , причем ; (событие наступило в *i*-ом испытании);

(событие не наступило в *i*-ом испытании).

Пусть проведено n независимых испытаний:

- результат испытания, если событие наступило;

- результат испытания, если событие не наступило.

Теорема умножения независимых испытаний:

.

Однако событие может произойти в k испытаниях и число таких способов наступления события : .

- Формула Бернулли

Пример 1. В семье 5 детей. Вероятность рождения мальчика 0,52 и девочки- 0,48. Какова вероятность того, что

1. Трое мальчиков:
2. Не менее 4-х мальчиков:

3) хотя бы один мальчик :

Биномиальный закон распределения.

Событие наступило k раз в результате n испытаний

(Событие наступило k раз в результате n испытаний)(Случайная величина приняла значение )

- ДСВ, принимает целочисленные значения от 0 до n.

Множество значений .

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | … | n |
|  |  |  |  | ... |  |

Биномиальное распределение с точки зрения Бинома Ньютона.

Треугольник Паскаля

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

Формула Бинома Ньютона.

Функция распределения случайной величины , распределеной по биномиальному закону имеет вид:

Числовые характеристики биномиального распределения.

-математическое ожидание

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 |
|  |  |  |

; ;

; ;

;

Контроль оборудования:

Вероятность бракованых

Найти вероятность того, что: 1) нет бракованных, 2) 5 бракованных

- число бракованных; ,

-алгебра ,

.

1) Нет бракованных ;

2) Ровно 5 бракованных .

Пример 3. Из партии издали 1000 изделий. Средний процент брака равен 1%. Какова вероятность того, что среди 1000 отобранных изделий не более 3 дефектных.

, - класс подмножеств множества .

Из этих примеров видно, что подсчет вероятностей по формуле Бернулли затруднителен.

Поэтому аналитически полученные приближенно формулы.

Наивероятнейшее число появления события в независимых испытаниях Бернулли.

Поведение :

1. , , , ,

, тогда ;

б) , тогда ;

в) , тогда .

Таким образом, вероятность с ростом вначале увеличивается, достигая при некотором значении , а затем убывает. При этом - целое числоб то достигает своего максимального значения при двух значениях :

;

.

Это наивероятнейшие значения. Если же - не целое число то , т.к. максимальное значение вероятности достигается при двух значениях :

и , т.е. .