**10 – тарау**

**АЙҚЫНДАЛМАҒАН ЖАҒДАЙЛАРДАҒЫ ҚАРЖЫЛЫҚ ОПЕРАЦИЯЛАРДЫ БАҒАЛАУДЫҢ КЛАССИКАЛЫҚ СХЕМАСЫ**

Айқындалмағандық тәуекел алып келеді. Тәуекел – адамның кез-келген белсенді әрекетімен бірге жүретін маңызды ұғымдардың бірі. Сонымен қатар ол ең түсініксіз, көпмағыналық және шиеленіскен ұғымдардың бірі. Алайда оның түсініксіздігіне, көпмағыналығына және шиеленіскендігіне қарамастан, көптеген жағдайларда тәуекел мәні өте жақсы түсінікті болады және қабылданады. Тәуекелдің осы қасиеттері оған көп жағдайда теорияда да, іс жүзінде де дамуына қажетті сандық баға беруге айтарлықтай кедергі болып табылады.

Айқындалмаған жағдайлар кезіндегі шешімдерді қабылдаудың классикалық схемасын қарастырайық. Бұл схемада тәуекел мейлінше өздігінен пайда болады және оның сандық бағамы мұнда өте қарапайым.

**10.1. Тәуекелдің анықтамасы және мәні**

*Қаржылық* деп бастапқы және соңғы жағдайының ақшалай бағамы бар және жүргізу мақсаты табысты – соңғы және бастапқы бағамдардың айырымын максимизациялау болып табылатын операцияны айтатынымызды еске салайық.

Қаржылық операциялар көбінде айқындалмағандық жағдайында жүргізіледі және сол себепті олардың нәтижелерін алдын ала болжау мүмкін емес. Сондықтан қаржылық операциялар *тәуекелді*: оларды жүргізу барысында табыс та, шығын да (немесе операцияны жүргізгендер үміттенген табыспен салыстырғанда үлкен емес табыс) болуы мүмкін.

Операцияны жүргізуші (шешім қабылдаушы) ШҚТ – шешім қабылдаушы тұлға деп аталады. Әрине, ШҚТ операцияның сәтті өтуін қалайды және оған жауапты (кейде тек өз-өзінің алдында) болып табылады. Көптеген жағдайда ШҚТ – ақшаны банкке, қандай да бір қаржылық операцияға салатын, құнды қағаздарды сатып алатын және т.б. инвестор.

***Анықтама.*** Операция тәуекелді деп аталады, егер оның ШҚТ үшін тең бағалы емес бірнеше нәтижесі болатын болса.

**Мысал 1.** ШҚТ алатын табысты сипаттайтын бірдей екі нәтижелердің – *А*, *В* альтернативаларының жиыны бар үш түрлі операцияны қарастырайық.

Барлық үш операция тәуекелді. Бірінші және екінші операциялар тәуекелді болып табылатыны түсінікті, себебі әр операция нәтижесінде шығындар болуы мүмкін. Бірақ, неге үшінші операция тәуекелді болып танылуы керек, ол ШҚТ үшін тек оң табыстар алып келмейді емес пе? Ал ол мына себептен. Үшінші операцияның мүмкін нәтижелерін қарастыра отыра, 20 бірлік мөлшерінде табыс ала алатынымызды көреміз, сондықтан 15 бірлік мөлшеріндегі табыс алу мүмкіндігі 5 бірлік табысты ала алмау тәуекелі ретінде қарастырылады.

Сонымен, тәуекел ұғымы міндетті түрде тәуекелге барушыны – осы тәуекел қатысты, операция нәтижесімен. Тәуекелдің өзі тек қана егер тәуекелге барушы үшін операция, оның осы операцияны басқарудағы барлық салған күшіне қарамастан, тең бағалы емес нәтижелермен бітетін болса ғана пайда болады. Келесі баяндамаларда барлық жерде операциялар нәтижелері ШҚТ алатын табыстармен ерекшеленеді және бұл оларды айыруға және операция тәуекелін бағалауға жеткілікті деп есептейміз.

Сонымен, айқындалмаған жағдайда операция тағы бір сипаттамаға ие болады, ол – тәуекел.

Операцияны оның табыстылығы және тәуекелділігі көзқарасынан қалай бағалауға болады? Бұл сұраққа жауап беру оңай емес, басты себепте тәуекел мағынасының көпқырлылығынан.

Мұндай бағалаудың бірнеше тәсілі бар. Сондай амалдардың бірін қарастырайық.

**10.2. Салдарлар мен тәуекелдер матрицасы**

Қаржылық операция жүргізу жайында сұрақ қарастырылып жатыр делік. Оның немен аяқталатыны белгісіз. Осыған орай бірнеше мүмкін шешімдерді және олардың салдарларын талдау жүргізіледі. Осылайша келесі айқындалмаған жағдайлардағы шешімдерді (оның ішінде қаржылық) қабылдаудың жалпы схемасына келеміз.

ШҚТ  бірнеше мүмкін шешімдерді қарастырып жатыр делік. Жағдай айқындалмаған, тек қана  нұсқаларының бірі көрініп тұрғаны түсінікті. Егер *i*-шешім қабылданса, ал жағдай *j* болса, онда ШҚТ басқаратын фирма  табысын алады.  матрицасы *салдарлар* (мүмкін шешімдер) *матрицасы* деп аталады. ШҚТ қандай шешім қабылдауы керек? Мұндай айқындалмаған жағдайда тек кейбір бастапқы сипаттағы ұсыныстар айтылуы мүмкін. ШҚТ оларды қабылдауға міндетті емес. Көп нәрсе, мысалға, оның тәуекелге бейімділігінен тәуелді болады. Бірақ бұл схемада тәуекелді қалай бағалауға болады?

Біз *i*-шешім алып келетін тәуекелді бағалағымыз келеді делік. Бізге шынайы жағдай белгісіз. Бірақ егер біз оны білсек, біз ең жақсы, яғни ең көп табыс алып келетін шешімді таңдайтын едік. Егер жағдай *j* болса, онда  табыс алып келетін шешім қабылданатын еді. Демек, *i*-шешімді қабылдап, біз  емес, оның орнына тек қана  алып қалуға тәуекел етеміз, яғни *i*-шешімді қабылдау  алмау тәуекелін алып келеді.  матрицасы *тәуекелдер матрицасы* деп аталады.

**Мысал 2.**

.

салдарлар матрицасы бар болсын. Тәуекелдер матрицасын құрайық. Бізде бары . Демек, тәуекелдер матрицасы

.

**10.3. Толық айқындалмаған жағдайдағы байланысқан шешімдер тобын талдау**

Толық айқындалмаған жағдай қандай да бір қосымша ақпараттың (мысалы, нақты жағдай нұсқаларының ықтималдылығы жайында) жоқтығымен сипатталады. Бұндай жағдайда шешім қабылдау бойынша қандай ереже-ұсыныстар бар?

**Вальд ережесі** (*барып тұрған пессимизм ережесі*). *i*-шешімді қарастыра отырып, іс жүзінде ең нашар, яғни ең аз табыс алып келетін жағдай туындады деп аламыз: . Бірақ енді ең үлкен  болатын  шешімін таңдаймыз. Сонымен, Вальд ережесі  болатын  шешімін қабылдауды ұсынады. Осылайша, 2-мысалда , , ,  аламыз. Енді 2, 2, 3, 1 сандарынан ең үлкенін табамыз – 3. Демек, Вальд ережесі 3-шешімді қабылдауды ұсынады.

**Сэвидж ережесі** (*минималды тәуекел ережесі*). Бұл ережені қолданған кезде  тәуекелдер матрицасы талданады. *i*-шешімді қарастыра отыра, іс жүзінде  максимал тәуекел жағдайы орын алып жатыр деп ұйғарамыз. Бірақ енді ең кіші  бар  шешімін таңдаймыз. Сонымен, Сэвидж ережесі  болатын  шешімін қабылдауды ұсынады. Осылайша, 2-мысалда , , ,  аламыз. Енді 8, 6, 5, 7 сандарынан ең кішісін табамыз, яғни 5. Демек, Сэвидж ережесі 3-шешімді қабылдауды ұсынады.

**Гурвиц ережесі** (*жағдайға пессимисттік және оптимистік көзқарастарды таразыға тартатын*).  максимумға жететін *i*-шешімі қабылданады, мұндағы .  мәні субъективті ойдан таңдалады. Егер  1-ге жақындаса, онда Гурвиц ережесі Вальд ережесіне жақындайды, ал  0-ге жақындағанда Гурвиц ережесі «бос қиял» (мұның нені білдіретінін өздеріңіз табыңыздар) ережесіне жақындайды. 2-мысалда  болғанда Гурвиц ережесі екінші шешімді ұсынады.

**10.4. Ішінара айқындалмаған жағдайдағы байланысқан шешімдер тобын талдау**

Қарастырылып жатқан схемада нақты жағдай  нұсқасы бойынша өтіп жатқандығының  ықтималдықтары белгілі деп болжайық. Дәл осы жағдай ішінара айқындалмағандық деп аталады. Мұнда қалай шешім қабылдауға болады? Келесі ережелердің біреуін таңдауға болады.

***Орташа күтілетін табысты максимизациялау ережесі.*** *i*-шешімді жүзеге асырған кездегі фирманың табысы үлестіру қатары  болатын  кездейсоқ шамасы болып табылады.  математикалық күтімі орташа күтілетін табыс болып табылады, сондай-ақ  түрінде белгіленеді. Сонымен, ереже максимал орташа күтілетін табыс алып келетін шешімді қабылдауды ұсынады.

2-мысал схемасында ықтималдықтар 1/2, 1/6, 1/6, 1/6 деп болжайық. Онда , , , . Максимал орташа күтілетін табыс 7-ге тең және үшінші шешімге сәйкес.

***Орташа күтілетін тәуекелді минимизациялау ережесі.*** *i*-шешімді жүзеге асырған кездегі фирма тәуекелі үлестіру қатары  болатын  кездейсоқ шамасы болып табылады.  математикалық күтімі орташа күтілетін табыс болып табылады, сондай-ақ  түрінде белгіленеді. Ереже минимал орташа күтілетін тәуекелді алып келетін шешімді қабылдауды ұсынады.

Жоғарыда айтылған ықтималдықтар кезіндегі орташа күтілетін тәуекелдерді есептейік. , , ,  аламыз. Минимал орташа күтілетін тәуекел 7/6 тең және үшінші шешімге сәйкес.

**Е с к е р т у.** Ішінара айқындалмағандықтың толық айқындалмағандықтан айырмашылығы өте елеулі. Вальд, Сэвидж, Гурвиц ережелері бойынша қабылданған шешімдерді ешкім ақырғы, ең жақсы деп санамайтыны түсінікті. Бұл тек қана бірінші қадам, кейбір бастапқы ой-пікір. Одан әрі қарай нақты жағдай нұсқалары, бірінші кезекте нұсқалардың мүмкіндігі, оның ықтималдығы жайында бір нәрсе білуге тырысады. Бірақ біз нұсқаның ықтималдығын бағалай бастағанда бұл шешім қабылдау схемасының қайталанатындығын болжайды: бұл бұрынғыда болып қойды, немесе бұл болашақта болады, немесе кеңістіктің бір жерінде қайталанып жатыр, мысалы фирманың филиалдарында.

**10.5. Парето бойынша оптималдылық**

Сонымен, ең жақсы шешімді қабылдауға талпынған кезде біз алдыңғы параграфта әрбір шешімнің екі сипаттамасы – орташа күтілетін табыс және орташа күтілетін тәуекел бар екеніне тап болдық. Енді бізде ең жақсы шешімді қабылдау бойынша оптимизацияланған екікритерийлі есеп бар.

Мұндай оптизациялау есептерін қоюдың бірнеше тәсілі бар.

Осындай есепті жалпы түрде қарастырайық. *А* – операциялар жиыны, әрбір *а* операциясының *E(a)*, *r(a)* екі сандық сипаттамасы (мысалы, тиімділік және тәуекел) бар және әр түрлі операциялар кем дегенде бір сипаттамамен ажыратылатын болсын. Ең жақсы операцияны таңдаған кезде *Е* көбірек, ал *r* азырақ болғаны дұрыс.

Егер  және  және осы теңсіздіктердің кем дегенде біреуі қатаң болса, онда *а* операциясы *b* операциясынан үстем болады деп айтамыз, және деп белгілейміз. Сонымен қатар *а* амалы үстемдейтін, ал *b* операциясы үстемделетін деп аталады. Ең жақсы операцияны ақылмен таңдаған кезде үстемделетін операция ондай болып танылмайтыны анық. Демек, ең жақсы операцияны үстемделмейтін операциялардың арасынан іздеу керек. Мұндай операциялардың жиыны *Парето жиыны* немесе *Парето бойынша оптималдылық жиыны* деп аталады.

Өте маңызды тұжырым орынды

***Тұжырым.*** Парето жиынында *E, r* сипаттамаларының әрқайсысы – бір-бірінің функциясы. Басқа сөзбен айтқанда, егер операция Парето жиынына тиісті болса, онда оның бір сипаттамасы бойынша басқасын табуға болады.

Д ә л е л д е у і. *a, b* – Парето жиынынан екі операция болсын, онда *r(a)* және *r(b)* – сандар.  деп ұйғарайық, онда  болады, себебі *a, b* екі нүктесі де Парето жиынына тиісті. *r* сипаттамасы бойынша *E* сипаттамасын анықтауға болатыны дәлелденді. *E* сипаттамасы бойынша *r* сипаттамасын анықтауға болатындығы да осылай оңай дәлелденеді.

§10.2 параграфта келтірілген мысалды талдауды жалғастырамыз. Графикалық суреттемені қарастырайық. Әрбір  операциясын (шешімін) кеңістіктегі нүкте ретінде белгілейік – табысты вертикаль бойынша жоғары, ал тәуекелді горизонталь бойынша оңға қарай қоямыз (сурет 10.1).



10.1- ші сурет

Төрт нүкте алдық және 2-мысалды талдауды жалғастырамыз.  нүктесі жоғары болған сайын операция табысы көбірек, нүкте оңға қарай болған сайын операция тәуекелі көп. Демек, жоғарыдағы және сол жақтағы нүктені таңдау керек. Біздің жағдайымызда Парето жиыны бір ғана үшінші операциядан тұрады.

Ең жақсы операцияны табу үшін кейде  сипаттамалары бар *Q* операциясы үшін ең жақсы операцияны анықтайтын бір сан беретін лайықты таразылайтын формуланы қолданады. Мысалы, лайықты таразылайтын формула  болсын. Онда 2-ші мысал операциясы (шешімі) үшін алатынымыз: ; ; ; . Үшінші операция ең жақсы, ал төртінші ең нашар екендігі көрініп тұр.

Таразылайтын формула ШҚТ-ның табыс пен тәуекелге көзқарасын көрсетеді. Егер ШҚТ қазір қарастырған формуланы қабылдайтын болса, онда ол операция тәуекелін екі бірлікке өсіруге келісіп тұр, егер операция табысы бұл жағдайда кем дегенде бір бірлікке өсетін болса. Әрине, мұндай формула табыс пен тәуекелге ШҚТ көзқарасын жуық түрде ғана бере алады.

**10.6. Тең мүмкіндіктің Лаплас ережесі**

Мұндай ереже кейде толық айқындалмағандық жағдайында қолданылады: барлық белгісіз ықтималдықтары бірдей деп саналады. Бұдан кейін жоғарыда келтірілген ережелердің бірін, яғни орташа күтілетін табысты максимизациялау немесе орташа күтілетін тәуекелді минимизациялау ережелерінің бірін қолдануға болады.

**СҰРАҚТАР МЕН ЕСЕПТЕР**

1. Компьютер көмегімен табыстар матрицасы талданған, ол бойынша тәуекелдер матрицасы құрылған және толық айқындалмағандық жағдайындағы Вальд, Сэвидж және Гурвиц критерийлері бойынша () оптималды операциялар белгіленген. Компьютер есептеулерін тексеріңіздер.

|  |  |
| --- | --- |
| Табыстар матрицасы | Қауып матрицасы |
| Вальд    Гурвиц | Сэвидж |

2. Компьютер көмегімен табыстар матрицасы талданған, ол бойынша тәуекелдер матрицасы құрылған және ішінара айқындалмағандық жағдайындағы максимал эффективтілік және минимал тәуекел критерийлері бойынша оптималды операциялар белгіленген. Компьютер есептеулерін тексеріңіздер.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Табыс матрицасы | Тіимділік пен қауптілік | Қауып матрицасы |
| |  |  | | --- | --- | | 2 4 6 18  0 4 6 12 | 4,8  3,2 | | 2 6 8 14  0 1 2 8 | 5,2  1,4 | | 0,5 0,2 0,2 0,1 |  | | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  | max |  |  | | |  |  |  |  | | |  |  |  |  | | |  |  | min |  | | | Жағдайлардың ықтималдығы | | | | | |  |  | | --- | --- | | 0,8  2,4  0,4  4,2 | 0 2 2 0  2 2 2 6  0 0 0 4  2 5 6 10 | |  | 0,5 0,2 0,2 0,1 | |

3. Нәтижелері *q*1, … , *qn*болатын қатерлі *Q* операциясын қарастырайық. Компоненттері *r*1, … , *rn*болатын *R* векторын құрастырамыз, мұндағы *rj* = *max*{*qi*: I = 1, … , *n*} – *qj*, және бұл векторды тәуекел вектор деп атаймыз. Егер операция ықтимал болса, онда нәтижесінің ықтималдығы бар, онда операцияның орташа тәуекелін анықтауға болады және т.с.с.

4. 10.2 параграф, 2-мысалдағы матрица үшін тең мүмкіндіктің Лаплас ережесін қолданыңыз және орташа күтілетін табыс пен орташа күтілетін тәуекел бойынша ең жақсы шешімдерді табыңыздар.

5. Егер матрица элементі өзінің жолында ең минималды және өз бағанасында максималды болса, онда оны матрицаның *ершік*  нүктесі деп атайды. Табыс матрицасында *ершік* нүктесі бар болса, онда Вальд критерийі осы нүктеде жататын жолды шешім деп ұсынатынын дәлелдеңіз.

6. Шешім қабылдаудың үлгісін немесе табыстар матрицасы *Q* болатын операциялардың сабақтас тобын қарастырайық. Егер кез-келген *j* = 1, … , *n* үшін *qij* ≥ *qkj*болса, онда 1-ші шешім (операцияны ) *k*-шы шешімнің табыстарынан үстем болады дейді. Тәуекелді анықтау үшін де үстем шешімді дәл осылай, бірақ теңсіздікдікті қарама-қарсыға өзгерту арқылы анықтайды. Табыстардың үстемдігі тәуекелдердің үстемдігіне эквивалентті. екенін дәлелдеңіз. Осыдан қарастырып отырған мағынада үстем шешім жоғарыда қарастырылған бірде-бір критерийлерде ұсынылмағандығын қорытып шығарыңыз. Сондықтан мұндай шешімді тіпті қарастырмау керек және тиісті жол табыстар матрицасынан алып тасталуы керек.

7. § 10.5-тегі А операциялардың жиынын 10.2-ші суреттегідей көрсетеміз.



10.2-ші сурет

Парето жиынын табыңыз. Егер онда құрылған "бұрыш" – екінші ширектің төбесі *А* жиынымен қиылысудан пайда болған, тек осы нүкте, яғни нүкте-операция арқылы ғана қиылысса, онда Т операциясы Парето бойынша ұтымды екенін дәлелдеңіз.

8. 10.2-ші суретке қарайық. Операцияның екі нүктесін *А* мен *В* кесінді арқылы қосайық. Бұл кесіндінің әрбір *F*  нүктесін 0 ≤ *f* ≤ 1 санмен беруге болады, яғни *F* = *fA* + (1 – *f*) *B* болады. *F* операциялар сипаттамалары, *А* мен *В* операцияларының тиісті сипаттамаларының сызықтық комбинациялары ретінде болады. 10.2-ші суретте бейнеленген кесіндісінің барлық операцияларын қосамыз.

Егер екі *А* және *В* операциясы да Парето бойынша үстем болатын болса, онда кесіндінің барлық нүкте-операциялары да үстем болатынын дәлелдеңіз. Егер *А* мен *В* операциялары үстем болмай, ал барлық ішкі нүктелері болатын операциялар үстем болуы мүмкін бе?