**5 практическая работа.** Рекурсивные функции.

**Вопросы:**

1. Что такое рекурсивные функции?
2. Назовите виды рекурсивных функции
3. Что такое комбинаторика
4. Комбинаторная определимость рекурсивных функций

**ЗАДАНИЯ*:***

***Операция подстановки***

1. (По [Лав­ров,Максимова,1995,c.127,№3]) Ка­кие фун­кции по­лу­ча­ют­ся из про­стей­ших с по­мо­щью:

(а) то­ль­ко од­но­го при­ме­не­ния опе­ра­ции под­ста­но­вки;

(б) ко­неч­но­го чис­ла при­ме­не­ний опе­ра­ции под­ста­но­вки?

1. Най­ди­те ре­зу­ль­тат при­ме­не­ния опе­ра­ции су­пер­по­зи­ции, ес­ли: j(x,y)=x+y и

(а) f1(u,v,z)=u2vz, f2(u,v,z)=2uvz; (б) f1(x,y,z)=xyz, f2(x,y)=xy3; (в) f1(u,v,z)=u2v2z, f2(u,v,t)=uvt2.

1. Най­ди­те ре­зу­ль­тат при­ме­не­ния опе­ра­ции под­ста­но­вки, ес­ли j(x,y,z)=xy+z и

(а) f1(u,v,z)=uvz2, f2(u,v,z)=2vzu, f3(u,v,z)=u+v+z; (б) f1(x,y,z)=xy3z, f2(x,y)=xy, f3(x,z)=x+z2;

(в) f1(u,v,z)=uv2z, f2(u,v,t)=u2+vt, f3(v,z,t)=3v2+2z+5t.

***Операция примитивной рекурсии***

1. Най­ди­те ре­зу­ль­тат при­ме­не­ния опе­ра­ции при­ми­тив­ной ре­кур­сии, ес­ли:

(а) g(u)=2u, h(u,y,z)=uyz;

(б) g(u,v)=u2v,h(u,v,y,z)=2uvz; (в)\* g(u,v,t)=uv+2t,h(u,v,t,y,z)=u+yv+t2z.

***Доказательство примитивной рекурсивности функций***

1. [Лав­ров,Максимова,1995,c.127,№5] До­ка­жи­те, что сле­ду­ющие фун­кции при­ми­тив­но-ре­кур­сив­ны:

 (а) f(x)=x+n; (д) f(x,y)=xy(здесь 00=1);

(б)f(x)=n; (е) f(x)=x!(здесь 0!=1);

***На­хож­де­ние при­ми­тив­но-ре­кур­сив­ных опи­са­ний фун­кций***

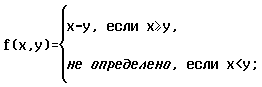
**6.** По­строй­те при­ми­тив­но-ре­кур­сив­ное опи­са­ние для фун­кции умно­же­ния двух на­ту­ра­ль­ных чи­сел.

**Задание на частично-рекурсивные функции**

***Опе­ра­ция ми­ни­ми­за­ции*** ***(***m***-опе­ра­ция)***

**1.** Най­ди­те ре­зу­ль­тат при­ме­не­ния опе­ра­ции ми­ни­ми­за­ции (m-опе­ра­ции) по y к сле­ду­ющим фун­кци­ям:

(a)



(б) f(x,y)=|x-2y|;      (д) f(x,y)=x-y+1;

(в) f(x,y)=y-x;         (е) f(x,y)=x+y+1;

(г) f(x,y)=8;           (ж) f(x,y)=x×y.

***Операция обращения***

**2.** Вы­чис­ли­те ре­зу­ль­тат опе­ра­ции об­ра­ще­ния:

(а) (2x)-1; (б) (x2)-1.

***Распознавание частичной и общей рекурсивности функций***

**3.** Яв­ля­ют­ся ли час­тич­но ре­кур­сив­ны­ми или об­ще­ре­кур­сив­ны­ми сле­ду­ющие фун­кции:

(a) O(x), S(x), Imn(x1,...,xn); (б) n, nÎN; (в) x+n; (г) x+y, x×y, xy; (д) x-y, x/y;

(е) [x/y], [x/0]=x;

(и) *div*(x,y); (к) t(x), t(0)=0; (л) *Pr*(x); (м) ***p***(x) - x-е про­стое чис­ло.

***Доказательство частичной рекурсивности функций***

**4.** [Лав­ров,Максимова,1995,с.131,№24] До­ка­жи­те, что ес­ли фун­кция fn(x1,...,xn) час­тич­но ре­кур­сив­на, то сле­ду­ющие фун­кции час­тич­но ре­кур­сив­ны:

(а) f1(x1,x2,...,xn)=f(x2,x1,...,xn) (*пе­ре­ста­но­вка ар­гу­мен­тов*);

(г) f4(x1,...,xn-1)=f(x1,x1,...,xn-1) (*отож­дес­тв­ле­ние ар­гу­мен­тов*).

**5.** [Лав­ров,Максимова,1995,с.132,№27] До­ка­жи­те, что ес­ли фун­кции gn+1, hn+1 и tn+1 час­тич­но

ре­кур­сив­ны, то сле­ду­ющие фун­кции час­тич­но ре­кур­сив­ны:

 (а) my[g(x1,...,xn,y)=h(x1,...,xn,y)];

(г) my[g(x1,...,xn,y)<h(x1,...,xn,y)];

(д) my[g(x1,...,xn,y)=0 и h(x1,...,xn,y)=0];

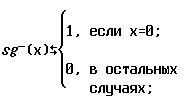
***Доказательство общей рекурсивности функций***

**6.** [Лав­ров,Максимова,1995,с.131,№22] До­ка­жи­те, что вся­кая при­ми­тив­но-ре­кур­сив­ная фун­кция яв­ля­ет­ся об­ще­ре­кур­сив­ной фун­кци­ей.

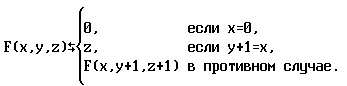
**Задание на ком­би­на­тор­ную опре­де­ли­мость сле­ду­ющих фун­кций**

1. Уста­но­ви­те ком­би­на­тор­ную опре­де­ли­мость сле­ду­ющих фун­кций:

(а)



(б) f(x)=x+1; (в)\* f(x,y)=x+y.



1. Докажите, что НОД(х, у) — наибольший общий делитель чисел x и у, где НОД(0, 0) = 0; примитивна рекурсивна.
2. Составить алгоритм и программу вычисления наибольшего общего делителя (НОД) с помощью рекурсии

**Методические указания по выполнению практических работ:** необходимо знать материалы лекции и материалы по теме из рекомендуемых литератур.