Практическая работа 8.
Графический метод решения
задачи ЛП с двумя переменными.

Цель работы: Освоить графический метод решения задач линейного программирования с двумя неизвестными**.**

Задание:

1 Изучить теоретическую часть выполняемой работы.

2 Перед началом практического выполнения работы ответить преподавателю на поставленные контрольные вопросы.

3 Предложить и описать вариант решения примеров 2 и 3.

4 Оформить отчет по работе и представить его к публичной защите.

1 КРАТКАЯ ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Математическая модель задачи линейного программирования (ЗЛП) с двумя переменными имеет вид, указанный в формуле 3.1.

$Z = c_1x_1 + c_2x_2 \rightarrow max\ (min)$;

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq (\geq)\ b_1$; (3.1.)

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq (\geq)\ b_2$;

……………………

$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \leq (\geq)\ b_{\mathrm{m}}$,

где c_1, c_2, a_{11}, … a_{m1}, a_{m2}, b_1…, b_m – заданные числа.

Введем на плоскости прямоугольную систему координат (рисунок 3.1). Тогда допустимую область нашей задачи ЗЛП можно изобразить графически, как множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют сразу всем неравенствам задачи (3.1).

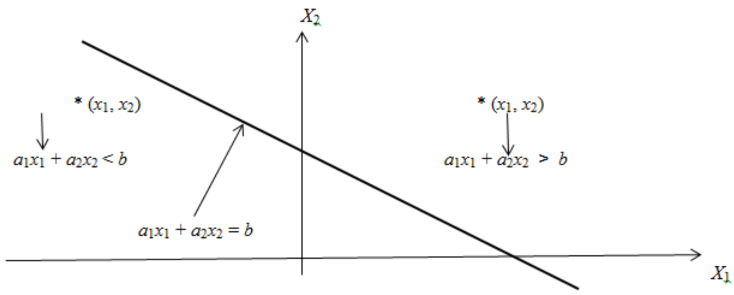

Рисунок 3.1. Прямоугольная система координат на плоскости

Рассмотрим неравенство $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b$. Каждое такое неравенство определяет полуплоскость, лежащую по одну сторону прямой $a_1x_1 + a_2x_2 = b$. Координаты точек другой полуплоскости удовлетворяют противоположному неравенству вида: $a_1x_1 + a_2x_2 > b$ (рисунок 3.1).

Чтобы определить какую именно полуплоскость определяет данное неравенство, достаточно взять произвольную точку плоскости (x_1, x_2) (например, начало координат) и подставить в неравенство числа x_1, x_2. Если оно удовлетворится, то полуплоскость, в которой лежит данная точка – искомая. В противном случае нужная полуплоскость лежит по другую сторону прямой $a_1x_1 + a_2x_2 = b$. Допустимую область задачи (3.1) составляют точки пересечения полуплоскостей, определяемых каждым из ограничений.

Пример 1.1. Построить допустимую область (рисунок 3.2) системы неравенств вида:

$-x_1 + x_2 \leq 1$;

$3x_1 + x_2 \leq 3$; (3.2)

$2x_1 - 6x_2 \leq 6$.

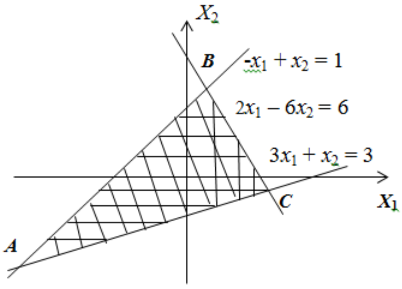

Рисунок 3.2. Построение допустимой области системы неравенств вида (3.2)

На рисунке заштрихованный треугольник ABC является допустимой областью системы неравенств (3.2.)

2 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Пример 2.1. Найти допустимую область системы неравенств:

$-x_1 + x_2 \leq 1$;

$x_1 + 2x_2 \leq 1$;

$x_1 + x_2 \geq 0$.

Пример 2.1. Найти допустимую область системы неравенств:

$0{,}75x_1 + x_2 \geq 3$;

$x_1 + 2x_2 \leq 2$;

$x_2 \leq 1$.

Задание 4: Построить экономико-математическую модель и решить графическим методом задачу оптимизации.

При производстве двух видов продукции используются 4 типа ресурсов. Нормы расхода ресурсов на производство единицы продукции, общий объем каждого ресурса заданы в таблице 3.1.

Таблица 3.1.

Нормы расхода ресурсов на производство единицы продукции и общий объем каждого ресурса

Ресурсы	Норма затрат ресурсов на товары		Общее количество ресурсов
	1-го вида	2-го вида	
1	2	2	12
2	1	2	8
3	4	0	16
4	0	4	12

Прибыль от реализации одной единицы продукции первого вида составляет: 2 ден. ед., второго вида -3 ден. ед. Задача состоит в формировании производственной программы выпуска продукции, обеспечивающей максимальную прибыль от реализации.

Требуется:

1 Составить целевую функцию задачи.

2 Составить систему ограничений задачи.

3 Дать необходимые комментарии к её элементам и графическое решение задачи.

4 Описать ситуацию: что произойдет, если решать задачу на минимум, и почему?

Решение:

Для того чтобы решить эту задачу графически необходимо построить множество решений системы неравенств. Для построения искомого множества системы неравенств строим последовательно множество решений каждого неравенства:

1) Построим границу полуплоскости: прямую $2x_1 + 2x_2 = 12$. Для этого найдем ее точки пересечения с осями координат (рисунок 3.3):

- пусть $x_1 = 0$,тогда $2x_2 = 12 \Rightarrow x_2 = 6$, получим точку (0; 6);
- пусть $x_2 = 0$, тогда $2x_1 = 12 \Rightarrow x_1 = 6$, получим точку (6; 0).

Здесь полученный многоугольник – это область допустимых решений.

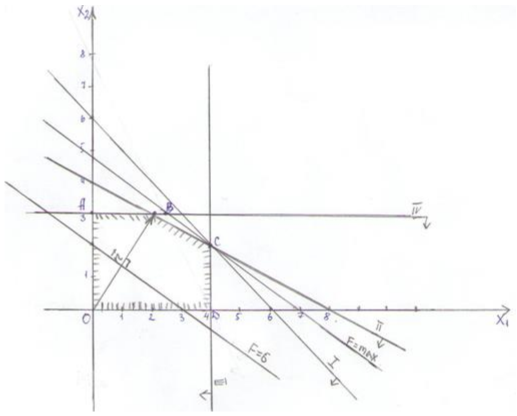

Рисунок 3.3. Полученная область допустимых решений

3 ОТЧЕТ ДОЛЖЕН СОДЕРЖАТЬ

3.1 Наименование и цель работы.

3.2 Условие задания (полный текст заданий).

3.3 Программные средства, используемые при выполнении работы.

3.4 Основную часть работы (описание самой работы), выполненную согласно требованиям преподавателя:

- формулировка решения о наилучшем использовании трудовых ресурсов;
- формулировка решения о максимальном доходе работника;
- формулировка решения о рационе питания работника.

3.5 Сформулированные выводы и составленное заключение о проведении работы.

3.6 Список использованной литературы.

4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

4.1 Из каких элементов состоит математическая модель ЗЛП с двумя переменными?

4.2 Дайте определение понятию «допустимая область неравенств (3.1)».

4.3 Где находятся координаты точек полуплоскости, удовлетворяющие неравенству $a_1x_1 + a_2x_2 < b$?

4.4 Где находятся координаты точек полуплоскости, удовлетворяющие неравенству: $a_1x_1 + a_2x_2 > b$?