

# ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

## Методы сетевого планирования

### *Общие сведения*

#### **Цель работы**

Научиться использовать метод сетевого планирования для решения задач управления проектами.

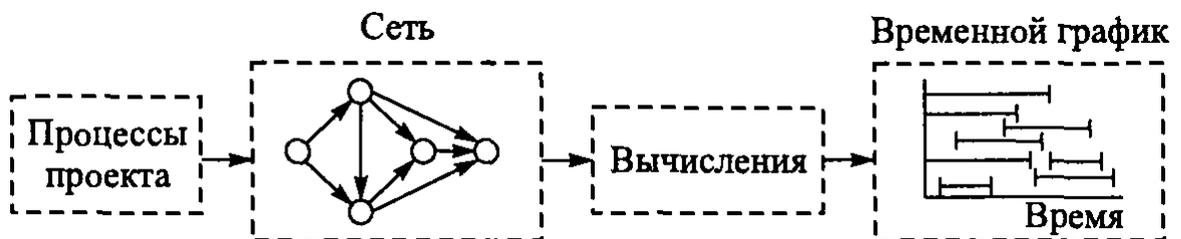
#### **План выполнения**

1. Изучить теоретическую часть;
2. Получить задание преподавателя;
3. Выполнить задания 1 и 2:
  - 3.1. Построить сетевой график;
  - 3.2. Определить критический путь;
  - 3.3. Ответить на дополнительные вопросы к задаче;
  - 3.4. Построить календарный план работ;
4. Составить отчёт по практической работе. Отчёт должен иметь следующую структуру:
  - 4.1. Титульный лист, который должен содержать следующую информацию:
    - 4.1.1. Название университета и кафедры, ответственной за дисциплину;
    - 4.1.2. Заголовок — номер и название практической работы;
    - 4.1.3. Подзаголовок — номер варианта и номера задач;
    - 4.1.4. ФИО студента и преподавателя;
    - 4.1.5. «г. Нур-Султан, 2022 год»;
  - 4.2. Отчёт о решении заданиях 1 и 2, содержащий следующее информационное наполнение:
    - 4.2.1. Формулировка индивидуального задания;
    - 4.2.2. Сетевой график;
    - 4.2.3. Формулировка критического пути;
    - 4.2.4. Календарный план работ;
    - 4.2.5. При необходимости, снимки экрана монитора, содержащие основные моменты решения задачи;
    - 4.2.6. Ответы на вопросы задания;
    - 4.2.7. Результаты решения и выводы.

## *Теоретическая часть*

В практической работе рассматриваются возможности использования сетевого планирования для контроля сроков выполнения проектов. Проектом может быть разработка нового продукта или производственного процесса; строительство предприятия, здания или сооружения; ремонт сложного оборудования и прочее. При реализации проекта составляется график выполнения работ. Для того, чтобы проект был завершен вовремя, необходимо контролировать сроки выполнения этих работ. Усложняющим фактором является то, что работы взаимосвязаны. Одни работы зависят от выполнения других и не могут начаться, пока предшествующие работы не будут завершены.

Основные этапы методов сетевого планирования отображает Рисунок 43. На первом этапе определяются отдельные процессы, составляющие проект, их отношения последовательности (т.е. какой процесс должен предшествовать другому) и длительность. Далее проект представляется в виде сети (сетевого графика), показывающей последовательность процессов, составляющих проект. На третьем этапе на основе построенной сети выполняются вычисления, в результате которых составляется временной график реализации проекта.



**Рисунок 43. Этапы сетевого планирования**

Построение сетевой модели начинается с разбиения проекта на четко определенные работы, для которых определяется продолжительность. Работа — это некоторый процесс, приводящий к достижению определенного результата, требующий затрат ресурсов и имеющий протяженность во времени.

Исходные данные для построения сетевой модели могут задаваться различными способами, например следующими:

- описанием предполагаемого проекта. В этом случае необходимо самостоятельно разбить его на отдельные работы и установить их взаимные связи;

- списком работ проекта. В этом случае необходимо проанализировать содержание работ и установить существующие между ними связи;
- списком работ проекта с указанием их упорядочения. В этом случае необходимо только отобразить работы на сетевом графике.

## Построение сетевого графика

Исходным шагом для применения методов сетевого планирования является описание проекта в виде перечня выполняемых работ с указанием их взаимосвязи. Для описания проекта используются два основных способа: табличный и графический. Рассмотрим следующую таблицу, описывающую проект.

Работа	Непосредственно предшествующая работа	Время выполнения
A	-	$t_A$
B	-	$t_B$
C	B	$t_C$
D	A, C	$t_D$

В первом столбце указаны наименования всех работ проекта. Их четыре: A, B, C, D. Во втором столбце указаны работы, непосредственно предшествующие данной. У работ A и B нет предшествующих. Работе C непосредственно предшествует работа B. Это означает, что работа C может быть начата только после того, как завершится работа B. Работе D непосредственно предшествуют две работы: A и C. Это означает, что работа D может быть начата только после того, как завершатся работы A и C. В третьем столбце таблицы для каждой работы указано время ее выполнения. На основе этой таблицы может быть построено следующее графическое описание проекта (см. Рисунок 44).

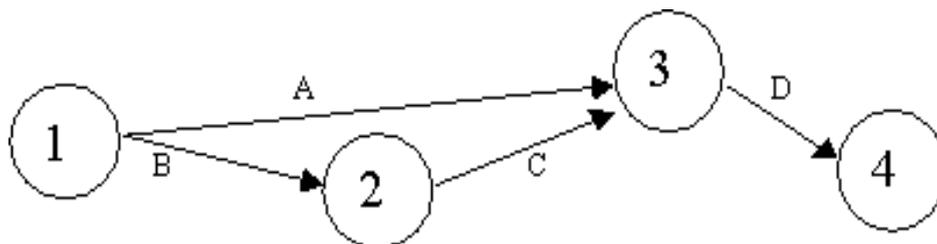


Рисунок 44. Граф работ проекта — сетевой график

На рисунке проект представлен в виде графа с вершинами 1, 2, 3, 4 и дугами A, B, C, D — **сетевого графика**. Каждая вершина графа отображает событие (момент времени, когда завершаются одни работы и начинаются другие). Событие 1 означает начало выполнения проекта. Иногда такое событие обозначают буквой S (start). Событие 4 означает завершение проекта. Для обозначения такого события иногда используется буква F (finish). Любая работа проекта — это упорядоченная пара двух **событий** (или **вех**). Например, работа A есть упорядоченная пара событий (1,3). Работа D — упорядоченная пара событий (3,4). Событие проекта состоит в том, что завершены все работы, «входящие» в соответствующую вершину. Например, событие 3 состоит в том, что завершены работы A и C.

Построение сети проекта основано на следующих правилах:

**Правило 1.** Каждая работа в проекте представляется одной и только одной дугой.

**Правило 2.** Каждая работа идентифицируется двумя концевыми узлами.

На рисунке ниже (см. Рисунок 45) показано, как с помощью введения фиктивной работы можно представить две параллельных работы A и B. По определению фиктивная работа (которая на сетевом графике обычно обозначается пунктирной дугой) не поглощает временных или других ресурсов. Вставив фиктивную работу одним из четырех способов (см. Рисунок 45), мы получаем возможность идентифицировать работы A и B по крайней мере одним уникальным концевым узлом (как требует правило 2).

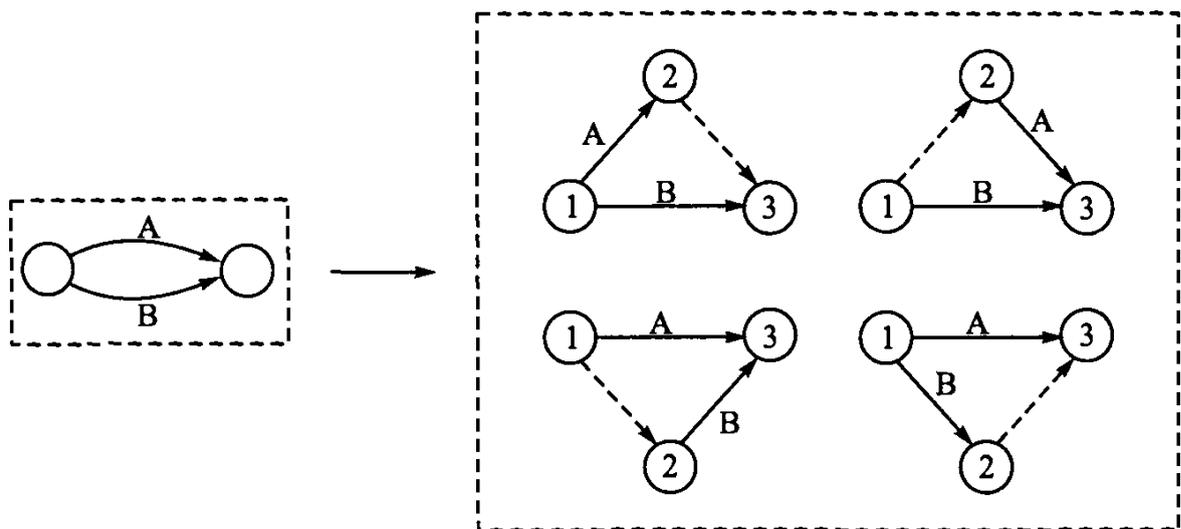


Рисунок 45. Использование фиктивных работ

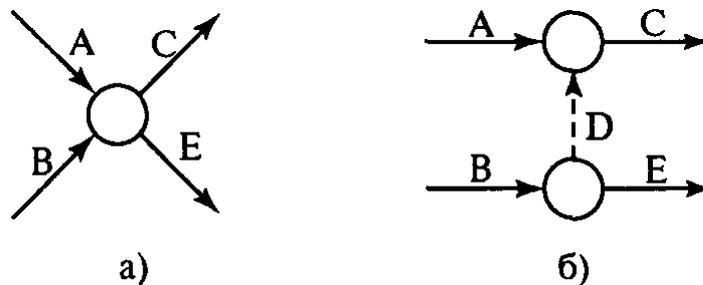
**Правило 3.** Для поддержания правильных отношений предшествования при включении в сетевой график любой работы необходимо ответить на следующие вопросы:

1. Какая работа непосредственно предшествует текущей?
2. Какая работа должна выполняться после завершения текущей работы?
3. Какая работа конкурирует (выполняется параллельно) с текущей?

Ответы на эти вопросы, возможно, потребуют включить в сеть фиктивные работы, чтобы правильно отобразить последовательность выполнения работ. Предположим, например, что четыре работы должны удовлетворять следующим условиям.

1. Работа С должна начаться сразу после завершения работ А и В.
2. Работа Е должна начаться непосредственно после завершения работы В.

Рисунок 46а показывает неправильное представление работ, так как из него следует, что работа Е должна начаться после завершения как работы В, так и А. Рисунок 46б показывает, как с помощью фиктивной работы D решить эту проблему.



**Рисунок 46. Использование фиктивных работ, пример 2**

Фиктивная работа может реально существовать, например, «передача документов от одного отдела к другому». Если продолжительность такой работы несоизмеримо мала по сравнению с продолжительностью других работ проекта, то формально ее принимают равной нулю.

В сетевом графике не должно быть:

- корневых событий (т.е. не имеющих предшествующих событий), кроме исходного;
- терминальных событий (т.е. не имеющих последующих событий), кроме завершающего;
- циклов (см. Рисунок 47).

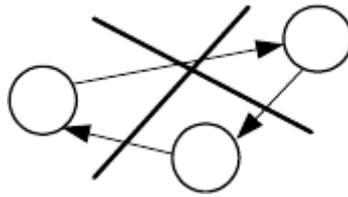


Рисунок 47. Неправильный сетевой график работ

## Определение критического пути

Будем предполагать, что время выполнения каждой работы точно известно. Введем следующие определения.

**Путь** — последовательность взаимосвязанных работ, ведущая из одной вершины проекта в другую вершину. Например (см. Рисунок 48), {A, D, G} и {C, F} — два различных пути.

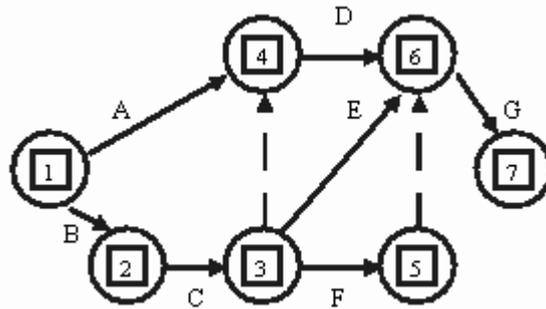


Рисунок 48. Различные пути на сетевом графике

**Длина пути** — суммарная продолжительность выполнения всех работ пути.

**Полный путь** — это путь от исходного к завершающему событию.

**Критический путь** — полный путь, суммарная продолжительность выполнения всех работ которого является наибольшей.

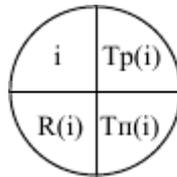
Очевидно, что минимальное время, необходимое для выполнения любого проекта равно длине критического пути. Именно на работы, принадлежащие критическому пути, следует обращать особое внимание. Если такая работа будет отложена на некоторое время, то время окончания проекта будет отложено на то же время. Если необходимо сократить время выполнения проекта, то в первую очередь нужно сократить время выполнения хотя бы одной работы на критическом пути.

Для того, чтобы найти критический путь, достаточно перебрать все пути и выбрать тот, или те из них, которые имеют наибольшую суммарную продолжительность выполнения работ. Однако для больших проектов реализация такого подхода связана с вычислительными трудностями.

Метод критического пути (метод СРМ — Critical Path Method) позволяет получить критический путь намного проще.

Расчет сетевой модели начинают с временных параметров событий, которые вписывают непосредственно в вершины сетевого графика (Рисунок 49):

- $T_p(i)$  — ранний срок наступления события  $i$ , минимально необходимый для выполнения всех работ, которые предшествуют событию  $i$ ;
- $T_n(i)$  — поздний срок наступления события  $i$ , превышение которого вызовет аналогичную задержку наступления завершающего события сети;
- $R(i) = T_n(i) - T_p(i)$  — резерв события  $i$ , т.е. время, на которое может быть отсрочено наступление события  $i$  без нарушения сроков завершения.

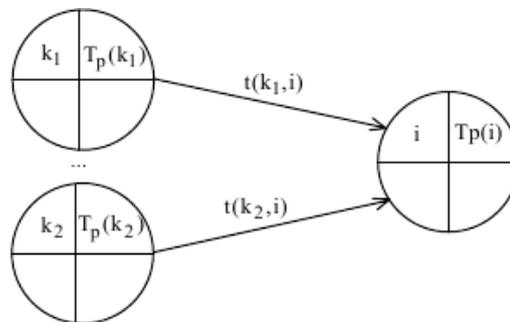


**Рисунок 49. Параметры событий**

Ранние сроки наступления событий рассчитываются от исходного (S) к завершающему (F) событию следующим образом:

1. для исходного события S:  $T_p(S) = 0$ ;
2. для всех остальных событий  $i$ :  $T_p(i) = \max_{\forall(k,i)} [T_p(k) + t(k, i)]$ ,

где максимум берется по всем работам (k,i), входящим в событие  $i$ ;  $t(k, i)$  — длительность работы (k,i) (см. Рисунок 50).



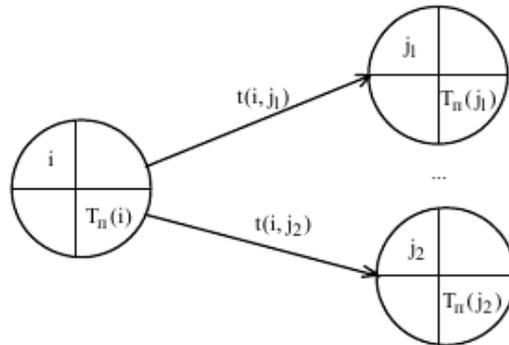
**Рисунок 50. Ранние сроки наступления событий**

Поздние сроки наступления событий  $T_n(i)$  рассчитываются от завершающего к исходному событию:

1. для завершающего события F:  $T_p(F) = T_n(F)$ ;

2. для всех остальных событий  $i$ :  $T_n(i) = \min_{\forall(j,i)} [T_n(j) - t(i, j)]$ ,

где минимум берется по всем работам  $(i, j)$ , выходящим из события  $i$ ;  $t(i, j)$  — длительность работы  $(i, j)$  (см. Рисунок 51).



**Рисунок 51. Поздние сроки наступления событий**

Условия критичности пути:

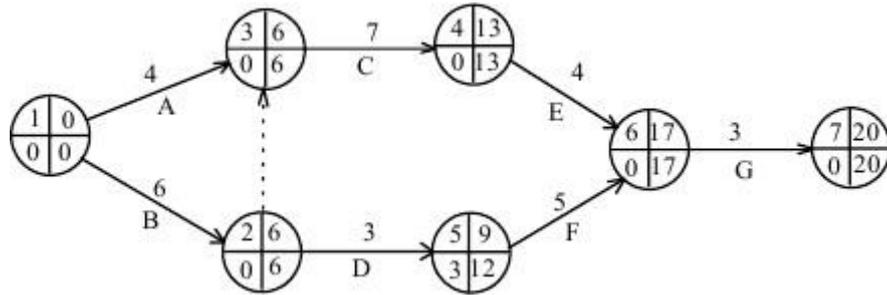
- необходимое условие: нулевые резервы событий, лежащих на критическом пути  $R(i) = 0$ ;
- достаточное условие: нулевые полные резервы работ, лежащих на критическом пути  $R_n(i, j) = 0$ .  $R_n(i, j) = T_n(j) - T_p(i) - t(i, j)$  — показывает максимальное время, на которое можно увеличить длительность работы  $(i, j)$  или отсрочить ее начало, чтобы не нарушился срок завершения проекта в целом.

### Пример

Рассмотрим пример. Компания разрабатывает строительный проект. Исходные данные по основным операциям проекта представлены в таблице. Нужно построить сетевую модель проекта, определить критические пути и проанализировать, как влияет на ход выполнения проекта задержка работы D на 4 недели.

Работа	Непосредственно предшествующая работа	Длительность, недели
A	-	4
B	-	6
C	A, B	7
D	B	3
E	C	4
F	D	5
G	E, F	3

Сетевой график проекта показан на рисунке ниже (см. Рисунок 52).



**Рисунок 52. Пример. Сетевой график проекта**

Согласно необходимому условию два полных пути сетевой модели (см. Рисунок 52)  $L_1 = 1,2,3,4,6,7$  и  $L_2 = 1,3,4,6,7$  могут быть критическими. Проверим достаточное условие критичности для работ (1,2) и (1,3)

$$R_n(1,2) = T_n(2) - T_p(1) - t(1,2) = 6 - 0 - 6 = 0 ,$$

$$R_n(1,3) = T_n(3) - T_p(1) - t(1,3) = 0 = 6 - 0 - 6 = 0 .$$

Путь  $L_2$ , начинающийся с работы (1,3) не является критическим, т.к. поскольку как минимум одна из его работ не является критической. Работа (1,3) имеет ненулевой полный резерв, а значит может быть задержана с выполнением, что недопустимо для критических работ.

Таким образом, сетевая модель имеет единственный критический путь  $L_{\text{кр}} = 1,2,3,4,6,7$  длительностью 20 недель. За выполнением работ этого пути необходим особый контроль, т.к. любое увеличение их длительности нарушит срок выполнения проекта в целом.

Работа D или (2,5) не является критической, ее полный резерв равен 3-м неделям. Это означает, что при задержке работы в пределах 3-х недель срок выполнения проекта не будет нарушен. Поэтому если согласно условию работа D задержится на 4 недели, то весь проект закончится на 1 неделю позже.

## Построение календарного плана

Пусть сетевой график построен и критический путь на нем определен. Результаты решения задачи планирования теперь необходимо отобразить в виде календарного плана. В таблице ниже приведены данные о кодах и длительностях работ в днях из рассмотренного выше примера.

(i,j)	1,2	1,3	2,5	3,4	4,6	5,6	6,7
t(i,j), дни	6	4	3	7	4	5	3

К критическому пути относятся работы (1,2), (3,4), (4,6) и (6,7) (фиктивной работой (2,3) на плане пренебрегаем). Их на календарном

плане выделяют сплошной линией. Работы (1,3), (2,5), (5,6), не относящиеся к критическому пути, рисуют пунктиром.

Календарный план, построенный на основании входных данных, показывает Рисунок 53.

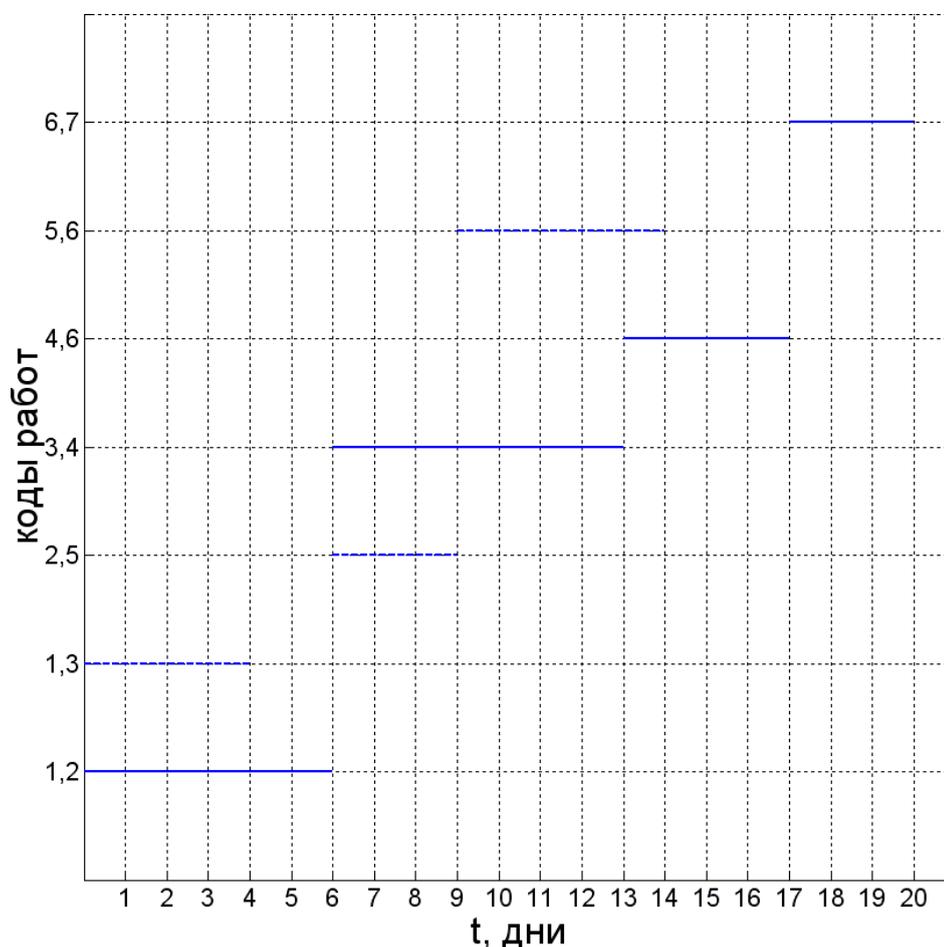


Рисунок 53. Календарный план проекта

### *Литература*

1. Алексинская Т. В. Учебное пособие по решению задач по курсу экономико-математические методы и модели. — Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002. — 153 с.
2. Таха Х. Введение в исследование операций. — М.: Вильямс, 2005. — 912 с.
3. Эддоус М., Стэнсфилд Р. Методы принятия решений. — М.: Юнити, 1997. — 587 с.