ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Принятие решений в условиях риска

Общие сведения

Цель работы

- Научиться решать задачи принятия многокритериальных решений в условиях риска с использованием метода деревьев решений;
- Научиться принимать многокритериальные решения в условиях риска с использованием пакета MS Excel.

План выполнения

1. Изучить теоретическую часть;
2. Получить задание преподавателя;
3. Выполнить задание 1:
   - 3.1. Построить дерево принятия решений или таблицы платежей;
   - 3.2. Выбрать критерии оценки качества решения (например, максимизация прибыли или минимизация затрат);
   - 3.3. Оценить полезность каждого из вариантов решений и выбрать наилучшее решение;
   - 3.4. Проанализировать чувствительность полученного решения;
4. Выполнить задание2:
   - 4.1. Построение собственной функции полезности (в виде графика в MS Excel). Диапазон денежных сумм выбрать по своему усмотрению;
   - 4.2. Для сравнения, на том же графике построить прямую, отражающую нейтральное отношение к риску;
   - 4.3. Анализ полученной функции на предмет отношения к риску;
5. Составить отчёт по лабораторной работе. Отчёт должен иметь следующую структуру:
   - 5.1. Титульный лист, который должен содержать следующую информацию:
     - 5.1.1. ФИО студента и должности преподавателя;
     - 5.1.2. «г. Астана, 2022 год»;
   - 5.2. Отчёт о решении задания 1, содержащий следующее информационное наполнение:

5.2.1. Формулировка индивидуального задания;
5.2.2. Дерево принятия решения и таблица платежей;
5.2.3. Снимки экрана монитора, содержащие результаты расчетов прибылей (затрат) возможных исходов, в соответствии с «деревом»;
5.2.4. Анализ чувствительности принятого решения;
5.2.5. Выводы о выбранном варианте решения и о результатах анализа;

5.3. <u>Отчёт о решении задания 2</u>, содержащий информационное наполнение, аналогичное отчёту о решении задания 1:
5.3.1. Формулировка индивидуального задания;
5.3.2. Дерево принятия решения и таблица платежей;
5.3.3. Снимки экрана монитора, содержащие результаты расчетов прибылей (затрат) возможных исходов, в соответствии с «деревом»;
5.3.4. Снимок экрана с построенной графически собственной функцией полезности и выводы, касающиеся собственного отношения к риску;
5.3.5. Выводы о выбранном варианте решения и об отношении к риску на основании функции полезности.

Теоретическая часть

К задачам принятия решений в условиях риска, относятся задачи, в которых исходные данные можно описать с помощью вероятностных распределений. В подобных моделях термин риск имеет смысл наличия нескольких исходов, одни из которых рассматриваются более предпочтительным другим.

Если решение принимается в условиях риска, то стоимости альтернатив описываются вероятностными распределениями, т.е. прибыль (затраты), связанная с каждым альтернативным решением, является случайной величиной (вернут или вернут кредит: в одном случае мы получим прибыль, в другом — убытки). Поэтому в качестве критерия принятия решения в случае случайного события используется ожидаемое значение стоимости — математическое ожидание M. Все альтернативы сравниваются с точки зрения максимизации ожидаемой прибыли или минимизации ожидаемых затрат.

Решение простого дерева

Рассмотрим процесс решения задачи в условиях риска на примере.

Для финансирования проекта Предприятию нужно занять сроком на один год 15 млн. руб. Для этого начальник финансово-экономического отдела обращается в Банк. Банк может дать кредит Предприятию под 15% годовых или вложить те же деньги в другое дело со 100%-ным возвратом суммы, но под 9% годовых. После анализа статистики прошлого опыта кредитования, кредитный специалист Банка определил, что 4% аналогичных клиентов кредит не возвращают.

Как должен поступить кредитный специалист Банка в сложившейся ситуации: кредитовать Предприятие или вложить средства в другое дело?

Построение дерева решений

Одним из методов решения задачи в условиях риска является использование деревьев решений. Деревья решений содержат в себе информацию о ходе принятия решений ЛПР и о случайных событиях, происходящих после принятия решений. Дерево, соответствующее представленной задаче, будет выглядеть так, как отображает Рисунок 37.

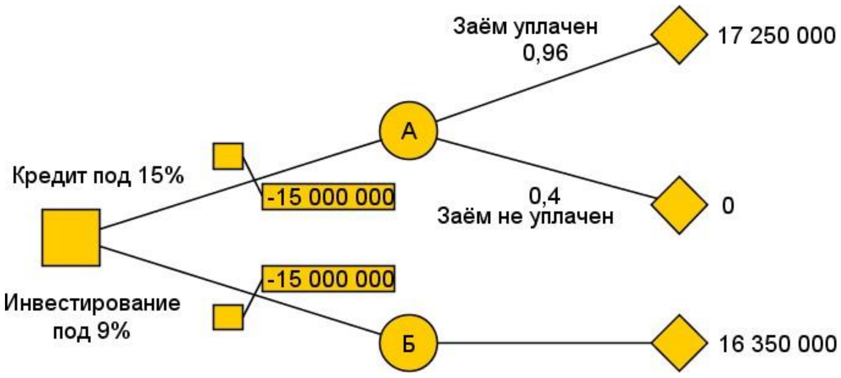


Рисунок 37. Пример 1 — дерево решений

На схеме дерева решений используются следующие обозначения узлов:

1. Узел дерева в форме квадрата () — принятие решения ЛПРом. Потомками узла принятия решения на дереве являются альтернативы;
2. Узел дерева в форме окружности () — это случайные события. Потомками случайных событий являются возможные исходы случайного события;
3. Узел дерева в форме ромба () — терминальный узел дерева, возможный конечный исход ситуации принятия решения. Данный узел не имеет потомков.

Численные значения конечных исходов просчитываются, начиная с терминальных узлов дерева по направлению к основному узлу так, как показано далее:

*Результат А1 = 15000000 + 0,15 * 15000000 = 17250000*
Результат А0 = 0

$$Результат\ Б1 = 15000000 + 0,09 * 15000000 = 16350000$$

Чистый доход, получаемый в случае выбора альтернативы **А**:

$$M_{давать\_заем} = (17250000 * 0,96 + 0 * 0,04) - 15000000 = 16560000 - 15000000 = 1560000$$

Выбор альтернативы **Б** дает:

$$M_{не\_давать\_заем} = (16350000 * 1,0 – 15000000) = 1350000$$

Поскольку ожидаемый чистый доход больше для альтернативы А, то требуется принять решение — выдать заем.

Анализ чувствительности решения

Решения, принимаемые в условиях риска, очевидно, зависят от значений вероятностей исходов. Чувствительность решения от вероятностей определяется величиной допустимого изменения вероятностей исходов событий, с которыми связано принимаемое решение. Знать, насколько решение чувствительно необходимо, чтобы понимать насколько можно полагаться на производимый выбор.

Проанализируем чувствительность в только что рассмотренном примере. Ожидаемые чистые доходы в узлах *А* и *Б* довольно близки: *1,56* и *1,35* млн. руб. Выбор решения зависит от значения вероятностей. Анализ чувствительности позволяет вычислить разброс вероятностей, в рамках которых не меняется выбор.

Обозначим вероятность невозврата займа через *p*. Тогда вариант *А* дает чистый доход:

$$17250000*(1-p) + 0*p – 15000000 = 2250000 – 17250000*p$$

Вариант *Б* приносит чистый доход 1350 000 руб.

Уравнивание чистого дохода *А* и *Б* позволяет определить, при какой вероятности *p* решения будут иметь равную полезность:

$$2250000 – 17250000*p = 1350000 => p = 900000/17250000 = 0,052$$

Результат $p \approx 0,05$ оказался близок к $p \approx 0,04$, что показывает сильную чувствительность результата выбора решения к расчетам величины вероятности.

Решение дерева в MSExcel

Рассмотрим решение более сложных задач принятия решений в условиях риска на новом примере. Для решения таких задач предлагается использовать MSExcel.

Небольшая овощная лавка еженедельно закупает и продаёт различные овощи и фрукты, в том числе помидоры. Стоимость закупки ящика помидоров составляет 1500 руб., прибыль от продажи ящика — 2400 руб. Статистика исследования спроса приведена в таблице.

Таблица 4. Пример 2 — недельный спрос на помидоры в овощной лавке

Недельный спрос ящиков, шт.	Вероятность
11	0,4
12	0,4
13	0,2

Если закупленный ящик остался непроданным, лавка несет убыток 1500 руб. Определить размер запаса, который целесообразно формировать в начале неделе лавке. Изменится ли решение, если неудовлетворенный спрос клиента будет оценен в 1350 руб.?

Дерево решений, соответствующее задаче представлено показывает Рисунок 38.

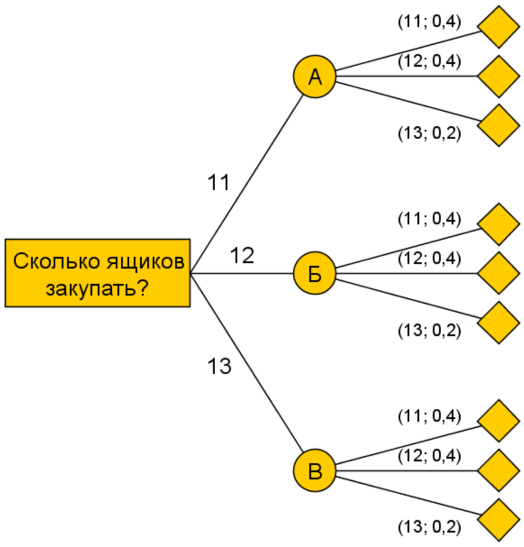
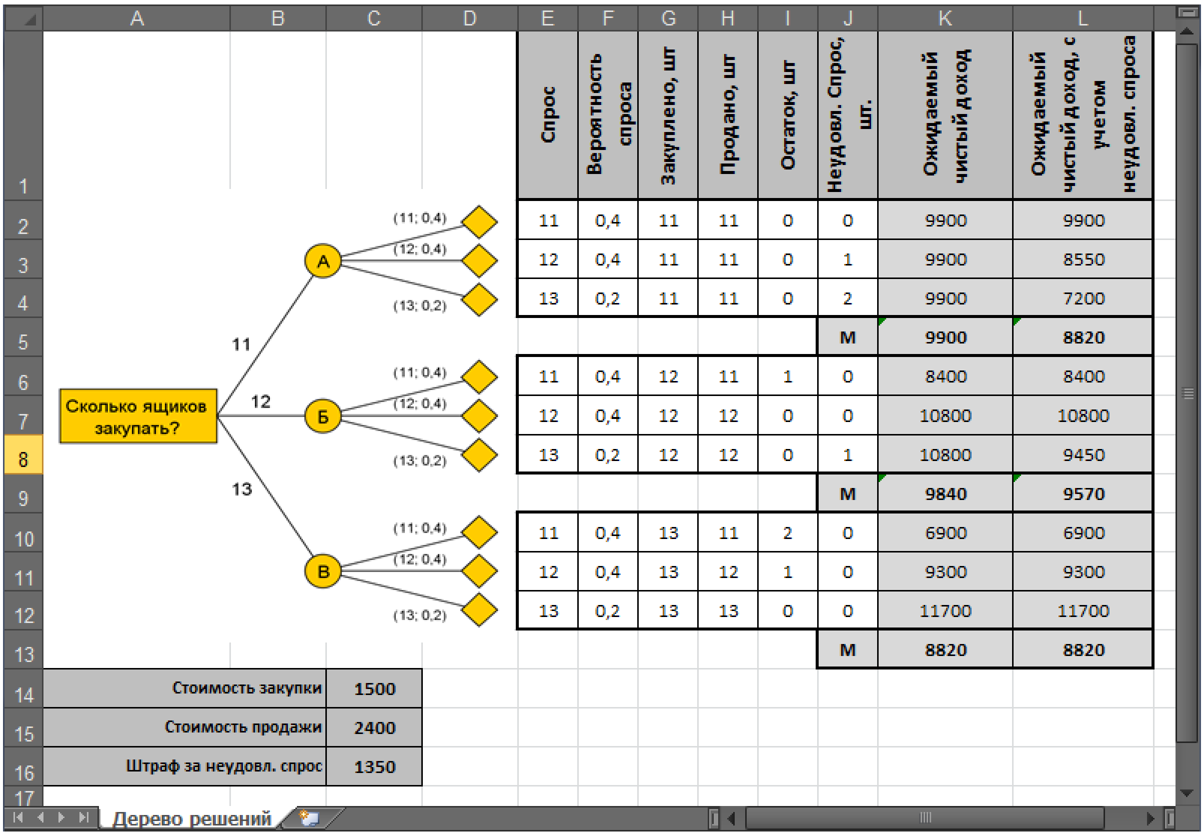


Рисунок 38. Пример 2 — дерево решений при закупке помидоров в овощной лавке

Данное дерево можно решить, используя таблицы Excel. Итоговую таблицу решения задачи в Excel отображает Рисунок 39 (*см. также файл «ЛР3.Пример.xls»*).

Ожидаемый чистый доход максимален при выборе альтернативы *А — 9900 руб*. С учетом штрафов за неудовлетворенный спрос максимальный чистый доход дает альтернатива *Б — 9570 руб.*



Спрос	Вероятность спроса	Закуплено, шт	Продано, шт	Остаток, шт	Неудовл. Спрос, шт.	Ожидаемый чистый доход	Ожидаемый чистый доход, с учетом неудовл. спроса
11	0,4	11	11	0	0	9900	9900
12	0,4	11	11	0	1	9900	8550
13	0,2	11	11	0	2	9900	7200
					M	9900	8820
11	0,4	12	11	1	0	8400	8400
12	0,4	12	12	0	0	10800	10800
13	0,2	12	12	0	1	10800	9450
					M	9840	9570
11	0,4	13	11	2	0	6900	6900
12	0,4	13	12	1	0	9300	9300
13	0,2	13	13	0	0	11700	11700
					M	8820	8820

Стоимость закупки	1500
Стоимость продажи	2400
Штраф за неудовл. спрос	1350

Рисунок 39. Пример 2 — решение дерева в MSExcel

Деревья с несколькими точками принятия решения

Более сложные задачи принятия решений в условиях риска характерны большим количеством узлов принятия решения в дереве. Возьмём дополнительные условия к примеру 1, чтобы рассмотреть ход решения задач с несколькими узлами принятия решения.

В дополнение условий примера 1, банк решает вопрос, проверять ли конкурентоспособность клиента, перед тем, как выдавать ему заём. За проверку аудиторская фирма берет с банка 80000 руб. Т.о. перед банком встают две проблемы (две задачи принятия решения): первая — проводить проверку или нет, вторая — выдавать после проверки заём или нет.

Для решения первой проблемы, банк собирает дополнительные данные: проверяет правильность выдаваемых аудиторской фирмой сведений. Для этого выбираются 1000 человек, которые были проверены аудиторами и которым впоследствии выдавались ссуды. Рекомендации аудиторской фирмы и фактический результат возврата возврат ссуды содержит Таблица 5.

Таблица 5. Пример 3 — фактический результат возврата ссуды для проверенных аудитором клиентов

Рекомендации аудитора после проверки	Всего клиентов	Ссуда возвращена		Ссуда НЕ возвращена	
		Кол-во клиентов	%	Кол-во клиентов	%
Выдавать ссуду	750	735	98	15	2
Не выдавать ссуду	250	225	90	25	10
Итого:	1000	960	96	40	4

Решение задачи при наличии дополнительной информации сводится к построению дерева и его решению.

Этап 1. Построение дерева решений

Дерево решений для примера 3 приведено ниже (см. Рисунок 40).

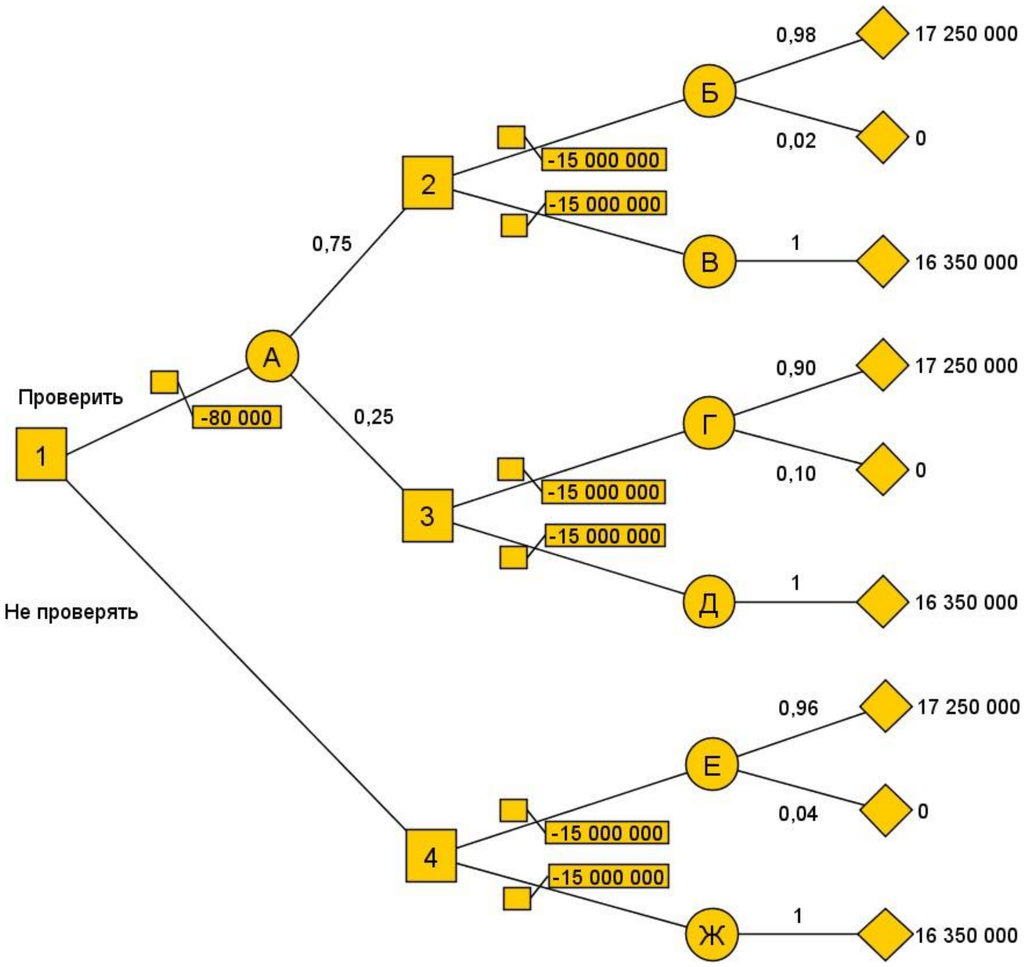


Рисунок 40. Пример 3 — дерево решений

Этап 2. Решение дерева

Справа налево проставим исходы каждого из узлов дерева в денежном эквиваленте. Любые встречающиеся расходы требуется вычесть из ожидаемых доходов. Таким образом подсчитывается всё дерево. В узлах принятия решения выбирается ветвь, ведущая к наибольшему из возможных при данном решении ожидаемому доходу.

Сначала рассмотрим случайные события *Б* и *В*, являющиеся следствием принятия решения *2* (*Выдавать ли заем клиенту?*).

Доход, ожидаемый от исхода *Б*:

$$M(Б) = 17250000 * 0,98 + 0 * 0,02 = 16905000$$

Чистый ожидаемый доход:

$$NM(Б) = 16905000 - 15000000 = 1905000$$

Доход, ожидаемый от исхода *В*:

$$M(В) = 16350000 * 1,0 = 16350000$$

Чистый ожидаемый доход:

$$NM\ (В) = 16350000 - 15000000 = 1350000$$

Исходя из последних расчётов, наиболее рационально при принятии решения *2* является альтернатива выдать заём с итоговым чистым ожидаемым доходом *1 905 000 руб*., соответствующее значение чистого ожидаемого дохода принимает узел *2*.

Аналогично рассчитываются случайные события *Г* и *Д*:

$M(Г) = 15\ 525\ 000$
$NM(Г) = 525\ 000$
$M(Д) = 16\ 350\ 000$
$NM(Д) = 1\ 350\ 000$

При принятии решения в узле *3* наиболее рациональным решением будет не выдавать заём, соответственно узел принимает значение *1 350 000 руб*.

Аналогично рассчитываются узлы *Е, Ж* и *4*, принимающие значения *1 560 000, 1 350 000* и *1 560 000 руб.* соответственно.

Теперь требуется вернуться к узлам *А* и *1*. Используя ожидаемые чистые доходы в узлах *2* и *3*, рассчитаем математическое ожидание для случайного события *А*:

$$M(А) = (1905000 * 0,75) + (1350000 * 0,25) = 1766000$$

Так как аудиторская проверка стоит 80000 руб., ожидаемый чистый доход составит:

NM(A) = 1766000 - 80000 = 1686000

Теперь есть все необходимые данные, чтобы выявить наиболее рациональное решение в узле *1* (*Должен ли банк воспользоваться аудиторской проверкой?*). В этом узле максимальное математическое ожидание — *1 686 000*, поэтому должна быть выбрана ветвь с проверкой, а альтернативная ветвь перечёркивается.

Ниже приведено решённое дерево (см. Рисунок 41).

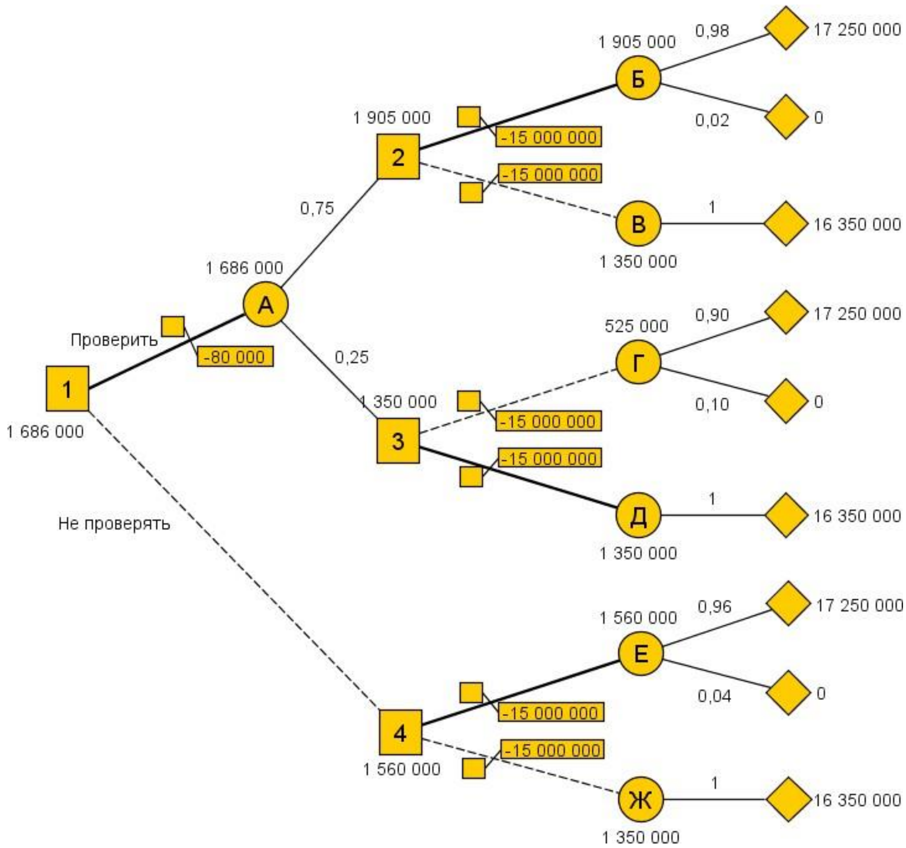


Рисунок 41. Пример 3 — решённое дерево

Построение индивидуальной функции полезности

В предыдущих примерах платежи выражались в виде денег. Зачастую возникают ситуации, когда при анализе следует использовать полезность решения, а не величину реальных денежных платежей. Для примера предположим, что существует шанс *50* на *50*, что инвестиция в *20 млн. руб.* или принесет прибыль в *40 млн. руб.*, или будет полностью потеряна. Соответствующая этому условию ожидаемая прибыль равна:

*40 * 0,5 – 20 * 0,5 = 10 млн. руб.*

Хотя ожидается прибыль в виде чистого дохода, разные люди могут по-разному интерпретировать полученный результат. Инвестор, который идет на риск, может вложить деньги, чтобы с вероятностью *50 %* получить прибыль в *40 млн. руб.* Наоборот, осторожный инвестор может не захотеть рисковать потерей *20 млн. руб*.

Определение полезности является субъективным. Оно зависит от индивидуального отношения к риску. Рассмотрим, как можно построить функцию полезности, отражающую собственное отношение к деньгам, например, к риску выиграть или проиграть определенную сумму.

В примере, приведенном выше, наилучший платеж равен *40 млн. руб.*, а наихудший — *(–20) млн. руб*. Установим шкалу полезности *П,* изменяющуюся от *0* до *1,* где *0* соответствует полезности *(–20),* а *1* — *40*, т.е. *П(–20) = 0* и *П(40) = 1. 0* и *1* как границы шкалы выбраны для удобства. Наиболее часто шкалу нормируют от *0* до *1* или от *0* до *100*.

Если отношение ЛПР беспристрастно к риску, то график результирующей функции полезности является прямой линией, соединяющей точки (0; –20) и (1; 40). В этом случае график функции полезности совпадает с графиком денежной оценки результата.

В различных реальных ситуациях функция полезности может принимать совершенно разный вид. Ниже иллюстрируется вид функции полезности для трех индивидуумов *X, Y* и *Z* (см. Рисунок 42).

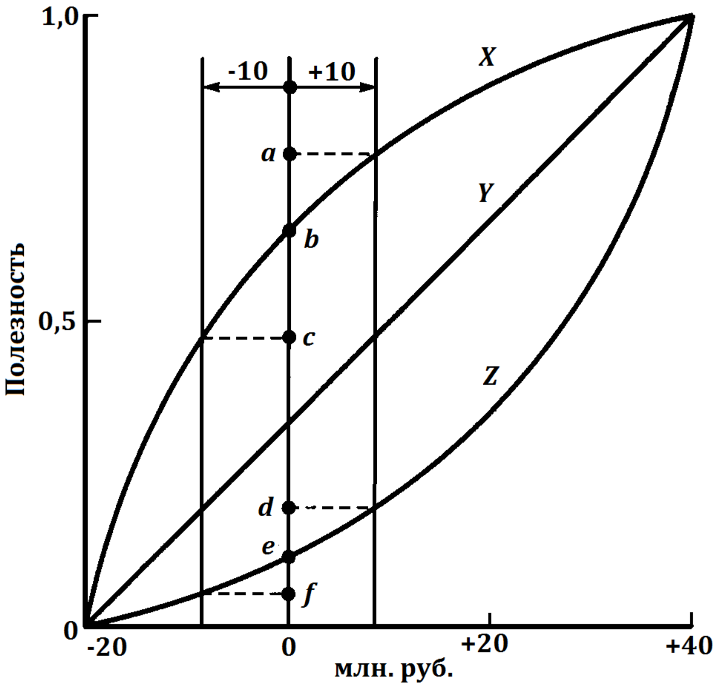


Рисунок 42. Функция полезности для индивидуумов X, Y, Z

X осторожен и не склонен к риску, так как проявляет большую чувствительность к потере, чем к прибыли. Это следует из того, что для индивидуума *X* при изменении в *10 млн. руб.* вправо и влево от точки, соответствующей *0* рублей, увеличение прибыли изменяет полезность на величину *ab*, которая меньше изменения полезности *bc*, обусловленной потерями такой же величины, т.е. $ab < bc$.

Z, наоборот, настроен на риск. Такие же изменения в *±10 млн. руб.*, обнаруживают противоположное поведение, здесь $de > ef$.

А индивидуум *Y* является нейтральным к риску, так как упомянутые изменения порождают одинаковые изменения полезности.

В общем случае индивидуум может быть, как не расположен к риску,так и настроен на риск, в зависимости от суммы риска. В этом случае соответствующая кривая полезности будет иметь вид удлиненной буквы S (логистической кривой).

Определим теперь полезность, соответствующую промежуточным значениям платежей, например, *–10, 0, 10, 20* или *30*. Для определения полезности суммы реальных денег, будем использовать следующуюформулу:

$$П(x) = p*П(-20) + (1-p)*П(40) = 100*(1-p),\ 0<p<1 .$$

Для определения значения *П(x)* просят ЛПР сообщить свое предпочтение между гарантированной наличной суммой x и возможностью сыграть в лотерею, в которой с вероятностью p реализуется проигрыш в сумме *20 млн. руб.* и с вероятностью *(1-p)* имеет место выигрыш в *40 млн. руб*. Под предпочтением понимается выбор значения «нейтральной» вероятности *p*, при котором с точки зрения ЛПР возможности сыграть в лотерею или получить гарантированную сумму *x* являются одинаково привлекательными. Например, если *x = 10 млн. руб.*, ЛПР может заявить, что гарантированные *10 млн. руб*. наличными и лотерея одинаково привлекательны при *p = 0,3*. В этом случае вычисляется полезность для *x = 10 млн. руб.* по следующей формуле:

$$П(10) = 100*(1 - 0,3) = 70 .$$

Эта процедура продолжается до тех пор, пока не будет получено достаточное количество точек *(x, П(x))* для определения формы функции полезности. Затем можно определить *П(x)* путем интерполяции между полученными точками.

Литература

1. Петровский А. Б. Теория принятия решений — М.: Издательский центр «Академия», 2009 .— 398, [1] с.: ил.
2. Таха Х. Введение в исследование операций. — М.: Вильямс, 2005. —912 с.

3. Эддоус М., Стэнсфилд Р. Методы принятия решений. — М.: Аудит,ЮНИТИ, 1997. — 590 с.