Лекция по дисциплине «Нейронные сети»

Лекция 1.10 Модели нейронных сетей – 1 час

Цель: - Рассмотреть основные понятия моделей нейронных сетей;

План: - Однослойные нейронные сети.

-Однослойные персептроны

Структура простейшей нейронной сети, которая состоит из группы нейронов, образующих один слой, представлена на рисунке II.4.1.1.

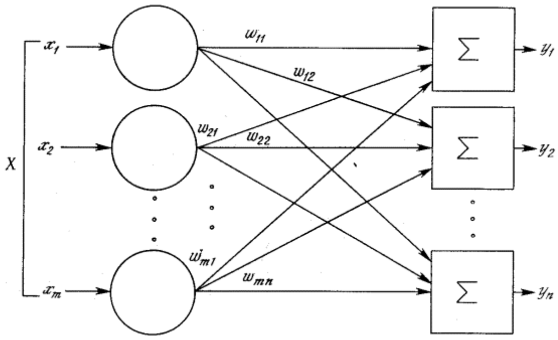

Рисунок II.4.1.1. Структура однослойной нейронной сети.

Здесь вершины - круги слева - служат лишь для распределения входных сигналов. Они не выполняют каких-либо вычислений и поэтому не будут считаться слоем. Каждый элемент x_i (i=1,2,…, n) из вектора входов X отдельным весом соединен с каждым j-тым нейроном (j=1,2,…, m). Каждый нейрон выдает взвешенную сумму входов в сеть. Веса являются элементами матрицы W, которая имеет n строк и m столбцов, где n – число входов, а m – число нейронов. Например, w_{21} – это вес, связывающий второй вход с первым нейроном.

Вычисление выходного вектора Y, компонентами которого являются выходы y_1, y_2, …, y_m нейронов, сводится к применению функции активации f к матричному умножению $S=XW$, где S и X – векторы-строки.

Однослойные нейронные сети по типу связи подразделяются на *полносвязные* и *слабосвязные* (*регулярные*).

В полносвязных нейронных сетях все входные сигналы подаются всем нейронам и каждый нейрон передает свой выходной сигнал остальным нейронам, в том числе и самому себе. Выходными сигналами сети могут быть все или некоторые выходные сигналы нейронов после нескольких тактов функционирования сети.

На рисунке II.4.1.2. представлен пример структуры полносвязной нейронной сети.

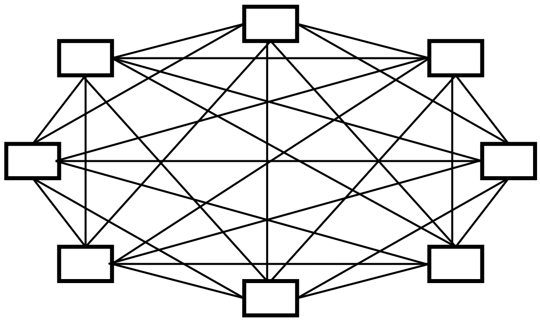

Рисунок II.4.1.2. Структура полносвязной нейронной сети.

В регулярных (слабосвязанных) нейронных сетях любой из нейронов может быть входным и выходным, и каждый нейрон имеет только определенное количество связей. Причем число связей нейрона зависит от места его расположения в сети. Если каждый нейрон связан с 4, 6 и 8 соседями, то это будет окрестностью *фон Неймана*, *Голея* и *Мура* соответственно.

На рисунке II.4.1.3 представлен пример регулярной нейронной сети, в которой угловые нейроны (расположенные в углах сети) связаны лишь с двумя ближайшими нейронами, расположенными на горизонтальной и вертикальной границе, а пограничные нейроны (крайние слева и справа) имеют связи с тремя ближайшими нейронами: двумя нейронами, расположенными вдоль границы, и одним внутренним нейроном.

Пример регулярной гексагональной нейронной сети, в которой внутренние нейроны имеют по шесть связей.

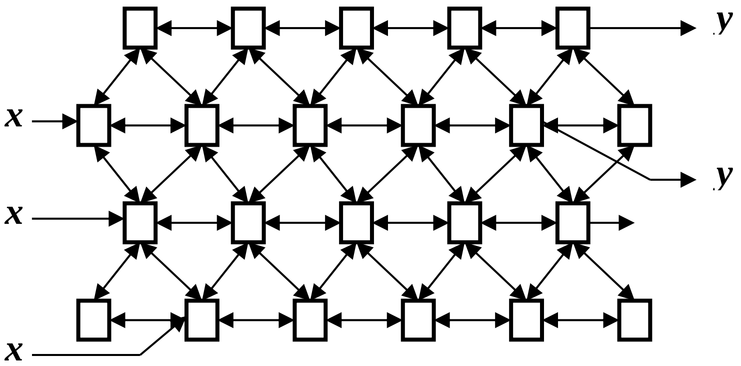

Рисунок II.4.1.4. Регулярная гексагональная нейронная сеть

Однослойные персептроны

В этом параграфе рассмотрены однослойные персептроны, предложены задания и сформулированы вопросы. При подготовке учебного материала данного параграфа были использованы источники [1-9].

Хотя однонейронный персептрон способен выполнять простейшие вычисления, у персептронов, полученных от соединений нескольких нейронов, вычислительная мощность намного сильнее. В этих персептронах нейроны могут образовывать один или несколько слоев, в которых каждый слой состоит из множества весов синаптических связей со следующими за ними нейронами, суммирующими взвешенные сигналы. Среди таких персептронов самыми простыми являются однослойные персептроны.

Обычно однослойный персептрон изображается двумя слоями: первый слой нейронов является *распределительным*, а второй слой нейронов – *обрабатывающим.*

Структура однослойного персептрона, имеющего n входных сигналов и состоящего из m нейронов показана на рисунке II.4.2.

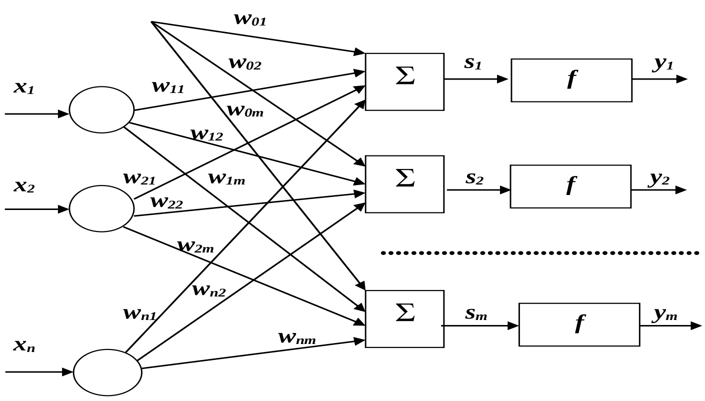

Рисунок II.4.2. Структура однослойного персептрона.

Здесь вершины-круги слева образуют *распределительный слой*. Они не выполняют каких-либо вычислений и отличаются от вершин-квадратов, которые выполняют определенные вычисления.

Распределительный слой передает входные сигналы на обрабатывающий слой, который преобразует входную информацию в соответствии с синаптическими связями и функцией активации. При этом каждый элемент из входного вектора X отдельным весом в распределительном слое соединен со всеми нейронами обрабатывающего слоя, и это соединение задается матрицей весов W. Каждый нейрон выдает взвешенную сумму входов s_j, представленную с помощью скалярной функции (скалярного произведения). Совокупность скалярных функций s_j объединяется в m-элементный вектор входа m функции активации слоя. Выходы слоя нейронов формируют вектор-столбец y_j.

Однослойный персептрон вычисляет взвешенную сумму элементов входного сигнала, отнимает значение порога (сдвига) и пропускает результат через жесткую пороговую функцию, выход которой равняется +1 или -1:

$$y_j = f(s_j) = f\left(\sum_{i=1}^{n} w_{ij} x_i - w_{0j}\right),$$

где x_i – i-тые входные сигналы с типом значений; бинарным (цифровые) или действительным (аналоговые) j-того нейрона; w_{ij} – вес синаптической связи между i-тым нейроном распределительного слоя и j-тым нейроном обрабатывающего слоя; w_{0j} – порог (сдвиг) j-того нейрона выходного слоя; s_j – взвешенная сумма j-того нейрона; y_j – выходной сигнал j-того нейрона, f – нелинейная функция активации; n – число входов (синаптических весов); i=1, 2, …, n; m – число нейронов, j=1, 2,…, m.

Если значение веса w_{ij} положительное (отрицательное), то i-тая синаптическая связь является возбуждающей (тормозящей).

Здесь нейрон, имеющий *n* двоичных входов, может принимать 2^n различных значений входа (образов), состоящих из 0 и 1. Так как каждый образ может соответствовать двум различным бинарным выходам (0 и 1), то всего имеются 2^{2^n} функций от *n* переменных.

Число линейно-разделимых функций от *n* переменных представлено в таблице II.4.2.

Таблица II.4.2. Число линейно-разделимых функций.

№	2^{2^n}	***Число линейно разделимых функций***
1	4	4
2	16	14
3	256	104
4	65536	1 882
5	$4{,}3\times10^{9}$	94 572
6	$1{,}8\times10^{19}$	15 028 134

Как видно из таблицы II.4.2, вероятность того, что случайно выбранная функция окажется линейно-разделимой, весьма мала даже для умеренного числа независимых переменных. По этой причине однослойные персептроны на практике ограничены простыми задачами.

Линейное разделение классов состоит в построении решающего правила:

$$f(\mathrm{W}\cdot X) > 0, \Rightarrow X \in \text{первому классу}.$$

$$f(\mathrm{W}\cdot X) \le 0, \Rightarrow X \in \text{второму классу};$$

т.е. нахождение такого вектора $W = (w_1, w_2, \ldots, w_n)$,

где w_0 – порог при котором возможно точное выполнение неравенства для всех возможных подаваемых сигналов.

Разделение центров масс – простейший способ построения решающего правила. Суть этого способа заключается в вычислении вектора весов персептрона по следующей формуле

$$W=\left(\sum_{i=1}^{n} X_1^i - \sum_{j=1}^{m} X_2^j\right)/(n+m),$$

где X_1^i – вектора из множества первого класса, а X_2^j – вектора из множества второго класса.

Линейные решающие правила, построенные на основании разделения центров масс, могут ошибаться на примерах из обучающей выборки. Однако, этот метод полезен как средство определения начального значения (инициализации) вектора весов для алгоритма обучения персептрона.

Однослойный персептрон позволяет решать задачи классификации на большее число классов.

Вопросы:

1. Сколько различных образов будет иметь нейрон с *n* двоичными входами?
2. Что такой однослойный персептрон?
3. Какую функцию выполняет распределительный слой персептрона?